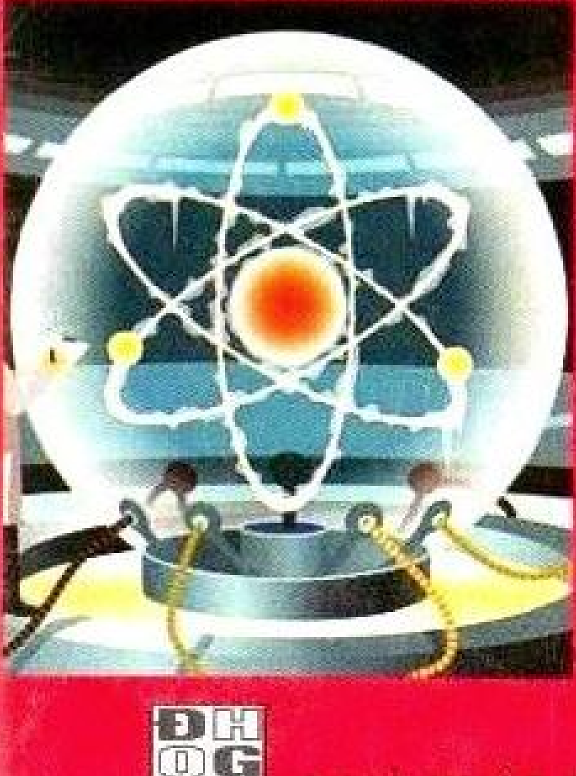
TRẦN VĂN DŨNG

555
BÀI TẬP
Vật lí
SƠ CẤP CHỌN LỌC

*

12



- DÀNH CHO HỌC SINH
- LUYỆN THI TÚ TÀI
  CÁC KÌ THI QUỐC GIA
- BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

TRẦN VĂN DŨNG

555 BÀI TẬP VẬT LÍ SƠ CẤP CHỌN LỌC

*

DÀNH CHO HỌC SINH 12
ÔN THI TÚ TÀI VÀ CÁC KÌ THI QUỐC GIA

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

Chương I

DAO ĐỘNG VÀ SÓNG CƠ HỌC

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. *Dao động cơ điều hòa*

- Là dao động xảy ra dưới tác dụng của lực phục hồi hay lực ké
gồm các lực đàn hồi, giả đàn hồi, chuẩn đàn hồi); tỉ lệ với độ
hướng về vị trí cân bằng.

Lực phục hồi có dạng :

$$F = -Kx \quad \text{(K là một hệ số tỉ lệ, tùy thuộc cơ hệ đã cho)}$$

- Là dao động có phương trình chuyển động dạng :

$$x'' + \omega^2 x = 0 \quad (\omega = \text{const, tùy thuộc cơ hệ đã cho})$$

- Là dao động có li độ (độ dời) là một hàm số dạng sin (hoặc cosin) của thời gian :

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

Do đó : $v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$ và $a = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$

2. *Con lắc lò xo và con lắc đơn*

* *Con lắc lò xo :*

+ Lò xo có m = 0; độ cứng K. Vật nặng khối lượng m, được coi là chất điểm.

+ Có $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}}$ và $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$

+ Có cơ năng (khi $F_{ms} = 0$; $F_C = 0$) là :

$$W = \frac{Kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{KA^2}{2} = \frac{mv_{max}^2}{2} = \text{const}$$

(Chỉ xét trong giới hạn đàn hồi của lò xo)

* *Con lắc đơn :* (con lắc dây, con lắc toán học)

+ Có dây dài l (m = 0), không dãn. Vật nặng khối lượng m được coi là chất điểm.

+ Có $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{l}}$; $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

+ Có cơ năng (khi $F_{ms} = 0$; $F_C = 0$, dao động bé) là :

$$W = mgh + \frac{mv^2}{2} = mgh_{max} = \frac{mv_{max}^2}{2} = \text{const}$$

ι φ

lầu (điều kiện biên, cách kích thích dao động ..)

$_0$ hoặc $t = 0 \begin{cases} \to v_0 \\ \to a_0 \end{cases}$

$_0$

bảo toàn cơ năng.

ıa sát, sức cản làm cho hệ có cơ năng giảm dần do
ıa sát, sức cản.

y chậm là do lực ma sát, sức cản lớn hay bé.

ɔiên độ giảm dần.

5. *Duy trì dao động*

- Nguyên tắc : Năng lượng bù cho hệ trong 1 chu kì vừa đúng bằng năng lượng bị mất đi cũng trong 1 chu kì.
- Cách bù năng lượng :
  - Gây dao động cưỡng bức : bằng ngoại lực tuần hoàn.

$$F = F_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

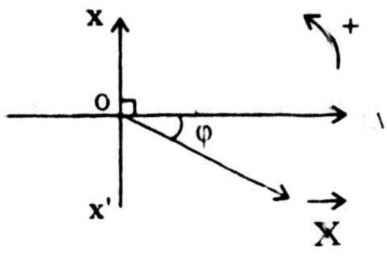
Lúc đó có 2 giai đoạn : chuyển tiếp (biên độ tăng dần) và ổn định (biên độ và chu kì không đổi).

Khi $\omega_{cb} \equiv \omega_r$ (tần số góc cưỡng bức trùng với tần số riêng), ta có cộng hưởng (biên độ của dao động cưỡng bức max).

  - Tạo nên hệ tự động.

6. *Phương pháp giản đồ vectơ quay* (Vẽ giản đồ Fresnel)

- Cơ sở : Dao động điều hòa được xem là hình chiếu của chuyển động tròn đều.
- Phương pháp :
  - Mỗi dao động điều hòa sin (cos) dạng $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ ta làm tương ứng với một vectơ quay $\vec{X}$.



$$x \leftrightarrow \vec{X}$$

$$\text{Với } t = 0 : \begin{cases} |\vec{X}| = A \\ \widehat{\vec{X}, \Delta} = \varphi \end{cases}$$

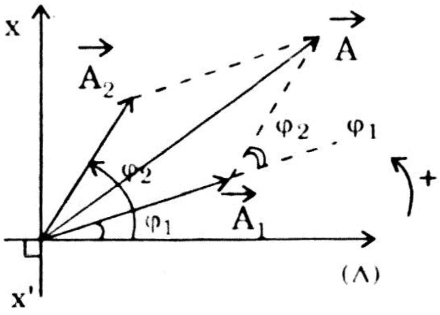
  - Chọn trục gốc Δ, trục xx' ⊥ Δ; chiều dương là chiều lượng giác. Đặt vectơ $\vec{X}$ có gốc ở O, hợp với Δ một góc φ.

- Chú ý đến sự lệch pha của các vectơ $\vec{X_1}$ và $\vec{X_2}$.

  Nếu $\Delta\varphi = 2k\pi$: hai dao động cùng pha.

  Nếu $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$: hai dao động ngược pha.

+ Áp dụng : Để tổng hợp hai dao động cùng phương, cùng ω.



$$x_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

$$x = x_1 + x_2 = A \sin(\omega t + \varphi)$$

Với $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

và $$\tan\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$$

7. *Sóng cơ học*

+ Sóng cơ học : Là sự lan truyền dao động điều hòa trong không gian.

+ Nguyên nhân : Nhờ các lực liên kết đàn hồi và quán tính của các phần tử môi trường vật chất.

+ Chú ý : Sóng cơ học là sóng vật chất (phải có môi trường vật chất để truyền dao động). Các phần tử vật chất chỉ dao động chứ không dịch chuyển theo sóng. Quá trình truyền sóng là quá trình truyền pha dao động hay quá trình lan truyền năng lượng dao động.

+ Có hai loại sóng :

  → Sóng ngang : Các phần tử dao động vuông góc với phương truyền sóng.

  → Sóng dọc : Các phần tử dao động dọc theo phương truyền sóng.

+ Các đại lượng đặc trưng cho sóng :

- Vận tốc truyền sóng (truyền pha) : $v = \dfrac{S}{t}$

- Tần số, chu kì của sóng : (là của dao động) f, T.

- Bước sóng λ : Khoảng cách 2 điểm gần nhất dao động cùng pha :

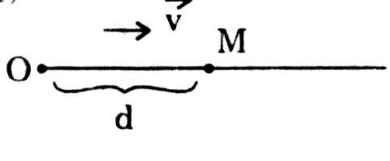
$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

- Biên độ của sóng.

8. *Phương trình (biểu thức) của sóng*

+ Nếu O (nguồn sóng) có phương trình $u = a\sin(\omega t)$

thì $u_M = a\sin\left(2\pi ft - \dfrac{2\pi d}{\lambda}\right)$; coi a = const.



+ Phương trình sóng u_M có 2 đặc điểm :

  - Tuần hoàn theo thời gian chu kì T.
  - Tuần hoàn theo không gian chu kì λ.

9. *Sóng âm*

+ Là sóng dọc.
+ Các đặc trưng sinh lí : độ to, độ cao, âm sắc.
+ Dây đàn :

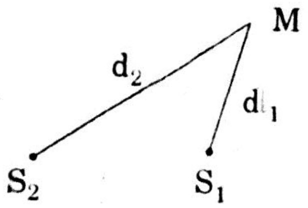
  - Tần số cơ bản của dây : $f = \dfrac{v}{2l}$
  - Vận tốc truyền sóng trên dây dài l là : $v = \sqrt{\dfrac{F}{\rho}}$

  (F : lực căng dây, ρ : mật độ dài cua khối lượng của dây)

10. *Giao thoa sóng*

+ Điều kiện : Phải có 2 nguồn sóng kết hợp tạo nên 2 hệ sóng kết hợp ((λ, T như nhau, $\Delta\varphi$ = const).
+ Hình ảnh giao thoa : Giao thoa là sự gặp nhau của 2 sóng kết hợp tạo nên.

  - Những gợn sóng (quĩ tích các điểm dao động với biên độ tổng hợp cực đại) : Lúc $\delta = d_2 - d_1 = K\lambda$.
  - Những gợn sóng (quĩ tích các điểm không dao động) : Lúc $\delta = d_2 - d_1 = \left(K + \dfrac{1}{2}\right)\lambda$.



  - Các gợn sóng này có vị trí và số lượng xác định, không đổi theo thời gian.

11. *Sóng dừng*

+ Điều kiện :

  - Phải có 2 đoàn sóng kết hợp gặp nhau.
  - Với 1 dây, chiều dài của dây theo điều kiện : $l = n\dfrac{\lambda}{2}$ (chứa số nguyên lần nửa bước sóng, số nguyên lần bó sóng) hoặc $l = \left(n - \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda}{2}$.

+ Hình ảnh : có các nút và bụng xen kẽ. Khoảng cách giữa các nút kế tiếp (hay bụng kế tiếp) là $\dfrac{\lambda}{2}$.

  Bụng là nơi có biên độ tổng hợp cực đại.

  Nút là nơi có biên độ tổng hợp bằng 0 (đứng yên).

II. CÁC BÀI TOÁN

Sau đây ta tạm chia thành nhiều chủ đề để dễ theo dõi và dễ học.

Chủ đề 1

CHỨNG MINH CƠ HỆ DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA. TÌM CÁC ĐẠI LƯỢNG

1. **Sử dụng 1 trong 2 phương pháp sau** (hoặc kết hợp) để chứng minh cơ hệ dao động điều hòa, với các lược đồ giải :

+ ***Phương pháp động lực học***

* Tìm các lực tác dụng lên cơ hệ dao động điều hòa.

* Tìm hợp lực của chúng.

* Dùng định luật II Newton, nếu hợp lực có dạng $F = -Kx$ hoặc dẫn đến phương trình $x'' + \omega^2 x = 0$ thì khẳng định được cơ hệ dao động điều hòa.

* Từ đó tìm được các đại lượng : ω, f, T, W, A, φ... v.v...

+ ***Phương pháp bảo toàn***

* Tìm các dạng năng lượng của các yếu tố trong cơ hệ dao động điều hòa.

* Nếu $F_{ms} = 0$, $F_C = 0$ thì cơ năng của cơ hệ W = const. Lấy $\dfrac{dW}{dt} = 0$, dẫn đến phương trình $x'' + \omega^2 x = 0$; ta khẳng định hệ dao động điều hòa.

* Tìm các đại lượng (như trên).

2. **Chú ý**

+ Với thế năng hấp dẫn : Nếu con lắc dao động theo phương ngang hoặc thẳng đứng thì ta không kể đến thế năng hấp dẫn trong biểu thức W = const. Bởi vì có thể coi $W_t = 0$ (theo phương ngang) hoặc $W_t = mgh$ của vật nặng đã được khử với 1 thành phần của thế năng đàn hồi hoặc 1 phần đã gộp vào hằng số.

+ Lúc đó : $W_t = \dfrac{Kx^2}{2}$ chỉ kể x từ vị trí cân bằng.

1. Cho một lò xo cấu tạo đồng đều, khối lượng không đáng kể, có độ dài tự nhiên là $l_0 = 45$cm, độ cứng $K_0 = 200$N/m. Cắt lò xo thành 2 phần dài l_1, l_2 ($l_2 = 2l_1$) có độ cứng tương ứng K_1, K_2.

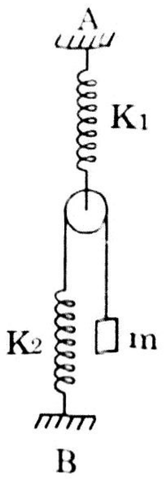
1. Chứng minh rằng : $\frac{K_1}{K_2} = \frac{l_2}{l_1}$. Tìm K_1, K_2 ?

2. Bố trí cơ hệ thẳng đứng như hình. Cho dây nối không khối lượng, không dãn. Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và mọi ma sát. Kéo m khỏi vị trí cân bằng xuống phía dưới một đoạn a = 2cm rồi buông nhẹ.

   a) Chứng minh m dao động điều hòa.

   b) Viết phương trình dao động. Biết T = 1(s); t = 0 khi bắt đầu thả vật, chiều dương hướng xuống.

3. Tìm lực tác dụng cực đại của hệ lên A và lực cực tiểu lên B. Lấy $g = 10m/s^2$, $\pi^2 = 10$.



Giải

1.* Treo 1 vật có khối lượng m vào lò xo l_o, l_1, l_2. Đến khi vật cân bằng, các đoạn dãn tương ứng là Δl_o, Δl_1, Δl_2. Khi đó :

$$P = mg = K_o\Delta l_o = K_1\Delta l_1 = K_2\Delta l_2 \quad (1)$$

* Gọi Δx_o : độ dãn của 1 đơn vị chiều dài thì :

$$\Delta l_o = l_o.\Delta x_o \ ; \quad \Delta l_1 = l_1.\Delta x_o \ ; \quad \Delta l_2 = l_2.\Delta x_o \quad (2)$$

* Đưa (1) vào (2) ta có :

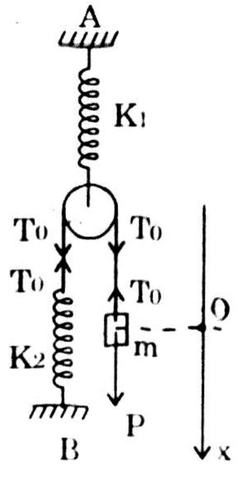
$$K_o l_o = K_1 l_1 = K_2 l_2 \quad (3) \quad \text{hay} \quad \frac{K_1}{K_2} = \frac{l_2}{l_1} \quad (4) \ (\text{đpcm})$$

* Từ (3) ta có :

$$K_1 = \frac{K_o l_o}{l_1} = \frac{K_o.3l_1}{l_1} = 3K_o = \mathbf{600N/m}$$

$$K_2 = \frac{K_o l_o}{l_2} = \frac{K_o.3l_1}{2l_1} = \frac{3}{2}K_o = \mathbf{300N/m}$$

2.a) ***Chứng minh cơ hệ dao động điều hòa :***



+ **Xét vật ở vị trí cân bằng, các lực tác dụng lên hệ như hình bên. Điều kiện cân bằng áp dụng cho :**

* Vật : $\vec{P} + \vec{T_o} = \vec{0} \rightarrow mg = T_o \quad (1)$

* Lò xo K_2 : $T_o = K_2\Delta l_2 \quad (2)$

* Lò xo K_1 : $2T_o = K_1\Delta l_1 \quad (3)$

(Δl_1, Δl_2 : độ biến dạng ban đầu của hai lò xo)

+ Ở vị trí bất kì vật có li độ là x :

* Vậy : $mg - T = mx'' \quad (4)$

$$2T = K_1(\Delta l_1 + x_1) \quad (5)$$

$$T = K_2(\Delta l_2 + x_2) \qquad (6)$$

$\Delta l_1 + x_1$; $\Delta l_2 + x_2$ là độ biến dạng của hai lò xo

* (5 và (6) → $K_1\Delta l_1 + K_1x_1 = 2K_2\Delta l_2 + 2K_2x_2$ (7)

(2 và (3) → $K_1\Delta l_1 = 2K_2\Delta l_2$ (8)

(7 và (8) → $K_1x_1 = 2K_2x_2 \rightarrow x_2 = \frac{K_1x_1}{2K_2}$ (9)

* Vì khi đầu lò xo K_2 dịch một đoạn x_2 thì đầu lò xo K_1 dịch một đoạn $2x_1$ làm cho vật dịch một đoạn x.

$$x = x_2 + 2x_1 \qquad (10)$$

Đưa (9) vào (10), biến đổi ta có : $x_1 = \frac{2K_2}{K_1 + 4K_2}x$ (11)

Đưa (11) vào (9), biến đổi ta có : $x_2 = \frac{K_1}{K_1 + 4K_2}x$ (12)

* Từ 6) ta có : $T = K_2\Delta l_2 + K_2x_2 = T_0 + \frac{K_1K_2}{K_1 + 4K_2}x = mg + \frac{K_1K_2}{K_1 + 4K_2}x$

Đưa biểu thức này vào (4) để có :

$$mg - mg - \frac{K_1K_2}{K_1 + 4K_2}x = mx'' \rightarrow x'' + \frac{K_1K_2}{m(K_1 + 4K_2)}x = 0$$

Đặt $\omega^2 = \frac{K_1K_2}{m(K_1 + 4K_2)}$, ta có : $x'' + \omega^2x = 0$ (13)

(13 chứng tỏ cơ hệ dao động điều hòa, tần số góc của dao động là ω, chu kì là T.

$$\omega = \sqrt{\frac{K_1K_2}{m(K_1 + 4K_2)}} \; ; \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m(K_1 + 4K_2)}{K_1K_2}} \qquad (14)$$

b) *Phương trình dao động :*

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad (15)$$

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \qquad (16)$$

* Với $T = \frac{2\pi}{\omega} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$ rad/s

* Điều kiện ban đầu : $t = 0 \begin{cases} \rightarrow x_0 = +2 = A\sin\varphi & (17) \\ \rightarrow v_0 = 0 = A\omega\cos\varphi & (18) \end{cases}$

(18) → $\cos\varphi = 0$ và $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$

(17) → chỉ lấy $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ và A = 2cm

* Vậy phương trình dao động là : $x = 2\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm).

3.* *Tìm m :*

Từ (14) → $$m = \frac{K_1K_2T^2}{4\pi^2(K_1 + 4K_2)} \qquad (19)$$

Thay số vào (19) : $$m = \frac{600 \times 300 \times 1^2}{4 \times 10(600 + 1200)} = 2{,}5\text{kg}$$

* Lực cực tiểu lên B :

$$F_B = K_2(\Delta l_2 + x_2) = K_2\Delta l_2 + K_2x_2 = mg + \frac{K_1K_2}{K_1 + 4K_2}x$$

F_B cực tiểu khi x = –A nên :

$$F_{B\min} = mg - \frac{K_1K_2}{K_1 + 4K_2}A = 2{,}5 \times 10 - \frac{600 \times 300}{600 + 1200} \times 2.10^{-2} = 23\text{N}$$

* Lực cực đại lên A :

$$F_A = K_1(\Delta l_1 + x_1) = K_1\Delta l_1 + K_1x_1 = 2mg + \frac{2K_1K_2}{K_1 + 4K_2}x$$

F_A cực đại khi x = +A nên :

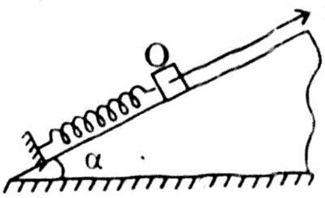
$$F_{A\max} = 2\left(mg + \frac{K_1K_2}{K_1 + 4K_2}A\right) = 2\left(2{,}5 \times 10 + \frac{600 \times 300}{600 + 1200} \times 2.10^{-2}\right)$$

$$F_{A\max} = 54\text{N}$$

2. Một lò xo lí tưởng, độ dài tự nhiên l_o = 12,0cm. Treo lò xo vào 1 điểm cố định, thẳng đứng, đầu dưới có vật nặng m = 200g (bề dày không đáng kể) thì lò xo dài l_1 = 14,0cm. Bỏ qua mọi ma sát, g = 10m/s^2.

1. Tìm độ cứng K của lò xo.

2. Cho con lắc trên đặt trên đường dốc chính nghiêng góc α so với phương ngang. Khi vật cân bằng, lò xo dài l_2 = 11,0cm (ở O). Bỏ qua mọi ma sát.



a) Tìm α.

b) Chọn Ox như hình vẽ. Kéo vật ra khỏi O một đoạn nhỏ, vật có tọa độ x_1 = +4,5cm rồi buông ra. Chứng minh vật dao động điều hòa. Tìm chu kì dao động và viết phương trình dao động.

Giải

1. *Con lắc đàn hồi thẳng đứng :*

+ Ở vị trí cân bằng : vật chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$ và lực đàn hồi $\vec{F_0}$.

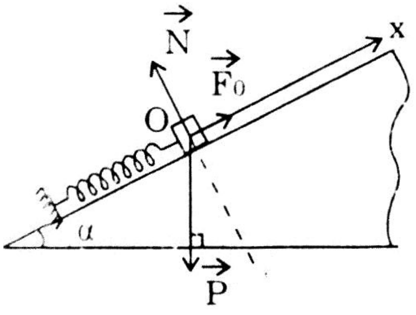
+ Điều kiện cân bằng của vật là : $\vec{F} + \vec{P} = \vec{0}$

$$mg - K.x_o = 0 \rightarrow K = \frac{mg}{x} = \frac{mg}{l_1 - l_o} \qquad (1)$$

$$K = \frac{0,2 \cdot 10}{(14 - 12).10^{-2}} = 100N/m$$

2. *Con lắc trên đường dốc chính :*

a) + Ở vị trí cân bằng : Vật chịu các lực : phản lực $\vec{N}$ của mặt phẳng nghiêng, trọng lực $\vec{P}$, lực đàn hồi $\vec{F}_o$. Điều kiện cân bằng :



$$\vec{N} + \vec{P} + \vec{F}_o = \vec{0}$$

+ Theo phương mặt phẳng nghiêng :

$$-mg\sin\alpha - K(l_2 - l_o) = 0 \rightarrow \sin\alpha = \frac{-K(l_2 - l_o)}{mg} \qquad (2)$$

Đưa (1) vào (2) : →
$$\sin\alpha = \frac{-K(l_2 - l_o)}{K(l_1 - l_o)} = -\frac{l_2 - l_o}{l_1 - l_o} \qquad (3)$$

$$\sin\alpha = -\frac{11 - 12}{14 - 12} = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 30^o$$

b) + Ở vị trí bất kì : vật chịu 3 lực tác dụng : $\vec{N}$, $\vec{P}$, $\vec{F}$ (lực đàn hồi).

- Theo định luật II Newton, xét theo phương của mặt phẳng nghiêng ta có :

$$-mg\sin\alpha - K(l_2 + x - l_o) = mx'' \qquad (4)$$

Do : $-mg\sin\alpha - K(l_2 - l_o) = 0$ nên (4) trở thành :

$$-Kx = mx'' \rightarrow x'' + \frac{K}{m}x = 0 \qquad (5)$$

+ Đặt $\omega^2 = \frac{K}{m}$ thì (5) trở thành : $x'' + \omega^2 x = 0$ (6)

(6) chứng tỏ vật m dao động điều hòa với tần số góc ω :

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,2}} = 10\sqrt{5} \text{ rad/s}$$

+ Chu kì dao động :
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = \frac{2\pi}{10\sqrt{5}} \approx 0,281 \text{ s}$$

+ (6) có nghiệm là : $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ (7)

Do đó : $v = x' = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$ (8)

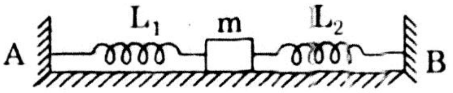
+ Điều kiện ban đầu : $t = 0 \begin{cases} x_o = +4,5 = A\sin\varphi & (9) \\ v_o = 0 = A\omega\cos\varphi & (10) \end{cases}$

(10) → $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$; (9) buộc phải chọn $\varphi = +\frac{\pi}{2}$

và khi đó A = 4,5 cm. Vậy phương trình dao động là :

$$x = 4,5\sin\left(10\sqrt{5}t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm).}$$

3. Hai lò xo giống hệt nhau (coi là không có khối lượng), độ cứng mỗi lò xo là K = 5N/m, mắc vào vật nặng m = 50g như hình vẽ.



Vật m dao động theo phương ngang. Bỏ qua mọi ma sát ; trong quá trình dao động, 2 lò xo luôn bị kéo dãn.

Chọn gốc tọa độ O ở vị trí cân bằng của m, chiều dương từ A sang B.

Lúc t = 0, ta thấy m qua vị trí O theo chiều âm với vận tốc 50cm/s.

1. Chứng minh m dao động điều hòa quanh O.

2. Viết phương trình dao động của m.

3. Tìm vận tốc và gia tốc của m khi nó có li độ là x = 2,5cm.

Gợi ý

+ Viết phương trình cân bằng lực ở vị trí cân bằng.

+ Viết hợp lực theo định luật II Newton ở vị trí bất kì, suy ra :

$$x'' + \frac{2K}{m}x = 0$$

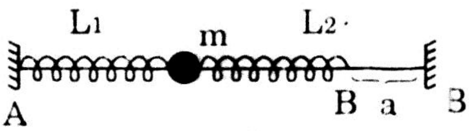
+ Tìm : $\omega = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 10\sqrt{2}$ rad/s

+ Đưa điều kiện ban đầu vào để có : $x = 2,5\sqrt{2}\sin(10\sqrt{2}t + \pi)$(cm/s)

+ Dùng hệ thức độc lập $v^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$, tìm được : $v = \pm 25\sqrt{2}$ cm/s

+ Tìm : $a = -\omega^2 x = -500\text{cm/s}^2$

4. Cho cơ hệ như hình vẽ. Quả nặng khối lượng m. Hai lò xo L_1 và L_2 có độ cứng K_1, K_2. Bỏ qua khối lượng các lò xo, mọi ma sát. Quả nặng dao động ngang. Giữ m nằm yên, kéo đầu B của L_2 đến B_1 (với $BB_1 = a$) và cố định tại B_1 rồi thả m ra.

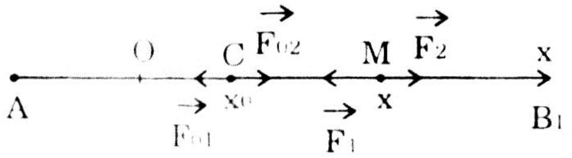


1. Chứng minh rằng m dao động điều hòa. Lập phương trình dao động của m; tìm biên độ A và chu kì T của m.
2. Tìm vận tốc cực đại của m.

Giải

1.a) *Chứng minh m dao động điều hòa :*

- Chọn gốc tọa độ O là vị trí lúc m còn giữ nằm yên, lò xo L_1 chưa biến dạng. Vật m chỉ chịu tác dụng của lực đàn hồi của L_2.



Do L_2 bị kéo dãn 1 đoạn a về phía phải nên khi thả m ra thì m ở vị trí biên bên phải. Vậy lúc dao động m luôn có tọa độ (độ dời) $x > 0$.

- Vật m ở vị trí cân bằng C có tọa độ x_0, nó chịu 2 lực đàn hồi : của L_1 độ lớn là $F_{01} = K_1x_0$; của L_2 có độ lớn là $F_{02} = K_2(a - x_0)$.

Điều kiện cân bằng của m là : $\vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = \vec{0}$ (1)

Chiếu (1) lên **Ox ta có** : $F_{02} - F_{01} = 0 = K_2(a - x_0) - K_1x_0$

$\rightarrow \quad K_2a = (K_1 + K_2)x_0$ (2)

Hay $x_0 = \dfrac{K_2a}{K_1 + K_2}$ (3)

(3) giúp ta tìm **được** vị trí cân bằng C.

- Vật m ở vị trí **bất** kì M, có tọa độ x (độ dời x). Khi đó L_1 dãn một đoạn x có lực đàn **hồi** $F_1 = K_1x$; L_2 còn dãn một đoạn $(a - x)$ và có lực đàn hồi $F_2 = K_2(a - x)$.

Vậy hợp lực đặt **vào m theo định luật** II Newton là : $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a}$ (4)

+ Chiếu (4) lên **Ox ta có** : $K_2(a - x) - K_1x = ma = mx''$

$\rightarrow \quad K_2a - (K_1 + K_2)x = mx''$ (5)

+ Thay (2) vào (5) ta có : $-(K_1 + K_2)(x - x_0) = mx''$

$$\rightarrow \quad x'' + \left(\frac{K_1 + K_2}{m}\right)(x - x_0) = 0 \qquad (6)$$

+ Đặt $X = x - x_0$; do $x_0 = \text{const}$ nên $X'' = x'' = (x - x_0)''$

và (6) có **dạng** : $X'' + \left(\dfrac{K_1 + K_2}{m}\right)X = 0$ (7)

+ Đặt $\omega^2 = \dfrac{K_1 + K_2}{m}$ (8) thì (6) có dạng : $X'' + \omega^2X = 0$ (9)

(9) chứng tỏ m **dao động** điều hòa.

b) *Tìm A, T và phương trình dao động :*

* m dao động điều hòa với tần số góc ω là : $\omega = \sqrt{\dfrac{K_1 + K_2}{m}}$ (10)

* Chu kì dao động của m là : $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K_1 + K_2}}$ (11)

* (9) có nghiệm là : $X = A\sin(\omega t + \varphi)$ (12)

và $v = x' = \dot{X}' = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$ (13)

* Điều kiện ban đầu :

Lấy t = 0 khi thả m ra thì khi đó : x = 0 và v = 0.

$$t = 0 \begin{cases} \rightarrow X = x - x_o = -x_o = A\sin\varphi & (14) \\ \rightarrow v = 0 = A\omega\cos\varphi & (15) \end{cases}$$

(15) → $\cos\varphi = 0$ và $\varphi = \pm\dfrac{\pi}{2}$

(14) buộc ta chọn $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$ (do $x_o > 0$, $A > 0$) và vì vậy $A = x_o$

+ Như vậy từ $X = x - x_o = A\sin(\omega t + \varphi)$ ta có :

$$x = x_o + A\sin(\omega t + \varphi) = x_o[1 + \sin(\omega t + \varphi)]$$

$$x = \frac{K_2 a}{K_1 + K_2}\left[1 + \sin\left(\sqrt{\frac{K_1 + K_2}{m}}.t - \frac{\pi}{2}\right)\right] \quad (16)$$

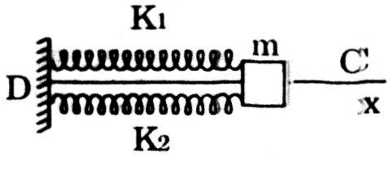
2. *v_{max} của m :*

Theo (12) : $v_{max} = A\omega$; $A = x_o$

nên : $v_{max} = \sqrt{\dfrac{K_1 + K_2}{m}}.x_o = \sqrt{\dfrac{K_1 + K_2}{m}}.\dfrac{K_2 a}{K_1 + K_2}$

$$v_{max} = \frac{K_2 a}{\sqrt{m(K_1 + K_2)}}$$

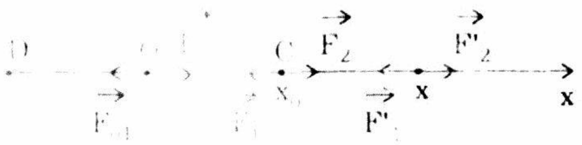
5. Cho cơ hệ như hình vẽ. Thanh cứng nằm ngang xuyên qua vật m và hai lò xo độ cứng K_1 và K_2. Bỏ qua mọi ma sát. Lúc đầu, lò xo K_1 đã bị dãn một đoạn l_1, lò xo K_2 bị nén một đoạn l_2 khi ta giữ yên vật m. Thả tay ra cho m dao động.



1. Chứng minh rằng m dao động điều hòa. Tìm biên độ A và chu kì dao động T của vật. Viết phương trình dao động của vật.
2. Tìm vận tốc cực đại của vật ?

Giải

1.a) *Chứng minh m dao động điều hòa*



+ Chọn Ox : O ở nơi vật còn được giữ yên.

Lúc đó vật chịu tác dụng của 2 lực đàn hồi : của K_1 với $F_{01} = K_1 l_1$, của K_2 với $F_{02} = K_2 l_2$.

+ Giả sử rằng $F_{02} > F_{01}$ thì vị trí O chính là biên bên trái (vì khi thả vật ra, vật bị $F_{02} > F_{01}$ kéo về bên phải). Vậy m sẽ dao động với $x > 0$.

+ Vậy vị trí cân bằng của vật ở C (tọa độ x_0). Ở đó $F_1 = F_2$

$$\text{và : } \quad \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \tag{1}$$

Chiếu (1) lên Ox ta có : $\quad -K_1(l_1 + x_0) + K_2(l_2 - x_0) = 0$

$$\rightarrow \quad x_0 = \frac{K_2 l_2 - K_1 l_1}{K_1 + K_2} \tag{2}$$

+ Khi vật ở vị trí bất kì có độ dời x : Lò xo K_1 dãn thêm 1 đoạn x nên lực đàn hồi $F'_1 = K_1(l_1 + x)$; lò xo K_2 bớt nén 1 đoạn x nên $F'_2 = K_2(l_2 - x)$ và hợp lực (theo định luật II Newton) là :

$$\vec{F'_1} + \vec{F'_2} = m\vec{a} \tag{3}$$

Chiếu (3) lên Ox ta có : $\quad -K_1(l_1 + x) + K_2(l_2 - x) = ma = mx''$

$$\text{Hay} \qquad -(K_1 + K_2)x + K_2 l_2 - K_1 l_1 = mx'' \tag{4}$$

+ Đưa (2) vào (4) ta có : $$x'' + \frac{K_1 + K_2}{m}(x - x_0) = 0 \tag{5}$$

+ Chú ý theo (2) : x_0 = const nên đặt $X = x - x_0$ thì $X'' = (x - x_0)'' = x''$

và (5) trở thành : $$X'' + \frac{K_1 + K_2}{m}X = 0 \tag{6}$$

+ Đặt $\omega^2 = \dfrac{K_1 + K_2}{m}$ (7) thì (6) trở thành : $$X'' + \omega^2 X = 0 \tag{8}$$

(8) chứng tỏ m dao động điều hòa (đpcm)

b) *Tìm A, T, phương trình dao động :*

+ Vật m dao động điều hòa với tần số góc và chu kì là :

$$\omega = \sqrt{\frac{K_1 + K_2}{m}} \tag{9}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1 + K_2}} \tag{10}$$

+ *Nếu $x_o > 0$:* O là biên bên trái.

* Theo (2) thì : $K_2 l_2 > K_1 l_1$ và

$$\begin{cases} X = A\sin(\omega t + \varphi) & (11) \\ v = A\omega\cos(\omega t + \varphi) & (12) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} t = 0 &\rightarrow X_o = x - x_o = -x_o = A\sin\varphi && (13) \\ x = 0 &\rightarrow v = 0 = A\omega\cos\varphi && (14) \end{aligned}$$

$$(14) \rightarrow \quad \cos\varphi = 0 \quad \rightarrow \quad \varphi = \pm\frac{\pi}{2}$$

$$(13) \rightarrow \quad \text{chọn } \varphi = -\frac{\pi}{2} \quad \text{và} \quad A = x_o$$

Vậy : $x - x_o = X = A\sin(\omega t + \varphi) \quad \rightarrow \quad x = x_o + x_o\sin(\omega t + \varphi)$

Hay

$$x = \frac{K_2 l_2 - K_1 l_1}{K_1 + K_2}\left[1 + \sin\left(\sqrt{\frac{K_1 + K_2}{m}}\,t - \frac{\pi}{2}\right)\right] \qquad (15)$$

+ *Nếu $x_o < 0$:* O là vị trí biên bên phải, $x < 0$, $F_{02} < F_{01}$ thì theo (2) ta có $K_2 l_2 < K_1 l_1$:

$$\begin{aligned} t = 0 &\rightarrow X_o = -x_o = A\sin\varphi && (16) \\ x = 0 &\rightarrow v = 0 = A\omega\cos\varphi && (17) \end{aligned}$$

$$(17) \rightarrow \quad \cos\varphi = 0 \quad \rightarrow \quad \varphi = \pm\frac{\pi}{2}$$

$$(16) \rightarrow \quad \text{chọn } \varphi = +\frac{\pi}{2} \ (\text{do } x_o < 0,\ A > 0) \quad \text{và} \quad A = -x_o$$

Vậy : $x - x_o = -x_o\sin(\omega t + \varphi) \quad \rightarrow \quad x = -x_o[\sin(\omega t + \varphi) - 1]$

Hay

$$x = \frac{K_1 l_1 - K_2 l_2}{K_1 + K_2}[\sin(\omega t + \varphi) - 1]$$

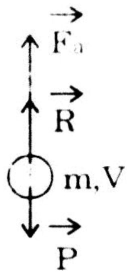
$$x = \frac{K_1 l_1 - K_2 l_2}{K_1 + K_2}\left[\sin\left(\sqrt{\frac{K_1 + K_2}{m}}\,t + \frac{\pi}{2}\right) - 1\right] \qquad (18)$$

2. ***v_{max}* :**

Theo (12), $v_{max} = |A\omega| = \left|\frac{K_2 l_2 - K_1 l_1}{K_1 - K_2}\right| . \sqrt{\frac{K_1 + K_2}{m}} = \frac{|K_2 l_2 - K_1 l_1|}{\sqrt{m(K_1 + K_2)}}$

6. Một quả cầu thể tích $V = 50cm^3$, khối lượng $m = 10g$, buộc vào một đầu dây rất mảnh. Đầu kia của dây được gắn vào đáy của bình đựng chất lỏng. Dây neo dài $l = 1m$; chất lỏng có khối lượng riêng $D = 1500kg/m^3$. Đẩy quả cầu cho dây neo lệch 5^0 so với phương thẳng đứng rồi thả nhẹ cho vật dao động. Bỏ qua ma sát. Cho rằng quả cầu luôn ở trong chất lỏng. Chứng minh quả cầu dao động điều hòa. Viết phương trình dao động của quả cầu. Cho $g = 10m/s^2$.

Giải



* Xét theo phương thẳng đứng, quả cầu luôn chịu lực $\vec{P}$ (trọng lực) và lực đẩy Acsimét.

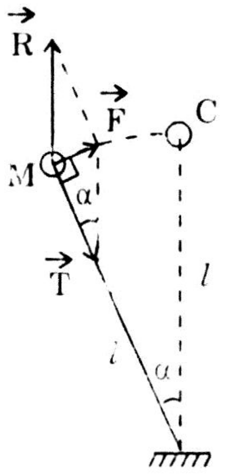
* $P = mg = 10.10^{-3}.10 = 0,1N$

* Lực đẩy Acsimét F_a bằng trọng lượng của phần chất lỏng bị vật chiếm chỗ.

$$F_a = V.D.g = 50.10^{-6}.1500.10 = 0,75N$$

* $\vec{P}$ và $\vec{F_a}$ ngược hướng, $F_a > P$; hợp lực $\vec{R} = \vec{F_a} + \vec{P}$ luôn hướng thẳng đứng lên trên và có độ lớn :

$$R = F_a - P = 0,75 - 0,1 = 0,65N = const$$



* Xét ở vị trí bất kì, dây lệch góc α bé, vật chịu tác dụng của $\vec{R}$ và sức căng dây neo $\vec{T}$. Hợp lực $\vec{F}$:

$$\vec{F} = \vec{R} + \vec{T} \qquad (1)$$

* $\vec{F}$: theo phương tiếp tuyến với $S = \overset{\frown}{MC}$, F và S luôn ngược chiều, dao động bé nên $\sin\alpha \approx \alpha = \frac{S}{l}$.

$$F = -R\sin\alpha \approx -R\alpha = -R\frac{S}{l} \qquad (2)$$

* Định luật II Newton cho $\vec{F}$ thì :

$$F = -R\frac{S}{l} = ma = mS'' \quad \rightarrow \quad S'' + \frac{R}{ml}S = 0 \qquad (3)$$

* Do $\frac{R}{ml} > 0$, đặt $\omega^2 = \frac{R}{ml}$ (4)

Đưa (4) vào (3) ta có : $S'' + \omega^2 S = 0$ (5)

(5) chứng tỏ quả cầu dao động điều hòa.

* Tần số góc của dao động là : $\omega = \sqrt{\frac{R}{ml}} = \sqrt{\frac{0,65}{0,01 \times 1}} \approx 8,1$ rad/s

Phương trình (5) có nghiệm là : $S = S_0\sin(\omega t + \varphi)$ (6)

$v = S' = S_0\omega\cos(\omega t + \varphi)$ (7)

(6) chia vế cho l và chú ý $\alpha = \frac{S}{l}$; $\alpha_0 = \frac{S_0}{l}$ ta có :

$$\alpha = \alpha_0\sin(\omega t + \varphi) \qquad (8)$$

* Theo giả thiết : t = 0 $\begin{cases} \alpha = +5^\circ = \alpha_0 \sin\varphi & (9) \\ v = 0 = S_0\omega\cos\varphi & (10) \end{cases}$

$$(10) \rightarrow \quad \cos\varphi = 0 \quad \rightarrow \quad \varphi = \pm\frac{\pi}{2}$$

Cho rằng kéo dây lệch 5° theo chiều dương, theo (9) thì $\sin\varphi > 0$, nên ta chỉ chọn $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ và $\alpha_0 = 5^\circ$.

* $$S_0 = \alpha_0 l = 5 \times \frac{3,14}{180} \times 1 = 0,087 \text{ m} = 8,7\text{cm}$$

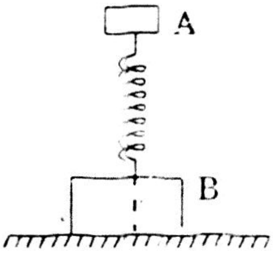
* Phương trình dao động của quả cầu là : $S = 8,7 \sin\left(8,1t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm) (11).

7. Hai vật A (khối lượng m_1 = 1kg) và B (khối lượng m_2 = 4.1kg) nối nhau qua lò xo không có khối lượng, độ cứng K = 625N/m (xem hình); g = 9,8m/s². Kéo A khỏi vị trí cân bằng một đoạn a = 1,6cm rồi thả cho A dao động. Tìm :

a) Chu kì T của A.

b) Tìm vận tốc cực đại của A.

c) Tìm lực cực đại và cực tiểu tác dụng lên bàn.



(Câu III, Đề thi Đại học Kinh tế Quốc dân 1997)

Giải

a) *Tìm T :*

* B đứng yên, A dao động; A và lò xo là 1 con lắc đàn hồi.

* Vậy : $\omega = \sqrt{\frac{K}{m_1}} = \sqrt{\frac{625}{1}} = 25$ rad/s

* $$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{25} \approx 0,25 \text{ s}$$

b) *Tìm v_{max} :*

* Từ vị trí cân bằng, kéo m_1 (A) ra a = 1,6cm rồi buông nhẹ, $v_0 = 0$. Vậy biên độ dao động của m_1 là A = a = 1,6cm.

* Đã biết : $v_{max} = A\omega = a\omega = 1,6.10^{-2} \times 25 = 0,4$ m/s

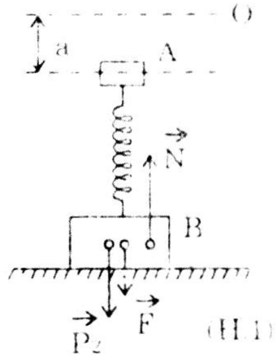
c) *Tìm áp lực cực đại, cực tiểu lên bàn :*

* Ở vị trí cân bằng O, lò xo bị nén một đoạn x_0. Vật m_1 chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P_1} = m_1\vec{g}$ cân bằng với lực đàn hồi $F_0 = Kx_0$.

Điều kiện cân bằng là : $Kx_0 = m_1g$ (1)

* Ở bất kì vị trí nào của A, B chịu các lực tác dụng: Trọng lực $\vec{P_2}$ ($P_2 = m_2g$); lực đàn hồi của lò xo $\vec{F}$ và phản lực của bàn $\vec{N}$.

Vì vật B đứng yên nên: $\vec{P_2} + \vec{F} + \vec{N} = 0$ (2)



* Khi lò xo bị nén tối đa (xem hình 1):

$$m_2g - N_{max} + F_{max} = 0$$

Với: $F_{max} = K(x_0 + a)$

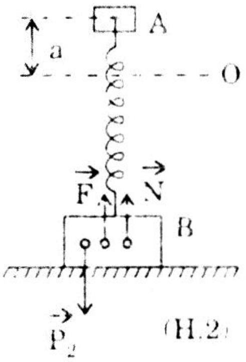
Vậy: $N_{max} = m_2g + F_{max} = m_2g + Kx_0 + Ka$

$$N_{max} = m_2g + m_1g + Ka \quad (3)$$

Theo định luật III Newton, áp lực cực đại lên bàn:

$$P'_{max} = N_{max} = (m_2 + m_1)g + Ka \quad (4)$$

$$P'_{max} = (4,1 + 1)\,9,8 + 625.1,6.10^{-2} \approx 59,98N$$



* Khi lò xo bị dãn tối đa (xem hình 2):

$$m_2g - N_{min} + F_{min} = 0$$

Với: $F_{min} = -K(a - x_0)$

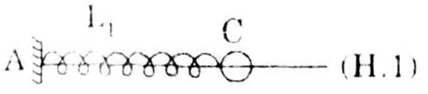
Vậy: $N_{min} = m_2g + F_{min} = m_2g + K(x_0 - a)$

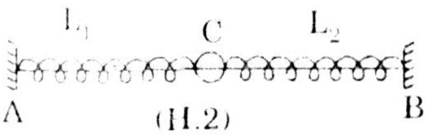
$$= m_2g + Kx_0 - Ka = m_2g + m_1g - Ka$$

Theo định luật III Newton thì áp lực nhỏ nhất lên bàn là: $P'_{min} = N_{min}$

$$P'_{min} = (m_2 + m_1)g - Ka = (4,1 + 1).9,8 - 625 \times 1,6.10^{-2} \approx 39,98N$$

8. Một quả cầu C có kích thước không đáng kể, khối lượng m = 250g mắc vào đầu lò xo L_1 khối lượng không đáng kể, độ cứng K_1 = 25N/m sao cho nó trượt dọc theo thanh kim loại mảnh nằm ngang. Đầu kia lò xo gắn vào điểm cố định A (H.1). Bỏ qua ma sát và sức cản của không khí.





(H.2)

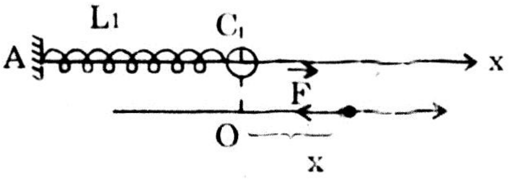
a) Kéo quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng, thả nhẹ. Chứng minh quả cầu dao động điều hòa và tìm chu kì dao động.

b) Nối vào C lò xo L_2 khối lượng không đáng kể, độ cứng K_2 = 75N/m; đầu kia của L_2 giữ cố định ở B sao cho tổng độ dãn cả 2 lò xo là d = 4cm (H.2). Kéo quả cầu về phía B tới vị trí L_2 có độ dài bằng độ dài tự nhiên của nó rồi thả cho quả cầu dao động. Chứng minh cơ hệ dao động điều hòa, lập phương trình dao động của quả cầu. Chọn t = 0 là lúc cơ hệ bắt đầu dao động.

(Câu III, Đề thi Đại học Bách khoa Hà Nội 1997)

Giải

a) *Con lắc L_1 và C :*



* Ở vị trí cân bằng, lò xo chưa co dãn.

* Ở mọi nơi, trọng lực quả cầu cân bằng với phản lực của dây.

* Chọn gốc tọa độ O là vị trí cân bằng của C. Ở vị trí bất kì, C có li độ là x, x cũng là độ biến dạng của lò xo. Theo phương ngang, quả cầu chịu tác dụng của lực đàn hồi $\vec{F}$, $|F| = K_1x$; F và x ngược dấu.

Áp dụng định luật II Newton cho F ta có :

$$F = -K_1x = ma = mx''$$

* Vậy : $x'' + \dfrac{K_1}{m}x = 0$ (1)

* Đặt $\dfrac{K_1}{m} > 0$ bằng $\omega^2 = \dfrac{K_1}{m}$ (2)

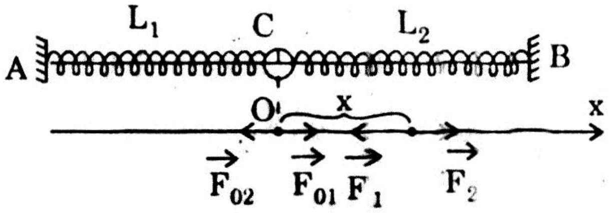
thì (1) biến thành : $x'' + \omega^2x = 0$ (3)

(3) chứng tỏ quả cầu dao động điều hòa.

* Tần số góc của dao động : $\omega = \sqrt{\dfrac{K_1}{m}}$

Chu kì dao động là : $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K_1}} = 2 \times 3{,}14\sqrt{\dfrac{0{,}25}{25}} \approx 0{,}628$ s

b) *Cơ hệ L_1, L_2, C :*



* Theo giả thiết, C ở vị trí cân bằng, L_1 dãn một đoạn x_{01}, L_2 dãn một đoạn x_{02} và :

$$d = x_{01} + x_{02} = 4 \text{ (cm)} \qquad (4)$$

* Điều kiện cân bằng : $\vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = \vec{0}$ (5)

Chiếu (5) lên trục Ox đã chọn (O ≡ vị trí cân bằng của C) và chú ý

$|F_{01}| = K_1x_{01}$, $|F_{02}| = K_2x_{02}$, ta có : $K_2x_{02} - K_1x_{01} = 0$ (6)

* Từ (6) và (4) ta nhận được : $x_{01} = 3x_{02}$ và $x_{01} = 3$cm, $x_{02} = 1$cm.

* Xét ở vị trí bất kì, C có li độ x.

L_1 dãn thêm một đoạn x, lực đàn hồi $\vec{F_1}$ có : $|F_1| = K_1(x_{01} + x)$

L_2 bớt dãn một đoạn x, nên có lực đàn hồi $\vec{F_2}$: $|F_2| = K_2(x_{02} - x)$

* Hợp lực : $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a}$ (7)

Chiếu (7) lên Ox : $K_2(x_{02} - x) - K_1(x_{01} + x) = ma$

$\rightarrow \quad K_2x_{02} - K_1x_{01} - (K_1 + K_2)x = ma = mx''$ (8)

* Đưa (6) vào (8) ta có : $x'' + \frac{K_1 + K_2}{m}x = 0$ (9)

* Đặt $\frac{K_1 + K_2}{m} > 0$ bằng $\omega^2 = \frac{K_1 + K_2}{m}$ (10)

Lúc đó (9) trở thành : $x'' + \omega^2x = 0$ (11)

(11) chứng tỏ cơ hệ dao động điều hòa với tần số góc là ω.

$$\omega = \sqrt{\frac{K_1 + K_2}{m}} = \sqrt{\frac{25 + 75}{0,25}} = 20 \text{ rad/s}$$

* Lúc t = 0, L_2 có chiều dài tự nhiên, vậy tọa độ đầu của C là :

$x = +x_{02} = +1\text{cm}$ và $v = 0$

$$t = 0 \begin{cases} x = +1 = A\sin(\omega t + \varphi) = A\sin\varphi & (12) \\ v = 0 = A\omega\cos(\omega t + \varphi) = A\omega\cos\varphi & (13) \end{cases}$$

(13) $\rightarrow \cos\varphi = 0 \rightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{2}$

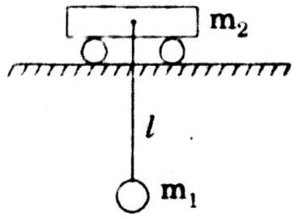
(12) $\rightarrow \sin\varphi > 0$ nên ta chọn $\varphi = +\frac{\pi}{2}$. Lúc đó : $\sin\varphi = \sin\frac{\pi}{2} = 1$

Và : $1 = A\sin\varphi = A \rightarrow A = 1\text{cm}$

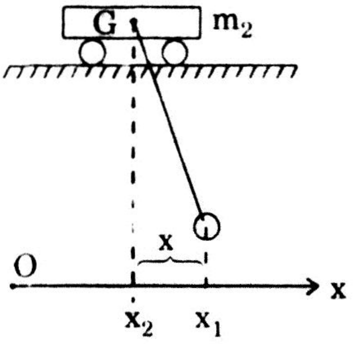
* Phương trình dao động của quả cầu là :

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) = 1\sin\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) \text{cm.}$$

9. Một con lắc đơn gồm thanh AB nhẹ cứng, dài l, đầu B gắn chất điểm khối lượng m_1, đầu A gắn với trọng tâm của xe lăn có khối lượng m_2, xe chuyển động trên đường ngang (xem hình). Bỏ qua mọi ma sát và lực cản. Cho con lắc dao động bé. Chứng minh cơ hệ dao động điều hòa. Tìm chu kì dao động.



Giải



+ Chọn hệ tọa độ Ox như hình vẽ (Ox song song với phương ngang). Khi con lắc dao động, xe chuyển động. Gọi x_1, x_2, $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ là tọa độ và vận tốc của vật nặng và xe. Để đơn giản gọi v_1, v_2 là vận tốc chiếu lên Ox.

+ Theo phương Ox, không có ngoại lực tác dụng, động lượng bảo toàn, chú ý lúc đầu hệ đứng yên nên :

$$m_1v_1 + m_2v_2 = 0 \qquad (1)$$

+ Mặt khác ta có : $x_1 = x_2 + x$ (2)

+ Lấy đạo hàm của (2) theo t :

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{dx_2}{dt} + \frac{dx}{dt} \quad \Rightarrow \quad v_1 = v_2 + v \qquad (3)$$

(v : vận tốc của con lắc)

+ Kết hợp (1) và (3) ta nhận được : $v_1 = \frac{m_2v}{m_1 + m_2}$ (4)

$$v_2 = -\frac{m_1v}{m_1 + m_2} \qquad (5)$$

+ Chọn gốc thế năng ở vị trí cân bằng của con lắc, dao động bé nên coi độ dời của con lắc là x. Do bỏ qua ma sát và sức cản, cơ năng của hệ bảo toàn ta có :

$$E = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + m_1gh + m_2gl = \text{const} \qquad (6)$$

+ Trong (6) h là độ cao của vật so với vị trí cân bằng của con lắc, do dao động bé, ta tính gần đúng :

$$m_1gh = m_1gl(1 - \cos\alpha) = m_1gl.2\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx \frac{m_1gl}{2}\alpha^2 \qquad (7)$$

Với $\alpha = \frac{x}{l}$; (7) cho ta : $m_1gh \approx m_1g\frac{x^2}{2l}$ (8)

+ $m_2gl = \text{const}$ (9)

+ Từ (6), (7), (8) ta rút ra :

$$\frac{1}{2}(m_1v_1^2 + m_2v_2^2) + m_1g\frac{x^2}{2l} = \text{const} \qquad (10)$$

+ Đưa (4), (5) vào (10), biến đổi sơ cấp; cuối cùng ta có :

$$\frac{1}{2} \times \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2} \times v^2 + \frac{1}{2}\frac{m_1}{l}gx^2 = \text{const} \qquad (11)$$

+ Đạo hàm (11) theo thời gian, với chú ý : v = F(t); x = G(t); x' = v; v' = a = x"; ta có :

$$\frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}.v.v' + \frac{m_1g}{l}.x.x' = 0$$

Hay $$\frac{m_2}{m_1 + m_2}x'' + \frac{g}{l}x = 0 \qquad (12)$$

+ Chia (12) cho $\frac{m_2}{m_1 + m_2}$ và đặt $\omega^2 = \frac{g(m_1 + m_2)}{m_2 l}$; ta sẽ có :

$$x'' + \omega^2 x = 0 \qquad (13)$$

+ (13) chứng tỏ con lắc dao động điều hòa với tần số góc và chu kì tính như sau :

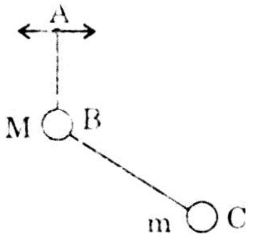
$$\omega = \sqrt{\frac{g(m_1 + m_2)}{m_2 l}} \qquad (14)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m_2 l}{g(m_1 + m_2)}} \qquad (15)$$

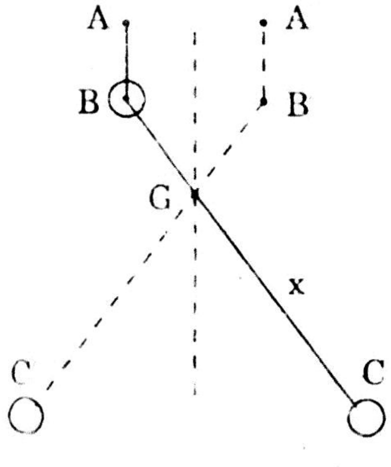
10. Treo con lắc dây BC với quả cầu khối lượng nhỏ m vào con lắc AB có khối lương M (xem hình).

Điểm A dao động bé dọc theo phương ngang với tần số f.

Tìm chiều dài *l* của dây BC. Biết rằng AB luôn luôn thẳng đứng.



Giải



- Con lắc AB luôn thẳng đứng nên khi dao động không có ngoại lực theo phương ngang tác dụng lên M, do đó không có ngoại lực theo phương ngang tác dụng lên hệ M + m. Vì vậy khối tâm G của hệ không dịch theo phương ngang.

- Kết quả là phần GC = x như là 1 con lắc có nơi buộc chặt là G, dao động bé có tần số là f bằng tần số của A.

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{x}} \qquad (1)$$

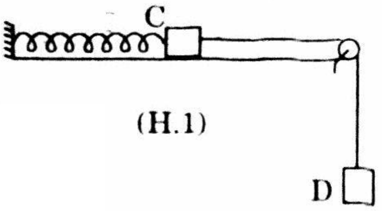
+ *Tìm x :* $x = GC$; $l - x = BG$

Ta có : $\frac{Mg}{mg} = \frac{x}{l - x} \rightarrow x = \frac{Ml}{m + M}$ (2)

+ Đưa (2) vào (1) ta có : $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(m + M)g}{Ml}}$ (3)

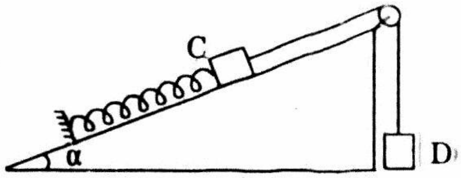
+ Biến đổi (3) ta có chiều dài của BC là : $l = \frac{(m + M)g}{4\pi^2 Mf^2}$ (4)

11. a) Một lò xo có độ cứng K = 80N/m, độ dài tự nhiên l_0 = 20cm, một đầu cố định, đầu kia mắc vào vật C khối lượng m_1 = 600g bằng 1 sợi dây không dãn qua 1 ròng rọc. Dây và ròng rọc đều không có khối lượng. Đầu dưới của dây treo vật D khối lượng m_2 = 200g (xem H.1).



(H.1)

Giữ D sao cho lò xo có độ dài l_1 = 21cm rồi thả nhẹ nhàng. Chứng minh rằng hệ dao động điều hòa và viết phương trình dao động ?



(H.2)

b) Đặt hệ thống như hình 2, góc α = 30°. Các điều kiện khác như câu a. Chứng minh hệ vẫn dao động điều hòa. Viết phương trình dao động. Cho $g = 10m/s^2$.

(Câu 3, Đề thi Đại học Bách khoa Hà Nội 1998)

Giải

a) *C dao động theo phương ngang*

* Ở vị trí bất kì : Các lực tác dụng lên m_1 có : trọng lực $\vec{P_1}$ ($P_1 = m_1 g$) ; phản lực của mặt ngang lên vật $\vec{N}$, lực căng dây $\vec{T_1}$, lực đàn hồi do lò xo biến dạng $\vec{F}$. Ta luôn có $\vec{P_1} + \vec{N} = \vec{0}$.

Các lực tác dụng lên m_2 có $\vec{P_2}$ (trọng lực $P_2 = m_2 g$) và lực căng dây $\vec{T_2}$.

Ròng rọc bị 2 lực căng $\vec{T_1'}$ và $\vec{T_2'}$.

* Theo định luật III Newton luôn có : $T_1 = T_1'$ và $T_2 = T_2'$. Do dây không có khối lượng, không dãn, ròng rọc không có khối lượng và bỏ qua ma sát nên :

$$T_1 = T_1' = T_2 = T_2' = T \qquad (1)$$

(Gọi chung là lực căng)

* Vì dây không dãn nên gia tốc của m_1, m_2 như nhau :

$$a_1 = a_2 = a = x'' \qquad (2)$$

* Ở vị trí cân bằng C, $a_1 = a_2 = a = 0$ nên :

$$T - F = T - K.\Delta l = 0 \qquad (3)$$

$$P_2 - T = m_2 g - T = 0 \qquad (4)$$

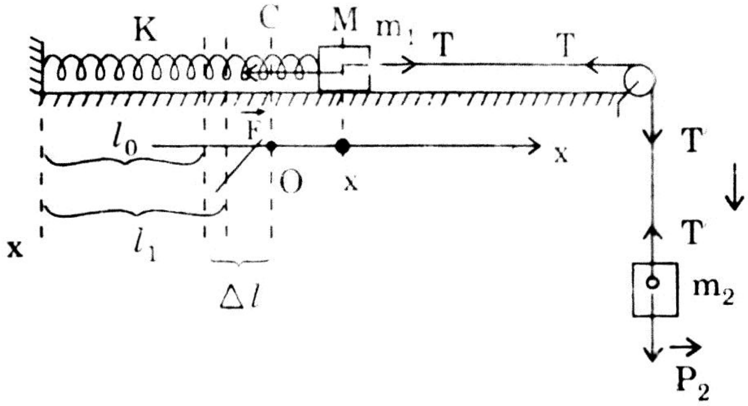
Với Δl là độ dãn của lò xo khi m_1 ở vị trí cân bằng. Kết hợp (3) và (4) ta có :

$$m_2 g - K.\Delta l = 0 \qquad (5)$$

Và : $$\Delta l = \frac{m_2 g}{K} = \frac{0,2 \cdot 10}{80} = 0,025\text{m} = 2,5\text{cm}$$

* Chọn Ox, O ở vị trí m_1 cân bằng (lò xo đã dãn $\Delta l = 2,5$cm).

* Xét ở vị trí bất kì như hình vẽ : Lò xo dãn thêm 1 đoạn x; $|\vec{F}'| = K(\Delta l + x)$



Phương trình định luật II Newton cho m_1 và m_2 :

$$T' - K(\Delta l + x) = m_1 a = m_1 x'' \qquad (6)$$

$$m_2 g - T' = m_2 a = m_2 x'' \qquad (7)$$

* Cộng (6) và (7) và chú ý đến (5), cuối cùng ta có :

$$x'' + \frac{K}{m_1 + m_2} x = 0 \qquad (8)$$

* Do $\frac{K}{m_1 + m_2} > 0$, ta đặt $\omega^2 = \frac{K}{m_1 + m_2}$ (9)

(8) và (9) dẫn đến : $x'' + \omega^2 x = 0$ (10)

(10) chứng tỏ cơ hệ dao động điều hòa.

* $$\omega = \sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{80}{0,6 + 0,2}} = 10 \text{ rad/s}$$

* Nghiệm của phương trình (10) là : $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ (11)

$v = x' = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$ (12)

* Theo giả thiết, khi $t = 0$; tọa độ của vật là :

$$x = -(2,5 - (21 - 20)) = -1,5 \text{ cm} \quad \text{và} \quad v = 0$$

nên : $t = 0$ $\begin{cases} \to x = -1,5 = A\sin\varphi & (13) \\ \to v = A\omega\cos\varphi = 0 & (14) \end{cases}$

(14) cho ta : $A\omega \neq 0$ nên $\cos\varphi = 0$ và $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$

(13) với $A > 0$ nên $\sin\varphi < 0$. Vậy ta chọn : $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

$\sin\varphi = \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1$ nên : $-1,5 = A\sin\varphi = A\times(-1)$

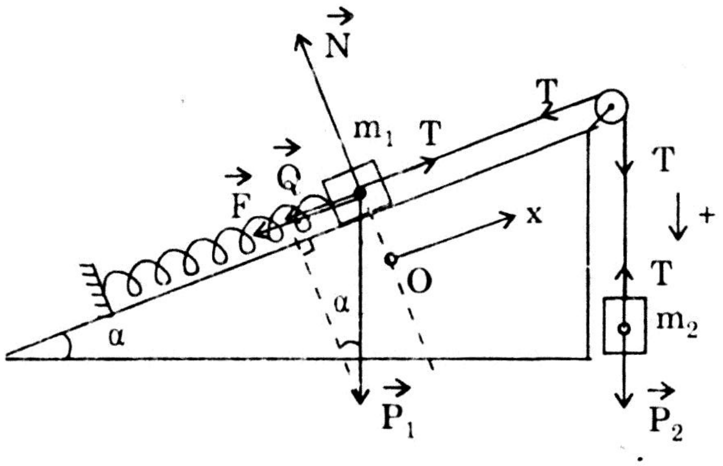
$\rightarrow$ $A = 1,5$ cm

* Phương trình li độ của m_1 (hoặc của m_2) sẽ là :

$$x = 1,5\sin\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)\text{(cm)} \qquad (15)$$

b) *C dao động theo phương nghiêng :*

* Ở vị trí cân bằng, giả sử lò xo bị dãn 1 đoạn Δl.



Điều kiện cân bằng của m_1 và m_2 : $T - F - Q = 0$ và $P_2 - T = 0$

Hay : $T - K\Delta l - m_1 g\sin\alpha = 0$ (16)

$m_2 g - T = 0$ (17)

Cộng (16) và (17) ta có : $m_2 g = K\Delta l + m_1 g\sin\alpha$ (18)

và $\Delta l = \frac{(m_2 - m_1\sin\alpha)g}{K} = (0,2 - 0,6.\sin30^{\circ})\times\frac{10}{80} = -0,0125\text{m}$

$\Delta l = -1,25$cm (Vậy thực chất ở vị trí cân bằng lò xo co lại 1,25cm)

* Ở vị trí bất kì, m_1 và m_2 có độ dời là x, lò xo dãn thêm x nên vẫn dãn 1 đoạn $(\Delta l + x)$ và có lực đàn hồi $|F| = K(\Delta l + x)$. Lúc này lực căng dây là T'.

Viết phương trình động lực học cho m_1 và m_2 :

$$T' - K(\Delta l + x) - m_1 g\sin\alpha = m_1 a = m_1 x'' \qquad (19)$$

$$m_2 g - T' = m_2 a = m_2 x'' \qquad (20)$$

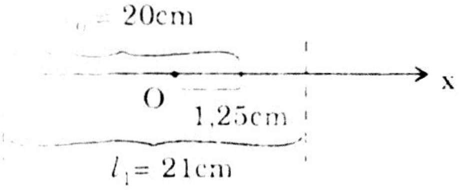
Cộng (19) với (20) và chú ý (18), cuối cùng ta có :

$$x'' + \frac{K}{m_1 + m_2}x = 0 \qquad (21)$$

* Đặt $\omega^2 = \frac{K}{m_1 + m_2}$; (21) trở thành : $x'' + \omega^2 x = 0$ (22)

(22) chứng tỏ m_1, m_2 vẫn dao động điều hòa với tần số góc :

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}} = 10\ \text{rad/s} \quad \text{(như câu a)}$$



* Theo giả thiết và tính toán ở trên, khi buông vật ra, t = 0 tọa độ của vật là :

$$x = (l_1 - l_0) - \Delta l$$

$$= (21 - 20) - (-1,25) = 2,25\text{cm}$$

Vậy : $t = 0$ $\begin{cases} \to x = +2,25 = A\sin\varphi & (23) \\ \to v = 0 = A\omega\cos\varphi & (24) \end{cases}$

(23) $\to \sin\varphi > 0$

(24) $\to \cos\varphi = 0$ nên $\varphi = \pm\dfrac{\pi}{2}$

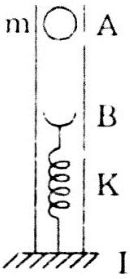
Để $\sin\varphi > 0$, ta chọn $\varphi = +\dfrac{\pi}{2}$. Lúc đó : $\sin\varphi = \sin\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1$

và theo (23) : $A = 2,25$ cm

* Phương trình li độ : $x = A\sin(\omega t + \varphi)$

sẽ là : $$x = 2,25.\sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)\ \text{(cm)} \qquad (25)$$

12. Một vật nhỏ khối lượng m = 0,1kg được thả từ độ-cao h_A = 20,5cm (so với điểm I) như hình vẽ. Vật rơi và dính chặt vào 1 đầu lò xo có độ cứng K = 100N/m và độ dài tự nhiên l_0 = 20cm. Lấy $g = 10\ (m/s^2) \approx \pi^2\ (m/s^2)$. Bỏ qua ma sát.



a) Chứng minh vật dao động điều hòa.

b) Xác định độ cao của vật ở vị trí cân bằng.

c) Viết phương trình dao động, lấy trục tọa độ hướng xuống, gốc tọa độ ở vị trí cân bằng, thời điểm đầu là lúc vật dính vào lò xo.

(Câu I, Đề thi Đại học Giao thông Vận tải 1998)

Giải

a) *Chứng minh vật dao động điều hòa :*

* Xét quá trình vật m rơi từ A đến B. Vì $F_{ms} = 0$ nên cơ năng của vật bảo toàn. Chọn thế năng hấp dẫn ở I bằng không.

+ Cơ năng của vật ở A là $E_t = mgh_A$; $E_d = 0$.

+ Cơ năng của vật ở B trước khi va chạm là E. Gọi v_0 là vận tốc của m trước va chạm (và sau va chạm dính vào lò xo).

$$E = mgl_0 + \frac{mv_0^2}{2}$$

+ Bảo toàn cơ năng nên : $mgh_A = mgl_0 + \frac{mv_0^2}{2}$

$$\rightarrow \quad v_0 = \sqrt{2g(h_A - l_0)} = \sqrt{2 \times 10(0{,}205 - 0{,}2)} = \sqrt{0{,}1} = \sqrt{\frac{1}{10}}$$

hay $v_0 = \frac{1}{\pi}$ m/s

* Khi vật dính vào lò xo nó tạo nên 1 con lắc đàn hồi. Khi vật ở vị trí cân bằng O, lò xo co lại 1 đoạn Δl. Ở đó : Trọng lực cân bằng với lực đàn hồi của lò xo.

+ $K.\Delta l = mg$ (1)

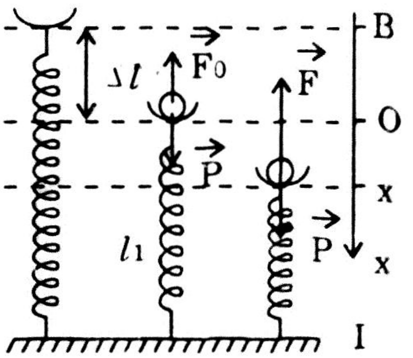
+ (1) suy ra : $\Delta l = \frac{mg}{K} = \frac{0{,}1 \times 10}{100} = 0{,}01m = 1cm$

* Sử dụng phương pháp động lực học, chọn Ox như hướng dẫn của bài ra :

+ Chọn 1 vị trí bất kì, vật có độ dời x như hình vẽ. Lực đàn hồi $\vec{F}$ có độ lớn là :

$$F = K(\Delta l + x)$$

$$P = mg$$



Phương trình động lực học ở đó :

$$mg - K(\Delta l + x) = ma = mx'' \quad (2)$$

+ Do (1) : $mg - K.\Delta l = 0$;

(2) chỉ còn : $-Kx = mx'' \quad \rightarrow \quad x'' + \frac{K}{m}x = 0$ (3)

+ Với $\frac{K}{m} > 0$ nên đặt $\omega^2 = \frac{K}{m}$ (4)

+ (3) + (4) cho ta : $x'' + \omega^2 x = 0$ (5)

(5) chứng tỏ hệ dao động điều hòa.

b) *Độ cao của vật ở vị trí cân bằng :*

* Từ hình vẽ suy ra độ cao của vật ở vị trí cân bằng là l_1.

* $$l_1 = l_0 - \Delta l = 20 - 1 = 19cm$$

c) *Phương trình dao động :*

* Phương trình (4) dẫn đến : $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0{,}1}} = 10\sqrt{10}$

hay : $\omega = 10\sqrt{\pi^2} = 10\pi$ rad/s

* (5) có nghiệm : $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ (6)

$$v = x' = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \quad (7)$$

* Từ điều kiện ban đầu : $t = 0 \begin{cases} \to x = -\Delta l = -0,01\,\text{m} \\ \to v = +\dfrac{1}{\pi}\,\text{m/s} \end{cases}$

Kết hợp (6) và (7) ta có : $t = 0 \begin{cases} \to x = -0,01 = A\sin\varphi & (8) \\ \to v = +\dfrac{1}{\pi} = A.10\pi.\cos\varphi & (9) \end{cases}$

$$\text{hoặc} \quad \frac{1}{10\pi^2} = \frac{1}{100} = 0,01 = A\cos\varphi \quad (10)$$

Bình phương (8) và (10) ; cộng theo vế và chú ý :

$\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$ ta có : $A^2 = 2.(0,01)^2$

$$\to \quad A = 0,01\sqrt{2}\,\text{m} = \sqrt{2}\,\text{cm}$$

Chia (8) cho (10) ; ta có :

$$\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \text{tg}\varphi = -1 \quad \to \quad \varphi = -\frac{\pi}{4} \quad \text{và} \quad \varphi = \frac{3\pi}{4}$$

* Theo (8), $A > 0$ nên $\sin\varphi < 0$ và theo (10), $\cos\varphi > 0$ nên ta chỉ chọn $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$

* Phương trình li độ của vật là : $x = \sqrt{2}\sin\left(10\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right)$ (cm) (11)

GHI CHÚ

* Ở mục a) có thể dùng phương pháp bảo toàn để chứng minh cơ hệ dao động điều hòa.

* Vì $F_{ms} = 0$ nên cơ năng của con lắc bảo toàn.

+ Chọn gốc thế năng hấp dẫn ở vị trí cân bằng O bằng 0.

+ Chọn gốc thế năng đàn hồi của lò xo bằng 0 khi lò xo không biến dạng.

+ Ở vị trí bất kì; động năng của vật là $\dfrac{mv^2}{2}$. Thế năng hấp dẫn (xem hình) là $-mgx$; thế năng đàn hồi (xem hình) là $\dfrac{K(x + \Delta l)^2}{2}$. Cơ năng của con lắc là :

$$E = -mgx + \frac{K(x + \Delta l)^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \text{const} \quad (12)$$

+ Biến đổi (12) và chú ý đến (1) ta có :

$$K.\Delta l - mg = 0 \quad \rightarrow \quad K.\Delta l.x - mgx = 0 \qquad (13)$$

$$E = -mgx + K.\Delta l.x + \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}K(\Delta l)^2 + \frac{mv^2}{2} = const$$

Với (13) và $\frac{1}{2}K(\Delta l)^2 = const$, nên ta chỉ còn :

$$E_o = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{mv^2}{2} = const \qquad (14)$$

+ Đạo hàm (14) theo biến số thời gian t :

$$\frac{dE_o}{dt} = 0 = \frac{1}{2}K.2x.x' + \frac{1}{2}m.2v.v' \qquad (15)$$

Chú ý rằng $x' = v \neq 0$ nên (15) cho ta : $v' + \frac{K}{m}x = 0$; với $v' = a = x''$

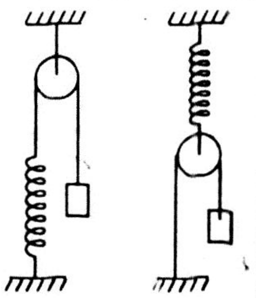
nên cuối cùng ta thu được : $x'' + \frac{K}{m}x = 0$ (16)

+ Biểu thức (16) giống (3). Từ đó về sau lập luận như trước, ta có cơ hệ dao động điều hòa.

13. Cho cơ hệ gồm : Vật nhỏ khối lượng m, lò xo độ cứng K, ròng rọc có khối lượng không đáng kể, bỏ qua khối lượng của lò xo, ma sát và sức cản. Chứng minh rằng cơ hệ dao động điều hòa và tìm chu kì dao động khi :

a) Ròng rọc tĩnh.

b) Ròng rọc động.



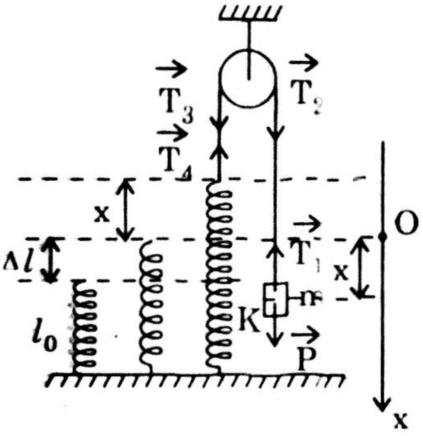
Giải

a) *Ròng rọc tĩnh :*

+ Lò xo có độ dài tự nhiên l_o, khi treo m lò xo dãn 1 đoạn Δl. Ở điều kiện cân bằng cho vật m, lực căng dây bằng lực đàn hồi và cân bằng với trọng lực $\vec{P}$ nên :

$$mg = K.\Delta l \qquad (1)$$

+ Xét vật ở vị trí bất kì có ly độ là x, lò xo dãn 1 đoạn $x + \Delta l$ nên có lực đàn hồi $F = K(x + \Delta l)$.



* Do ròng rọc không khối lượng, không ma sát. Do dây không có khối lượng và theo định luật III Newton, ta có :

$$F = T_4 = T_3 = T_2 = T_1 = K(x + \Delta l)$$

* Phương trình lực, có áp dụng định luật II Newton cho vật m là :

$$\vec{P} + \vec{T_1} = m\vec{a}$$

Hay : $$mg - K(x + \Delta l) = ma = mx'' \qquad (2)$$

* Khai triển (2) và chú ý đến (1), ta sẽ có : $-Kx = mx''$

$$\rightarrow \quad x'' + \frac{K}{m}x = 0 \qquad (3)$$

* Đặt $\omega^2 = \dfrac{K}{m}$ (4) Ta có (3) ở dạng : $x'' + \omega^2 x = 0$ (5)

(5) chứng tỏ cơ hệ dao động điều hòa. Tần số góc của dao động là ω, chu kì T

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \qquad (6)$$

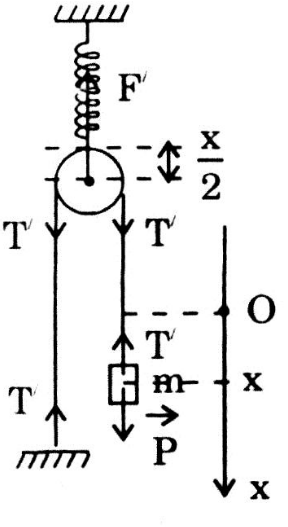
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \qquad (7)$$

b) *Ròng rọc động :*

* Với ròng rọc động khi lò xo dãn 1 đoạn Δl, ròng rọc động và vật m ở vị trí cân bằng : hai lực căng dây hướng xuống bằng nhau, tác dụng vào ròng rọc cân bằng với lực đàn hồi $F = K.\Delta l$ nên :

$$P = T = \frac{F}{2} \quad \text{và} \quad mg = \frac{1}{2}K.\Delta l \qquad (8)$$

* Khi vật nặng dịch 1 đoạn x thì ròng rọc (và lò xo) dịch thêm 1 đoạn $\dfrac{x}{2}$.



Xét ở vị trí bất kì : $$F' = K\left(\Delta l + \frac{x}{2}\right)$$

$$T' = \frac{F'}{2} = \frac{1}{2}K\left(\Delta l + \frac{x}{2}\right)$$

Phương trình lực theo định luật II Newton :

$$\vec{P} + \vec{T'} = m\vec{a}$$

Hay : $$mg - \frac{1}{2}K\left(\Delta l + \frac{x}{2}\right) = ma = mx'' \qquad (9)$$

* Khai triển (9) và chú ý (8) ta nhận được :

$$-\frac{K}{4}x = mx'' \quad \rightarrow \quad x'' + \frac{K}{4m}x = 0 \qquad (10)$$

* Đặt $\omega_0^2 = \dfrac{K}{4m}$ (11)

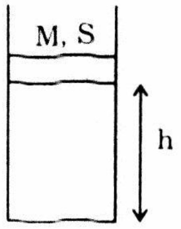
(10) viết thành : $x'' + \omega_0^2 x = 0$ (12)

(12) chứng tỏ hệ dao động điều hòa với tần số góc ω và chu kì T_o là :

$$\omega_o = \sqrt{\frac{K}{4m}} \qquad (13)$$

$$T_o = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{4m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}.2 = 2T$$

14. Một piston nặng khối lượng M có thể dịch không ma sát trong một bình hình trụ, thiết diện S thẳng đứng. Bình đựng khí. Tại vị trí cân bằng của M, khoảng cách giữa piston và đáy bình là h. Cho piston một dịch chuyển nhỏ. Chứng minh piston dao động điều hòa và tìm chu kì dao động của nó.



Giải

+ Khi piston dao động, chất khí biến đổi trạng thái. Giả sử quá trình là đẳng nhiệt (T = const). Ta có định luật Bôilơ - Mariôt cho chất khí :

$$pV = \text{const} \qquad (1)$$

+ Lấy số gia của 2 vế của (1) ta có : $\Delta(p.V) = 0 = \Delta p.V + p.\Delta V$

$$\rightarrow \quad \Delta p = -\frac{\Delta V}{V}.p \qquad (2)$$

+ Ở trạng thái cân bằng, M chịu tác dụng của áp lực khí quyển (với áp suất p_o) là p_oS hướng xuống; trọng lực của M là P = Mg hướng xuống và áp lực khí trong bình là pS hướng lên. Điều kiện cân bằng là :

$$pS = p_oS + Mg \quad \rightarrow \quad p = p_o + \frac{Mg}{S} \qquad (3)$$

+ Giả sử ở vị trí bất kì, piston dịch xuống dưới một đoạn x; áp suất khí trong bình biến thiên 1 lượng Δp.

$$\Delta p = -\frac{\Delta V}{V}p = -\left(p_o + \frac{Mg}{S}\right)\frac{x}{h} \qquad (4)$$

+ Phần áp lực tăng thêm do Δp này đóng vai trò là lực phục hồi có xu hướng đưa M về vị trí cân bằng. Sử dụng định luật II cho áp lực này, ta có :

$$-\left(p_o + \frac{Mg}{S}\right)\frac{x}{h}.S = Ma = Mx''$$

+ Suy ra : $x'' + \dfrac{\left(p_o + \dfrac{Mg}{S}\right)S}{hM}x = 0$ (5)

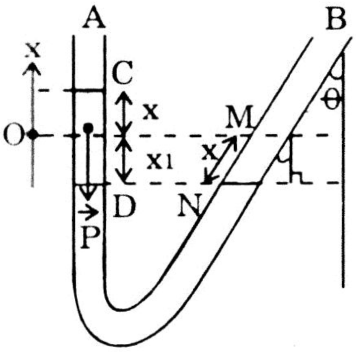
+ (5) chứng tỏ piston dao động điều hòa với tần số góc ω và chu kì T là :

$$\omega = \sqrt{\frac{p_0S + Mg}{hM}} \qquad (6)$$

và $$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{hM}{p_0S + Mg}} \qquad (7)$$

15. Thủy ngân có khối lượng M = 200g được đổ vào ống cong như hình có nhánh bên phải tạo 1 góc $\theta = 30^\circ$ với phương thẳng đứng. Ống có thiết diện đều $S = 0{,}50\text{cm}^2$. Bỏ qua ma sát, độ nhớt. Chất lỏng thủy ngân không nén được. Cho mực thủy ngân ở ống nghiêng lệch 1 đoạn bé, chứng tỏ cột thủy ngân dao động điều hòa. Tìm chu kì dao động.

Giải



+ Ở vị trí cân bằng, 2 mực chất lỏng ở ống A, B ngang nhau (áp lực 2 bên do không khí gây nên như nhau). Chọn vị trí này làm gốc tọa độ O.

+ Khi mực chất lỏng ở B hạ thấp 1 đoạn x dọc theo ống thì mực chất lỏng ở A cũng dâng lên 1 đoạn x. Độ lệch mực chất lỏng giữa C và N là :

$$x + x_1 = x + x\cos\theta = x(1 + \cos\theta) \qquad (1)$$

+ Phần trọng lực của khoảng chênh lệch CD chính là lực kéo về làm cho cột chất lỏng có xu hướng dịch ngược lại về phía ống B. Lực này gây gia tốc $a = x''$ cho cả cột chất lỏng :

$$-\rho\,.S(1 + \cos\theta)x.g = Ma = Mx''$$

Suy ra : $$x'' + \frac{\rho Sg(1 + \cos\theta)}{M}x = 0 \qquad (2)$$

+ Đặt $$\omega^2 = \frac{\rho Sg(1 + \cos\theta)}{M} \qquad (3)$$

Ta có : $$x'' + \omega^2 x = 0 \qquad (4)$$

(4) chứng tỏ cột thủy ngân dao động điều hòa với tần số góc ω và chu kì T :

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho Sg(1 + \cos\theta)}{M}} \qquad (5)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{\rho Sg(1 + \cos\theta)}}$$

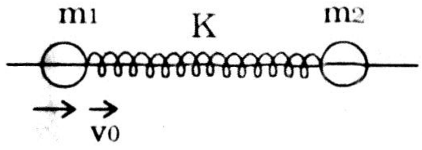
Thay số và chú ý thủy ngân có : $\rho = 13{,}6.10^3$ kg/m^3

$$T = 2 \times 3{,}14\sqrt{\frac{0{,}2}{13{,}6.10^3 \times 0{,}5.10^{-4} \times 10(1 + \cos 30^\circ)}} \approx 0{,}8 \text{ s.}$$

16. Một hệ gồm hai quả cầu, khối lượng m_1, m_2 có thể trượt tự do không ma sát trên thanh ngang được liên kết với nhau bằng 1 lò xo có chiều dài l, độ cứng K.

Truyền cho quả cầu 1 vận tốc v_o (xem hình).

Chứng minh rằng cơ hệ dao động điều hòa. Tìm tần số góc và biên độ dao động của vật.



Giải

* Trọng lực cân bằng với phản lực của thanh. Bỏ qua ma sát và sức cản của môi trường. Hệ là hệ kín nên động lượng của hệ được bảo toàn :

$$m_1 \vec{v}_o = (m_1 + m_2)\vec{V}_G \quad \rightarrow \quad \vec{V}_G = \frac{m_1 \vec{v}_o}{m_1 + m_2} \qquad (1)$$

* (1) cho hay khối tâm G của hệ chuyển động thẳng đều.

* Lấy hệ qui chiếu gắn với khối tâm. Trong hệ qui chiếu này ta có 2 con lắc có cùng "điểm treo" là G cố định. Trong hệ qui chiếu này 2 quả cầu có cùng khối lượng sẽ có vận tốc ban đầu (kích thích), phương như nhau và ngược chiều.

* Kí hiệu l_1 ; K_1 ; l_2 ; K_2 : các chiều dài tự nhiên và độ cứng của hai phần lò xo, ta có :

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{m_1}{m_2} \rightarrow \quad \frac{l_2 + l_1}{l_1} = \frac{m_1 + m_2}{m_2} = \frac{l}{l_1} \qquad (2)$$

Độ cứng tỉ lệ nghịch với chiều dài nên :

$$K_1 l_1 = Kl \quad \rightarrow \quad K_1 = \frac{Kl}{l_1} = \frac{K(m_1 + m_2)}{m_2} \qquad (3)$$

* Con lắc 1 (m_1, K_1) :

O_1 là vị trí cân bằng của con lắc 1; gọi x là độ dời của con lắc 1 từ O_1. Lực đàn hồi F_1 :

$$F_1 = -K_1 x = m_1 a_1 = m_1 x'' \qquad (4)$$

Đưa (3) vào (4) biến đổi, ta có :

$$x'' + \frac{K(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} x = 0 \qquad (5)$$

Gọi $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ là khối lượng rút gọn của hệ thì :

$$x'' + \frac{K}{\mu} x = 0 \qquad (6)$$

Đặt $\omega_1^2 = \dfrac{K}{\mu}$, ta có : $\quad x'' + \omega_1^2 x = 0 \qquad (7)$

(7) chứng tỏ con lắc 1 dao động điều hòa với tần số góc là:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{K}{\mu}} \qquad (8)$$

Với : $$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \qquad (9)$$

* Vận tốc ban đầu (kích thích) của quả cầu 1 đối với G :

$$\vec{V}_{1G} = \vec{V}_{1d} + \vec{v}_{dG} = \vec{V}_{1d} - \vec{V}_{Gd} \qquad \text{(d : kí hiệu đất)}$$

$$\vec{V}_1 = \vec{v}_o - \frac{m_1 \vec{v}_o}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 \vec{v}_o}{m_1 + m_2}$$

* Động năng kích thích $\frac{1}{2} m_1 V_1^2$ chính là cơ năng của con lắc 1 nên :

$$\frac{1}{2} K_1 A_1^2 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 = \frac{1}{2} m_1 \frac{m_2^2 v_o^2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{1}{2} \frac{K(m_1 + m_2)}{m_2} A_1^2$$

Vậy biên độ dao động của con lắc 1 là A_1 :

$$A_1 = \frac{m_2 v_o}{m_1 + m_2} \sqrt{\frac{m_1 m_2}{K(m_1 + m_2)}} \qquad (10)$$

Hoặc : $$A_1 = \frac{m_2 v_o}{m_1 + m_2} \sqrt{\frac{\mu}{K}} \qquad (11)$$

* Hoàn toàn tương tự cho con lắc 2, ta có con lắc 2 dao động ngược pha với con lắc 1 với tần số góc ω_2 và biên độ dao động A_2 :

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{K}{\mu}} \qquad (12)$$

$$A_2 = \frac{m_1 v_o}{m_1 + m_2} \sqrt{\frac{\mu}{K}} \qquad (13)$$

* Toàn hệ dao động với tần số góc : $$\omega = \sqrt{\frac{K}{\mu}} \qquad (14)$$

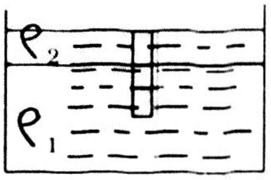
Với biên độ là : $$A = A_1 + A_2 = \frac{v_o(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2} \sqrt{\frac{\mu}{K}}$$

Hay : $$A = v_o \sqrt{\frac{\mu}{K}} \qquad (15)$$

Trong đó μ là khối lượng rút gọn của hệ tính theo (9).

17. Một thanh đồng chất chiều dài l, khối lượng riêng ρ_0, đứng cân bằng trong hệ 2 chất lỏng không hòa tan nhau, khối lượng riêng lần lượt là ρ_1 và ρ_2 ($\rho_2 < \rho_0 < \rho_1$) như hình vẽ. Đầu trên của thanh ngang với mặt thoáng của chất lỏng trên.

Khi cho thanh lệch khỏi vị trí cân bằng 1 đoạn nhỏ theo phương thẳng đứng rồi buông nhẹ, chứng minh thanh dao động điều hòa. Tìm chu kì dao động của thanh.



Giải

* Ở vị trí cân bằng, thanh chịu 3 lực tác dụng :

+ Trọng lực : $P = \rho_0 Sgl$ (S : thiết diện của thanh) (1)

+ Lực đẩy Acsimet của chất ρ_1 là $\vec{F}_{01}$:

$$F_{01} = \rho_1 Sgl_1 \qquad (2)$$

+ Lực đẩy Acsimet của chất lỏng ρ_2 là $\vec{F}_{02}$:

$$F_{02} = \rho_2 Sgl_2 \qquad (3)$$

* Chọn gốc tọa độ O ở vị trí cân bằng của khối tâm G của thanh. Điều kiện cân bằng là :

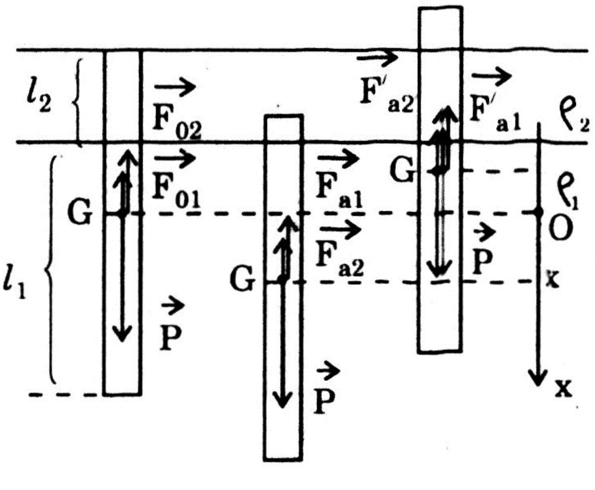
$$\vec{P} + \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = \vec{0} \qquad (4)$$

Chiếu (4) lên trục Ox và chú ý đến (1), (2), (3) ta có :

$$\rho_0 Sgl - \rho_1 Sgl_1 - \rho_2 Sgl_2 = 0 \qquad (5)$$

* Ở vị trí bất kì, ví dụ G chìm sâu thêm 1 đoạn x thì :

$$\vec{P} + \vec{F}_{a1} + \vec{F}_{a2} = m\vec{a} \qquad (6)$$



Với : $F_{a1} = \rho_1 Sg(l_1 + x)$; $F_{a2} = \rho_2 Sg(l_2 - x)$; $m = \rho_0 Sl$ và $a = x''$, ta chiếu (6) lên trục Ox và có :

$$\rho_0 Sgl - \rho_1 Sg(l_1 + x) - \rho_2 Sg(l_2 - x) = mx'' \qquad (7)$$

* Khai triển (7) và chú ý đến (5), ta nhận được :

$$-Sg(\rho_1 - \rho_2)x = mx'' \rightarrow x'' + \frac{Sg(\rho_1 - \rho_2)}{m}x = 0 \qquad (8)$$

* Đặt $$\omega_1^2 = \frac{Sg(\rho_1 - \rho_2)}{m} = \frac{Sg(\rho_1 - \rho_2)}{\rho_0 Sl} = \frac{g}{l}\left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_0}\right) \qquad (9)$$

Phương trình (8) trở thành : $x'' + \omega_1^2 x = 0$ (10

(10) chứng tỏ thanh dao động điều hoà

* Khi x > 0, tần số góc và chu kì dao động là :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{l}\left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_0}\right)} \quad (11)$$

và
$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi\sqrt{\frac{l\rho_0}{g(\rho_1 - \rho_2)}} \quad (12)$$

* Khi thanh lệch lên trên, x < 0 thì
+ $P = mg = \rho_0 Slg$
+ $F'_{a1} = \rho_1 S(l_1 + x)g$
+ $F'_{a2} = \rho_2 Sgl_2$

Phương trình lực chiếu lên trục Ox là :

$$\rho_0 Slg - \rho_1 S(l_1 + x)g - \rho_2 Sl_2 g = mx'' \quad (13)$$

* Khai triển (13) và chú ý đến (5) ta có :

$$-\rho_1 Sgx = mx'' \quad \rightarrow \quad x'' + \frac{\rho_1 Sg}{m}x = 0 \quad (14)$$

* Đặt $\omega_2^2 = \frac{\rho_1 Sg}{m} = \frac{\rho_1 Sg}{\rho_0 Sl} = \frac{g}{l}\frac{\rho_1}{\rho_0}$ thì (14) trở thành :

$$x'' + \omega_2^2 x = 0 \quad (15)$$

Dao động về phía x < 0 với tần số góc và chu kì là :

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{l}\frac{\rho_1}{\rho_0}} \quad (16)$$

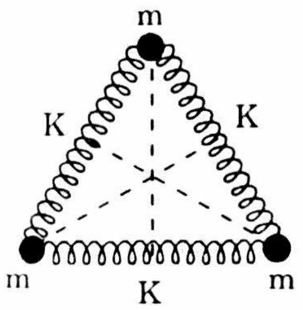
$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}\frac{\rho_0}{\rho_1}} \quad (17)$$

* Vậy thanh dao động với chu kì T gồm $\frac{1}{2}T_1$ cộng với $\frac{1}{2}T_2$:

$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \pi\left[\sqrt{\frac{l\rho_0}{g(\rho_1 - \rho_2)}} + \sqrt{\frac{l}{g}\frac{\rho_0}{\rho_1}}\right] \quad (18)$$

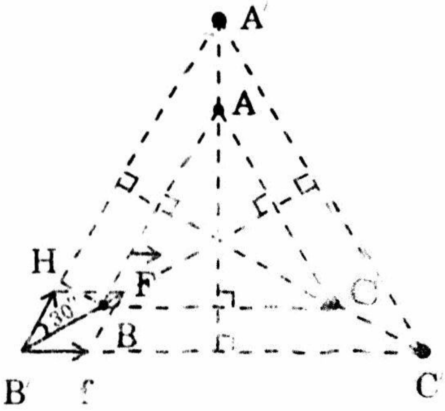
18. Cho cơ hệ như hình vẽ. Các lò xo dài như nhau có chiều dài tự nhiên l_0; các quả cầu bé khối lượng như nhau. Độ cứng và khối lượng của lò xo và quả cầu là K, m.

Ở vị trí cân bằng, hệ tạo thành tam giác đều, các lò xo chưa biến dạng. Kéo 3 quả cầu theo phương các đường cao những đoạn bằng nhau rồi buông nhẹ chúng. Tìm tần số dao động của các quả cầu.



Giải

* Giả sử ở vị trí cân bằng A, B, C. Hệ tạo thành Δ đều, ΔABC.



* Ở thời điểm bất kì, hệ tạo thành Δ đều, $\Delta A'B'C'$; các quả cầu có độ dời như nhau là x : $x = BB' = AA' = CC'$.

* Giả sử quả cầu ở B' chịu tác dụng của 2 lực đàn hồi của hai lò xo 2 bên, có độ lớn bằng nhau. Hợp lực của chúng là $\vec{F}$ luôn ngược chiều với độ dời :

$$F = +2f\cos 30^\circ = 2f\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\,f$$

Với $f = -K.\Delta l$; Δl là độ biến dạng của từng lò xo.

* $$B'H = \frac{\Delta l}{2} = x\cos 30^\circ \quad \rightarrow \quad \Delta l = 2x\cos 30^\circ = 2x.\frac{\sqrt{3}}{2} = x\sqrt{3}$$

* Kết hợp các biểu thức trên ta có :

$$F = \sqrt{3}f = -K\Delta l\sqrt{3} = -K.x\sqrt{3}.\sqrt{3} = -3Kx$$

* Dùng định luật II Newton cho $\vec{F}$, ta cũng có :

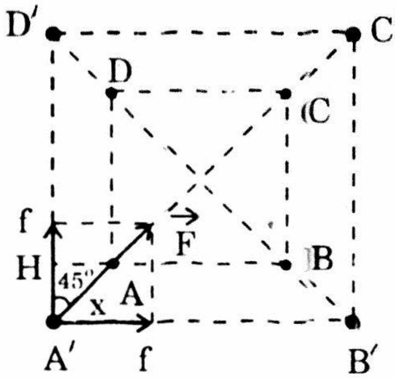
$$F = ma = mx'' = -3Kx \qquad \text{Suy ra :} \qquad x'' + \frac{3K}{m}x = 0$$

* Đặt $\omega^2 = \dfrac{3K}{m}$, nên $x'' + \omega^2 x = 0$. Vậy cơ hệ dao động điều hòa với tần số góc là :

$$\omega = \sqrt{\frac{3K}{m}} \quad \text{, và với chu kì :} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3K}}$$

19. Cũng với giả thiết như bài toán trên, hệ tạo thành hình vuông. Chứng minh cơ hệ dao động điều hòa và tìm chu kì dao động.

Giải



+ Giả sử A là vị trí cân bằng, A' là vị trí bất kì ở đây quả cầu có độ dời x.

+ Ở A' quả cầu chịu 2 lực đàn hồi của 2 lò xo f bằng nhau : $f = -K.\Delta l$.

Với Δl là độ biến dạng của từng lò xo, nó liên hệ với độ dời x.

$$A'H = \frac{\Delta l}{2} = x\cos 45^\circ \quad \rightarrow \quad \Delta l = 2x\cos 45^\circ$$

$$\Delta l = 2x.\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}\,x \qquad \text{Vậy : } f = -\sqrt{2}\,Kx$$

* Hợp lực $\vec{F}$ là lực phục hồi, 2 lực f vuông góc nên :

$$F = f\sqrt{2} = -\sqrt{2}Kx.\sqrt{2} = -2Kx$$

* Sử dụng định luật II Newton cho F, ta có :

$$F = ma = mx'' = -2Kx \quad \rightarrow \quad x'' + \frac{2K}{m}x = 0$$

* Đặt $\omega^2 = \frac{2K}{m}$ nên : $x'' + \omega^2 x = 0$

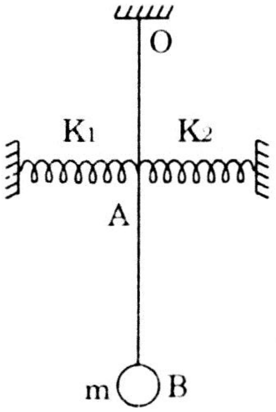
Phương trình sau cùng này chứng tỏ từng quả cầu dao động điều hòa, tần số góc là : $\omega = \sqrt{\frac{2K}{m}}$

Và chu kì dao động là : $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2K}}$

* *Chú ý :* Hoàn toàn giải bài toán tương tự như trên nếu hệ các quả cầu và các lò xo như nhau tạo thành các đa giác đều n cạnh.

20. Cho cơ hệ như hình vẽ. Thanh OB cứng không khối lượng, 2 lò xo không khối lượng có độ cứng $K_1 = 6$N/m; $K_2 = 4$N/m; OA = d = 20cm; OB = l = 80cm; vật nặng có khối lượng m = 100g coi là chất điểm.

Lấy g = 10m/s^2. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản. Lúc đầu OB thẳng đứng, 2 lò xo chưa co dãn. Kéo vật cho OB lệch 1 góc bé rồi buông nhẹ.

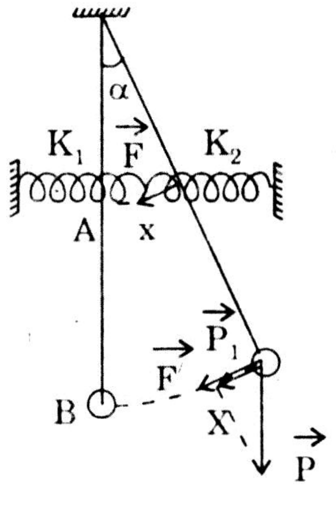


1. Chứng minh cơ hệ dao động điều hòa. Tìm chu kì dao động T.
2. Cho rằng t = 0 khi m qua vị trí cân bằng theo chiều dương với vận tốc v = 1,732cm/s. Hãy viết phương trình dao động.

Giải

1. *Chứng minh dao động điều hòa, tìm T :*

a) *Cách 1 : Dùng phương pháp động lực học :*



- Giả sử x, X là độ dời của A và B (coi là thẳng), α là góc lệch của OB (α <<).

Ta có : $\left.\begin{matrix} x = \alpha.d \\ X = \alpha.l \end{matrix}\right\} \rightarrow x = \frac{d}{l}X$

- Ở vị trí bất kì đã nêu, K_1 dãn tác dụng lên A lực đàn hồi $F_1 = -K_1 x$; K_2 nén tác dụng lên A lực đàn hồi $F_2 = -K_2 x$; $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$ cùng chiều.

Lực tổng hợp lên A là : $F = -K_1 x - K_2 x$

+ Lực đàn hồi truyền đến m là F'.

$$\frac{F'}{F} = \frac{d}{l} \quad \rightarrow \quad F' = F\frac{d}{l} = -(K_1 + K_2)x\frac{d}{l}$$

$$F' = -(K_1 + K_2)\left(\frac{d}{l}\right)^2 X$$

+ Ngoài ra 1 thành phần của lực kéo về tác dụng lên m là $\vec{P_1}$ với :

$$P_1 = -mg.\sin\alpha \approx -mg\alpha = -mg\frac{X}{l}$$

+ Hợp lực lên m đóng vai trò là lực kéo về, theo định luật II Newton là :

$$-(K_1 + K_2)\frac{d^2}{l^2}X - mg\frac{X}{l} = ma = mX''$$

Hay là : $X'' + \left(\frac{K_1 + K_2}{m}.\frac{d^2}{l^2} + \frac{g}{l}\right)X = 0$ (1)

+ Đặt $\omega^2 = \frac{K_1 + K_2}{m}.\frac{d^2}{l^2} + \frac{g}{l}$ (2)

thì (1) trở thành : $X'' + \omega^2 X = 0$ (3)

(3) chứng tỏ m dao động điều hòa với ω, T tính theo :

* $\omega = \sqrt{\frac{K_1 + K_2}{m}\cdot\frac{d^2}{l^2} + \frac{g}{l}}$ (4)

$$\omega = \sqrt{\frac{6+4}{0,1}.\left(\frac{0,2}{0,8}\right)^2 + \frac{10}{0,8}} = 2,5\sqrt{3}\ \text{rad/s}$$

* $T = \frac{2\pi}{\omega}$ (5) và $T = \frac{2 \times 3,14}{2,5 \times \sqrt{3}} \approx 0,63\text{s}$

b) *Cách 2 : Phương pháp bảo toàn :*

+ Ở vị trí bất kì đã nêu trên, cơ năng của hệ bao gồm :

* Thế năng đàn hồi của 2 lò xo : $\frac{1}{2}K_1 x^2$ và $\frac{1}{2}K_2 x^2$

Hay là : $\frac{1}{2}K_1\left(\frac{d}{l}\right)^2 X^2$ và $\frac{1}{2}K_2\left(\frac{d}{l}\right)^2 X^2$

* Động năng của vật nặng là $\frac{mv^2}{2} = \frac{m(X')^2}{2}$ và thế năng hấp dẫn mgh (coi $E_t = 0$ ở vị trí cân bằng của m) với :

$$h = l(1 - \cos\alpha) = 2l\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx \frac{l\alpha^2}{2} = \frac{X^2}{2l}$$

+ Cơ năng của cơ hệ bảo toàn :

$$E = \text{const} = \frac{m(X')^2}{2} + mg\frac{X^2}{2l} + \frac{1}{2}\left[(K_1 + K_2)\left(\frac{d^2}{l^2}\right)\right]X^2 \qquad (6)$$

Với chú ý : X = f(t) và X' = G(t). Đạo hàm 2 vế của (6) theo t ta có :

$$X'' + \left[\frac{K_1 + K_2}{m}\cdot\left(\frac{d}{l}\right)^2 + \frac{g}{l}\right]X = 0 \qquad (7)$$

+ Từ đó trở đi giống như cách 1.

2. *Phương trình dao động :*

+ (3) có nghiệm : $X = A\sin(\omega t + \varphi)$ (8)

do đó : $v = X' = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$ (9)

+ Điều kiện ban đầu : $t = 0 \begin{cases} \to X = 0 \\ \to v = +\sqrt{3}\text{ cm/s} \end{cases}$

Ta có : $X = 0 = A\sin\varphi$ (10)

$v = \sqrt{3} = A\omega\cos\varphi$ (11)

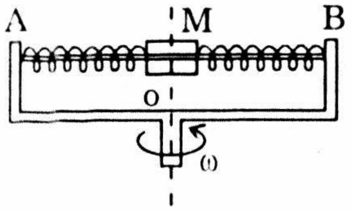
(10) → $\sin\varphi = 0$ → $\varphi = 0, \pi$

(11) → $\varphi = 0$ và $A = \frac{\sqrt{3}}{\omega} = \frac{\sqrt{3}}{2{,}5\sqrt{3}} = 0{,}4$ cm

+ Vậy phương trình dao động là : $X = 0{,}4\sin 2{,}5\sqrt{3}\,t$ (cm)

$(x = 0{,}4\sin 2{,}5\sqrt{3}\,t$ (cm))

21. Trong một cơ cấu như hình vẽ có 1 ống ngắn M có khối lượng m = 0,20kg được gắn giữa 2 lò xo như nhau có độ cứng chung là K = 20N/m. Ống có thể trượt không ma sát theo một thanh nằm ngang AB. Cơ cấu quay với vận tốc góc không đổi ω = 4,4rad/s xung quanh trục thẳng đứng đi qua tâm của thanh.



Tìm chu kì dao động bé của ống. Với giá trị nào của ω, dao động của ống sẽ không xảy ra.

Giải

+ Trong hệ qui chiếu gắn đất, ống M vừa quay, vừa dao động.

+ Ta chỉ xét trong hệ quy chiếu quay (gắn với bàn quay) phản lực của thanh AB cân bằng với trọng lực của ống.

+ Khi M lệch khỏi O một đoạn x, ống chịu tác dụng của lực đàn hồi $\vec{F}$ $(F = -Kx)$ và lực quán tính li tâm $\vec{F}_{lt}$ $(F_{lt} = m\omega^2 x)$. $\vec{F}$ hướng về O $\vec{F}_{lt}$ ra xa O.

+ Hợp lực lên ống; theo định luật II Newton, ta có :

$$-Kx + m\omega^2 x = ma = mx'' \quad \rightarrow \quad x'' + \left(\frac{K}{m} - \omega^2\right)x = 0 \qquad (1)$$

+ Đặt ω_0 là tần số góc của dao động : $\omega_0^2 = \dfrac{K}{m} - \omega^2$ (2)

thì $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{K}{m} - \omega^2} = \sqrt{\dfrac{20}{0,2} - (4,4)^2} \approx 8,98$ rad/s

+ Chu kì dao động : $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2 \times 3,14}{8,98} \approx 0,7$s

+ (1) + (2) $\rightarrow$ $x'' + \omega_0^2 x = 0$ (3)

(3) chứng tỏ trong hệ qui chiếu quay, M dao động điều hòa.

+ M không dao động khi $T \rightarrow \infty$ và $\omega \rightarrow 0$ hay $\left(\dfrac{K}{m} - \omega^2\right) \rightarrow 0$

hay $\omega_{gh} = \sqrt{\dfrac{K}{m}} = \sqrt{\dfrac{20}{0,2}} = 10$ rad/s

+ Hơn nữa $\dfrac{K}{m} - \omega^2 = \omega_0^2 < 0$ là vô nghĩa nên điều kiện để M không dao động là $\omega \geq \omega_{gh}$ hay $\omega \geq 10$ rad/s.

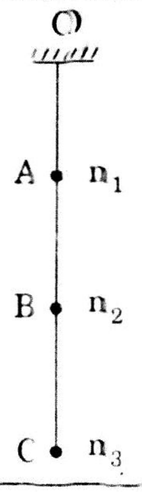
22. Cho cơ hệ như hình vẽ gồm : một thanh mảnh, cứng, không có khối lượng, treo các vật nặng m_1, m_2, m_3 với :

$m_1 = 1$kg ; $m_2 = 2$kg ; $m_3 = 3$kg

$OA = l_1 = 1$m ; $OB = l_2 = 2$m ;

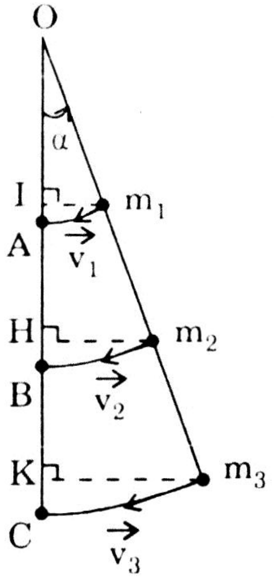
$OC = l_3 = 3$m.

Chứng minh cơ hệ dao động điều hòa, khi chúng được kích thích dao động bé. Tìm chu kì dao động.



Giải

+ Xét ở vị trí bất kì có góc lệch α, các vật m_1, m_2, m_3 có độ dời cung bé (coi là thẳng), bỏ qua mọi ma sát và sức cản.



+ Qui ước thế năng hấp dẫn bằng O ở vị trí cân bằng của từng vật; gọi v_1, v_2, v_3 là vận tốc của 3 vật ở vị trí bất kì trên.

+ Cơ năng của vật 1, chú ý thế năng hấp dẫn được tính gần đúng :

$$E_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + m_1 g\, AI$$

Với : $AI = l_1(1 - \cos\alpha) = 2l_1 \sin^2\frac{\alpha}{2} \approx l_1 \frac{\alpha^2}{2}$

$v_1 = \omega l_1 = \alpha' l_1$ (ω : vận tốc góc quay)

Nên : $$E_1 = \frac{m_1 l_1^2 (\alpha')^2}{2} + m_1 g l_1 \frac{\alpha^2}{2} \qquad (1)$$

- Tương tự cho cơ năng của vật 2 và 3 là :

$$E_2 = \frac{m_2 l_2^2 (\alpha')^2}{2} + m_2 g l_2 \frac{\alpha^2}{2} \qquad (2)$$

$$E_3 = \frac{m_3 l_3^2 (\alpha')^2}{2} + m_3 g l_3 \frac{\alpha^2}{2} \qquad (3)$$

(Với chú ý vận tốc góc quay quanh O của 3 vật như nhau)

+ Cơ năng của cơ hệ bảo toàn là E.

$$E = \frac{1}{2}\left(m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_3 l_3^2\right)(\alpha')^2 + g(m_1 l_1 + m_2 l_2 + m_3 l_3)\frac{\alpha^2}{2} \qquad (4)$$

(E = const)

Trong phương trình (4) chú ý : $\alpha = F(t)$; $\alpha' = G(t)$

+ Đạo hàm (4) theo t ta có :

$$\frac{dE}{dt} = 0 = \left(m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_3 l_3^2\right)\alpha'.\alpha'' + g(m_1 l_1 + m_2 l_2 + m_3 l_3)\alpha.\alpha'$$

hay do $\alpha' \neq 0$ nên : $$\alpha'' + \frac{g(m_1 l_1 + m_2 l_2 + m_3 l_3)}{m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_3 l_3^2}.\alpha = 0 \qquad (5)$$

+ Đặt $$\omega_o^2 = \frac{g(m_1 l_1 + m_2 l_2 + m_3 l_3)}{m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_3 l_3^2} \qquad (6)$$

Thì (5) có dạng : $\alpha'' + \omega_o^2 \alpha = 0$ (7)

(7) chứng tỏ hệ dao động điều hòa với chu kì là T :

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_3 l_3^2}{g(m_1 l_1 + m_2 l_2 + m_3 l_3)}} \quad (8)$$

+ Thay số vào (8) ta có : $T \approx 3$ s.

23. Một vật nặng treo trên 1 sợi chỉ mảnh không khối lượng, do trọng lực của vật, sợi chỉ dài thêm 1 đoạn $\Delta x_0 = 10$cm. Cho vật nặng lệch khỏi vị trí cân bằng 1 đoạn bé rồi buông vật ra. Chứng minh vật dao động điều hòa, tìm chu kì dao động. Biết rằng lực của sợi chỉ tác dụng lên vật có dạng :

$$F = -K_1.\Delta x - K_2(\Delta x)^3$$

Trong đó Δx là số gia độ dài của sợi chỉ, K_1 và K_2 là các hằng số : $K_1 = 294$N/m ; $K_2 = 9800$N/m^3.

Giải

+ Gọi ξ là độ lệch của vật nặng so với vị trí cân bằng thì :

$$\Delta x = \Delta x_0 + \xi \quad (1)$$

+ Lực tác dụng lên khối nặng ở vị trí bất kì gồm lực đàn hồi của sợi chỉ và trọng lực của vật nặng. Theo định luật II Newton, hợp lực lên vật có dạng :

$$\begin{aligned} R &= mg - K_1(\Delta x_0 + \xi) - K_2(\Delta x_0 + \xi)^3 \\ &= mg - K_1[\Delta x_0 - K_2(\Delta x_0)^3] - [K_1 + 3K_2(\Delta x_0)^2]\xi - 3K_2(\Delta x_0).\xi^2 - K_2\xi^3 \\ &= ma = m\xi'' \end{aligned} \quad (2)$$

+ Với ξ rất bé nên ta bỏ qua các vô cùng bé bậc 2, 3 của ξ, cuối cùng ta có :

$$\xi'' + \left[\frac{K_1 + 3K_2(\Delta x_0)^2}{m}\right]\xi = 0 \quad (3)$$

+ Với chú ý ở vị trí cân bằng thì : $mg = K_1\,\Delta x_0 + K_2(\Delta x_0)^3$ (4)

Vậy : $$m = \frac{K_1\Delta x_0 + K_2(\Delta x_0)^3}{g} \quad (5)$$

+ Đặt $$\omega^2 = \frac{K_1 + 3K_2(\Delta x_0)^2}{m} \quad (6)$$

(3) sẽ có dạng : $\xi'' + \omega^2\xi = 0$ (7)

(7) chứng tỏ vật dao động điều hòa với chu kì T :

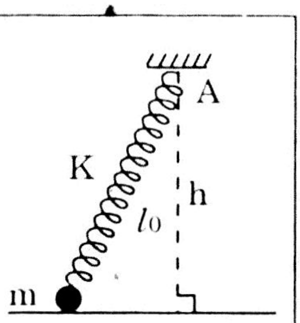
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{K_1.\Delta x_0 + K_2(\Delta x_0)^3}{g[K_1 + 3K_2(\Delta x)^2]}} \quad (8)$$

+ Thay số vào (8) : $T \approx 0,52$s.

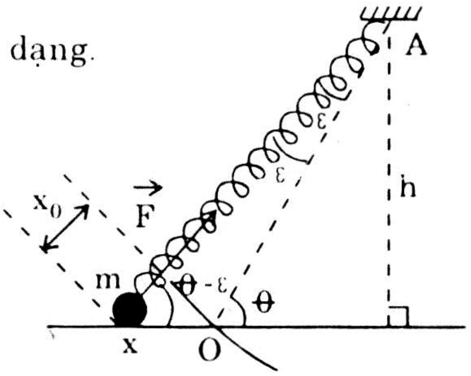
24. Một chất điểm khối lượng m = 0,1kg chuyển động trên đường thẳng nằm ngang tuyệt đối nhẵn và được gắn vào 1 đầu lò xo như hình.

Biết : h = 0,4m; K = 10^3 N/m.

Ở vị trí cân bằng như hình, lò xo dài l_0 = 0,5m. Kích thích cho m dao động bé. Chứng minh m dao động điều hòa, tìm chu kì dao động của nó.



Giải



+ Khi m ở vị trí cân bằng O, lò xo không biến dạng.

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{l_0^2 - h^2}}{l_0} \qquad (1)$$

+ Khi m có độ dời x bất kì, trục lò xo lệch 1 góc ε rất bé so với vị trí cân bằng.

+ Lực kéo về là :

$$F_x = -F\cos(\theta - \varepsilon) = -Kx_0\cos(\theta - \varepsilon)$$

$$= -Kx\cos(\theta - \varepsilon).\cos(\theta - \varepsilon) \qquad (2)$$

+ Với ε rất bé nên ta xem gần đúng là : $F_x = -Kx\cos^2\theta$ (3)

+ Dùng định luật II Newton ta có : $-Kx\cos^2\theta = ma = mx''$ (4)

$$\rightarrow \quad x'' + \frac{K\cos^2\theta}{m}x = 0 \qquad (5)$$

+ Đặt $\omega^2 = \dfrac{K\cos^2\theta}{m}$ (6) thì (5) trở thành : $x'' + \omega^2 x = 0$ (7)

(7) chứng tỏ m dao động điều hòa với tần số góc :

$$\omega = \cos\theta\sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{K}{m}.\frac{(l_0^2 - h^2)}{l_0^2}} \qquad (8)$$

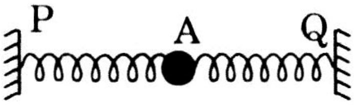
Thay số ta có : $\omega \approx 60$ rad/s

+ Chu kì dao động : $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{60} \approx 0{,}1$s.

25. **1.** Một lò xo có chiều dài tự nhiên l_0 = 20cm. Nếu chịu tác dụng của lực kéo 0,4N thì lò xo dài l = 24cm. Nếu cắt lò xo ra 2 phần bằng nhau thì độ cứng mỗi lò xo là bao nhiêu ?

2. Một chất điểm A có khối lượng m = 10g nối với 2 lò xo nằm ngang như hình vẽ.

Biết PQ = 30cm.



a) Tính lực căng của các lò xo khi hệ cân bằng. Xem trọng lực của m không đáng kể.

b) Tách A dọc theo đường trung trực của PQ khỏi vị trí cân bằng 1 đoạn bé rồi buông ra.

α) Chứng minh A dao động điều hòa.

β) Tìm chu kì dao động của A.

Giải

1. *K_1, K_2 :*

+ Cả lò xo : $F_K = K_o\Delta l = K_o(l - l_o) \rightarrow K_o = \dfrac{F_K}{l - l_o}$

$$K_o = \frac{0,4}{(24-20).10^{-2}} = 10\text{N/m}$$

+ Coi cả lò xo gồm 2 lò xo như nhau, độ cứng $K_1 = K_2$ thì :

$$K_o = \frac{K_1K_2}{K_1+K_2} = \frac{K_1}{2} = \frac{K_2}{2}$$

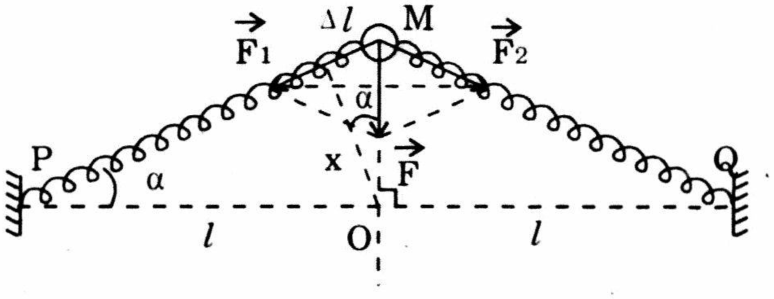
$$\rightarrow \quad K_1 = K_2 = 2K_o = 20\text{N/m}$$

2.a) * 2 lò xo dài và độ cứng như nhau ghép song song.

* Lực kéo của 2 lò xo là : $\vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = \vec{0}$

Hay : $F_{01} = F_{02} = K_1(l - l_{01}) = K_2(l - l_{02}) = 20(0,15 - 0,10) = 1\text{N}$

b) α) * Xét vị trí bất kì của vật M có li độ x bé, α rất bé.



* Các lực đàn hồi tác dụng lên vật $F_1 = F_2 = K.\Delta l$. Trong đó $\Delta l = x.\alpha$.

* $$F = 2F_1\sin\alpha \approx 2F_1\alpha$$

* Vì dao động bé nên coi $x = l\alpha$ và độ biến dạng của lò xo là không đáng kể nên $F_1 = F_{01}$ nên : $F = 2F_{01}.\dfrac{x}{l}$

* Vậy phương trình động lực học của vật là :

$$-2F_{01}.\frac{x}{l} = ma = mx'' \quad \rightarrow \quad x'' + \frac{2F_{01}}{ml}x = 0$$

* Đặt $\omega^2 = \dfrac{2F_{01}}{ml}$ ta có : $x'' + \omega^2 x = 0$

Phương trình này chứng tỏ m dao động điều hòa.

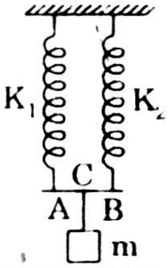
β) Chu kì dao động của m là :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{2F_{01}}} = 2 \times 3{,}14\sqrt{\frac{0.01 \times 0{,}15}{2 \times 1}} \approx 0{,}17 \text{ s.}$$

26. Cho cơ hệ như hình : $K_1 = 50$N/m; $K_2 = 75$N/m. Các chiều dài tự nhiên là $l_{01} = l_{02} = 50$cm. Hai lò xo có độ dài luôn như nhau và thẳng đứng. Thanh AB cứng, nhẹ.

Bỏ qua khối lượng các lò xo; m = 500g.

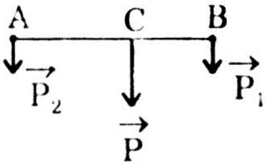
Tìm chu kì dao động bé của m.



Gợi ý

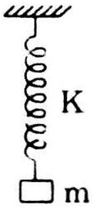
+ Vì hai lò xo luôn dài như nhau nên hai lò xo ghép song song.

$$K_{td} = K_1 + K_2 = 125\text{N/m}$$



+ Để hai lò xo luôn dài như nhau, điểm treo m ở C phải thỏa mãn :

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{AC}{CB} \quad \text{và} \quad P = P_1 + P_2$$



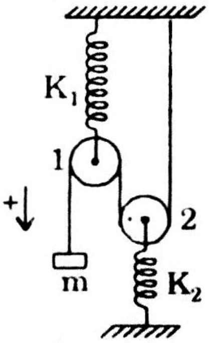
+ Thay hệ bằng một con lắc có K_{td}, ta có :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_{td}}} = 2\pi.\sqrt{\frac{0{,}5}{125}} \approx 0{,}4 \text{ s.}$$

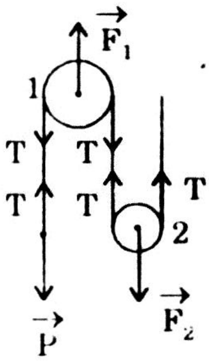
27. Cho cơ hệ như hình m = 100g ; $K_1 = 40$N/m; $K_2 = 60$N/m. Bỏ qua mọi yếu tố khác. Các lò xo và các dây luôn thẳng đứng. Chọn hệ tọa độ như hình, gốc O ở vị trí cân bằng của m. Lúc t = 0, ta thả vật với $v_0 = 0$ từ hai vị trí hai lò xo có độ dài tự nhiên.

a) Chứng minh m dao động điều hòa.

b) Viết phương trình dao động dạng $x = A\sin(\omega t + \varphi)$.



Giải



a) * Từ vị trí hai lò xo có độ dài tự nhiên, kéo m xuống một đoạn x, hai lò xo dãn ra một đoạn x_1, x_2 và :

$$x = 2(x_1 + x_2) \qquad (1)$$

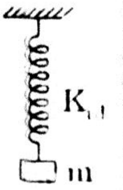
* F là lực căng dây nối m (cũng là lực đàn hồi của hệ lò xo); F_1, F_2 là lực căng dây (lực đàn hồi) của lò xo K_1, K_2 thì :

$$F_1 = F_2 = 2T$$

$$T = F \quad \rightarrow \quad 2F = F_1 = F_2$$

$$2K_{td}.x = K_1x_1 = K_2x_2 = F_1$$

$$\rightarrow \quad x = \frac{F_1}{2K_{td}}; \quad x_1 = \frac{F_1}{K_1}; \quad x_2 = \frac{F_2}{K_2} \qquad (2)$$



* Đưa (2) vào (1) ta có : $K_{td} = \dfrac{K_1K_2}{4(K_1 + K_2)} = 6N/m$

* Vậy thay hệ bằng một con lắc đàn hồi và nó dao động điều hòa

* Đã biết thả vật từ lúc hai lò xo có độ dài tự nhiên đến khi vật ở vị trí cân bằng thì biên độ $A = x_o$.

$$mg = K_{td}.x \quad \rightarrow \quad x_o = A = \frac{mg}{K} = \frac{1}{6}\,m$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K_{td}}{m}} = \sqrt{\frac{6}{0,1}} \approx 7.75 \text{ rad/s}$$

* $t = 0 \quad \left.\begin{array}{l} \rightarrow x = \frac{1}{6} = A\sin\varphi \\ \rightarrow v = 0 = A\omega\cos\varphi \end{array}\right\} \rightarrow \quad A = \frac{1}{6} \quad$ và $\quad \varphi = -\frac{\pi}{2}$

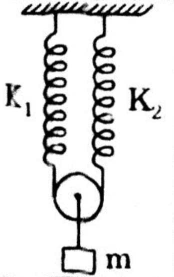
$$\rightarrow \quad x = \frac{1}{6}\sin\left(7,75t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm/s)).}$$

28. Cho cơ hệ như hình vẽ. Các dây mềm có độ dãn không đáng kể thẳng đứng. $K_1 = 50N/m$; $K_2 = 75N/m$.

Bỏ qua khối lượng các lò xo; m = 300g.

Vật dao động sao cho các lò xo ở trong giới hạn đàn hồi.

Tìm chu kì dao động bé của m ?

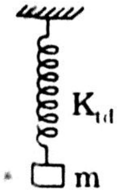


Gợi ý

+ Giả sử từ vị trí tự nhiên của hai lò xo, kéo m ra một đoạn x thì hai lò xo dãn ra các đoạn x_1, x_2.

Ta có : $x_1 + x_2 = 2x$ (1)

+ Với hệ hai lò xo : $F = K_{td}.x = 2K_1x_1 = 2K_2x_2$ (2)



+ Đưa (2) vào (1) ta có :

$$\frac{2F}{K_{td}} = \frac{F}{2K_1} + \frac{F}{2K_2} \quad \rightarrow \quad K_{td} = \frac{4K_1K_2}{K_1 + K_2}$$

+ Vì bỏ qua khối lượng ròng rọc, ta thay hệ như hình và :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_{td}}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,3}{120}} = 0,314 \text{ s.}$$

29. Một con lắc lò xo thẳng đứng gồm vật nhỏ m = 250g và lò xo nhẹ K = 100N/m. Kéo vật m xuống dưới theo phương thẳng đứng đến vị trí lò xo dãn 7,5cm rồi thả nhẹ. Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng của vật, trục tọa độ thẳng đứng và chiều dương hướng lên trên, gốc thời gian lúc thả vật.

Cho g = $10m/s^2$. Coi vật dao động điều hòa, viết phương trình dao động và tìm thời gian từ lúc thả vật đến thời điểm vật qua vị trí lò xo không biến dạng lần thứ nhất.

(Đề thi Đại học 4/7/2000 – Câu 6)

Gợi ý

+ Tìm : $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}} = 20$ rad/s

+ Độ dãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng là x_o.

$$mg = Kx_o \quad \rightarrow \quad x_o = 2,5cm$$

+ Lúc thả vật, tọa độ của vật là : –(7,5 – 2,5) = –5cm

+ $t = 0 \quad \left.\begin{array}{l} x = -5 = A\sin\varphi \\ v = 0 = A\omega\cos\varphi \end{array}\right\} \rightarrow \quad \varphi = -\dfrac{\pi}{2} \;;\quad A = 5cm$

Vậy : $\quad x = 5\sin\left(20t - \dfrac{\pi}{2}\right)(cm)$

+ Vật qua vị trí lò xo không biến dạng có tọa độ :

$$x = +2,5\text{ cm} = 5\sin\left(20t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Vậy : $\quad 20t - \dfrac{\pi}{2} = \begin{cases} \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi \\ \dfrac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$

+ Qua lần 1 thì góc pha là bé nhất và k = 0 nên :

$$20t - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} \quad \rightarrow \quad t = \frac{\pi}{30} \approx 0,105s.$$

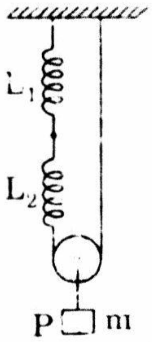
30. Cho hai lò xo L_1 và L_2. Nếu kéo lò xo bởi lực F = 0,6N thì L_1 dãn ra 2cm, còn L_2 dãn ra 4cm.

Mắc hai lò xo vào hệ như hình, m = 40g. Bỏ qua các yếu tố khác.

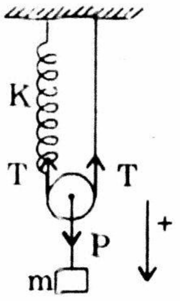
Khi t = 0, giữ cho hai lò xo không biến dạng rồi buông nhẹ.

a) Chứng minh vật dao động điều hòa.

b) Viết phương trình dao động. Tìm chu kì ?



Giải



a)* $$K_1 = \frac{F_K}{\Delta l_1} = \frac{0,6}{0,02} = 30N/m$$

$$K_2 = \frac{F_K}{\Delta l_2} = \frac{0,6}{0,04} = 15N/m$$

* K_1 nối tiếp với K_2, độ cứng tương đương là K.

$$K = \frac{K_1K_2}{K_1 + K_2} = 10N/m$$

* Ở vị trí cân bằng P = 2T = $2KX_0$ = mg → độ biến dạng ban đầu của hệ (đến khi vật ở vị trí cân bằng) là :

$$X_0 = \frac{mg}{2K} = 2cm$$

* Vị trí bất kì (vật có li độ x ở phía dưới vị trí cân bằng), chú ý m dịch một đoạn x thì lò xo biến dạng thêm một đoạn $\Delta l = 2x$.

$$F = T = K(X_0 + \Delta l) = K(X_0 + 2x) \quad (1)$$

$$mg - 2T = mx'' \quad (2)$$

Từ (1), (2) và chú ý $2KX_0 = mg$, ta có : $x'' + \frac{4K}{m}x = 0$ (3)

(3) chứng tỏ vật dao động điều hòa với ω :

$$\omega = \sqrt{\frac{4K}{m}} = \sqrt{\frac{4.10}{0,04}} = 10\pi \text{ rad/s}$$

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

Chú ý khi lò xo dãn 2 cm thì m dịch 1cm.

b)* Để lò xo không biến dạng thì tọa độ của m lúc t = 0 là : x = −1; v = 0

$$t = 0 \begin{cases} x = -1 = A\sin\varphi \\ v = 0 = A\omega\cos\varphi \end{cases} \rightarrow \quad A = 1cm ; \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$\rightarrow \quad x = 1.\sin\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}\right)(cm)$$

* Chu kì của m : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = 0,2$ s.

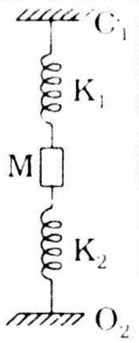
31. Hai lò xo có độ dài tự nhiên như nhau là l_0 = 30cm; K_1 = 50N/m, K_2 = 150N/m. Vật M có m = 1kg hình trụ cao h = 4cm nối như hình. Các lò xo thẳng đứng, O_1O_2 = 64cm; g = 10m/s^2; π^2 = 10. Bỏ qua khối lượng các lò xo và các ma sát, sức cản.

1. Tìm chiều dài l_1, l_2 của K_1, K_2 khi vật ở vị trí cân bằng.

2. Kéo M xuống dưới thẳng đứng 6cm kể từ vị trí cân bằng rồi buông nhẹ.

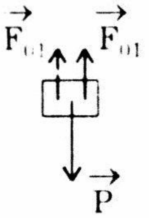
   a) Chứng minh vật dao động điều hòa. Viết phương trình dao động. Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống; t = 0 lúc thả vật.

   b) Tìm chiều dài cực đại, cực tiểu của mỗi lò xo khi M dao động.



Gợi ý

1. *Vị trí cân bằng :*



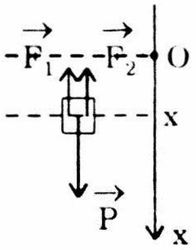
+ Do $2l_0 + h = 64cm = O_1O_2 = const$, trong quá trình M dao động nên K_1 và K_2 cái co, cái dãn một lượng như nhau.

+ $x_{01} = x_{02}$ và lực như hình.

$$\vec{P} + \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = \vec{0}$$

$$\rightarrow \quad mg - K_1x_{01} - K_2x_{02} = 0 \qquad (1)$$

$$\rightarrow \quad x_{01} = x_{02} = \frac{mg}{K_1 + K_2} = 5cm$$



+ $$l_1 = l_0 + x_{01} = 30 + 5 = 35cm$$

$$l_2 = l_0 - x_{02} = 30 - 5 = 25cm$$

2.a) * Ở vị trí bất kì, độ dời của M là x.

+ Các lực như hình.

$$mg - K_1(x_{01} + x) - K_2(x_{02} + x) = ma = mx'' \qquad (2)$$

+ Khai triển (2), đặt (1) vào (2) ta có : $$x'' + \frac{K_1 + K_2}{m}x = 0 \qquad (3)$$

+ Đặt $\omega^2 = \dfrac{K_1 + K_2}{m}$ thì (3) $\rightarrow$ $x'' + \omega^2 x = 0$ (4)

(4) chứng tỏ M dao động điều hòa.

+ $$\omega = \sqrt{\frac{K_1 + K_2}{m}} = 10\sqrt{2} \text{ rad/s}$$

+ $$t = 0 \begin{cases} x = +6 = A\sin\varphi \\ v = 0 = A\omega\cos\varphi \end{cases} \rightarrow \quad A = 6\text{ cm} ; \ \varphi = \frac{\pi}{2}$$

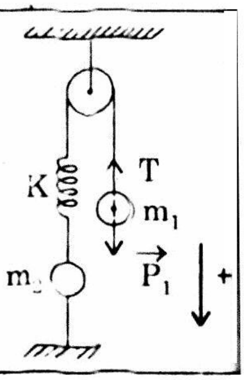
$$\text{và : } \quad x = 6\sin\left(10\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$$

b) $$K_1 : \begin{cases} l_{max} = l_1 + A = 35 + 6 = 41cm \\ l_{min} = l_1 - A = 35 - 6 = 29cm \end{cases} \qquad K_2 : \begin{cases} l_{max} = l_2 + A = 25 + 6 = 31cm \\ l_{min} = l_2 - A = 25 - 6 = 19cm \end{cases}$$

32. Cho cơ hệ như hình. $K = 100N/m$; $m_1 = 0,125kg$; $g = 10m/s^2$. Các dây nối nhẹ, không dãn. Bỏ qua khối lương ròng rọc, lò xo và mọi ma sát.

Giả sử m_2 đứng yên, lò xo trong giới hạn đàn hồi khi m_1 dao động.

Hỏi biên độ dao động A của m_1 thế nào để m_1 dao động điều hòa.



Giải

+ Đã có điều kiện :
  - * Bỏ qua ma sát
  - * Dao động bé (trong giới hạn đàn hồi để có định luật Hookes)

+ Ngoài ra muốn m_1 dao động điều hòa thì phải có tồn tại lực căng dây T.

$$P_1 - T = m_1x'' \quad \rightarrow \quad P_1 \geq m_1x''$$

$$\rightarrow \quad g \geq x'' \quad \text{hay} \quad g \geq \omega^2 x \quad \rightarrow \quad x \leq \frac{g}{\omega^2}$$

+ Vì vậy : $x_{max} = A \leq \dfrac{g}{\omega^2}$

với : $\omega^2 = \dfrac{K}{m} = \dfrac{100}{0,125} = 800 \quad \rightarrow \quad A \leq \dfrac{10}{800}$

$A \leq 0,0125m$; $A \leq 1,25cm$.

33. Một vật dao động điều hòa. Khi $t = 0$ có vận tốc $v_o = 34,6cm/s$ theo chiều dương. Đến khi vật có vận tốc $v_1 = 0$ lần thứ nhất thì nó đi được 6cm. Biết quãng đường đi trong hai chu kì liên tiếp là 32cm. Tìm phương trình dao động.

Gợi ý

+ 1 chu kì vật đi được 4A, vậy : $8A = 32 \rightarrow A = 4$ cm

+ Giả thiết $S = 6 = A - x_o = 4 - x_o \rightarrow x_o = -2$ cm

+ Chứng minh từ $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ và $v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$

để có hệ thức độc lập : $v^2 = \omega^2(A^2 - x^2) \rightarrow \omega = \dfrac{v_o}{\sqrt{A^2 - x_o^2}}$

$\omega = 10$ rad/s

+ Điều kiện ban đầu :

$$t = 0 \begin{cases} \rightarrow x = -2 = A\sin\varphi \\ \rightarrow v = 34,6 = A\omega\cos\varphi > 0 \end{cases} \rightarrow \quad A = 4 \text{ cm} \quad \text{và} \quad \varphi = -\frac{\pi}{6}$$

+ Vậy : $x = 4\sin\left(10t - \dfrac{\pi}{6}\right)$ (cm).

34. Một vật dao động có phương trình : $x = 5\cos(\pi t) + 1$ (cm)

a) Chứng minh vật dao động điều hòa. Vẽ đồ thị.

b) Tìm vị trí cân bằng, biên độ, pha ban đầu, chu kì ?

Giải

a)* Đặt $y = x - 1$ thì $y = 5\cos\pi t$. Vậy vật dao động điều hòa.

* $\omega = \pi = \dfrac{2\pi}{T} \rightarrow T = 2$ s

* Lập bảng biến thiên rồi vẽ đồ thị x, y.

t (s)	0	0,5	1	1,5	2
x (cm)	6	1	–4	1	6
y (cm)	5	0	–5	0	5

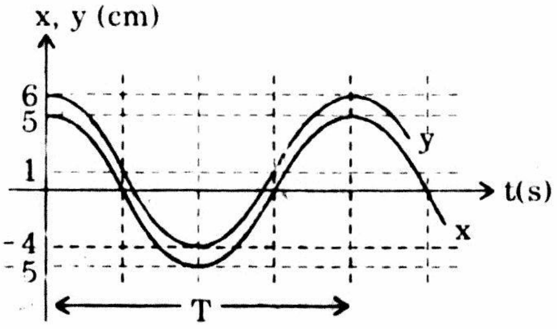
b)* Tại vị trí cân bằng : x = 1cm

* Biên độ A = 5cm

* $\varphi = +\dfrac{\pi}{2}$ rad

* $\omega = \pi$ rad/s

* T = 2 s.



Chủ đề 2

CHU KÌ PHỤ THUỘC NHIỆT ĐỘ VÀ GIA TỐC RƠI TỰ DO

1. Chu kì phụ thuộc nhiệt độ (g = const)

* $$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (1)$$

* Giả sử dây treo là thanh kim loại thì nhiệt độ thay đổi kéo theo đổi l và đổi T. Lúc đó đồng hồ quả lắc có thể chạy nhanh lên hay chậm lại.

* Tìm chiều dài :

$$l_t = l_0(1 + \alpha t^o) \qquad (2)$$

l_t, l_0 là chiều dài ở t°C và ở 0°C, α là hệ số nở dài (1/độ). Nếu α << 1 thì phải dùng gần đúng :

$$(1 + x)^m \approx 1 + mx \quad \text{khi} \quad x << 1$$

Giả sử chu kì đúng là T_1 lúc nhiệt độ $t_1^o C$, chiều dài l_1. Chu kì sai là T_2 lúc nhiệt độ $t_2^o C$, chiều dài l_2 thì lượng nhanh chậm trong 1s tính theo công thức :

$$\delta = \frac{T_2 - T_1}{T_2} \qquad (3)$$

Nếu $\delta > 0$; $T_2 > T_1$, chu kì tăng, đồng hồ chạy chậm lại.

Nếu $\delta < 0$; $T_2 < T_1$, chu kì giảm, đồng hồ chạy nhanh lên.

2. ***Chu kì phụ thuộc g (l = const)***

- * Chu kì phụ thuộc g; g phụ thuộc vĩ độ, thiên thể. Lúc bài toán cho các giá trị g ấy ta cứ thay vào công thức mà tính T rồi tìm δ như trên.
- * **Khi g phụ thuộc chiều cao h so với mặt đất thì ta dùng công thức :**

$$g_h = g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \qquad (4)$$

g_h, g_0 : là gia tốc trọng trường ở độ cao h và ở mặt đất.

R : bán kính trái đất.

- * Nếu h << R thì ta dùng phép tính gần đúng.

3. ***Chu kì phụ thuộc vào t°, g***

- * Ta dùng vi phân để tính gần đúng.
- * $$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi . l^{\frac{1}{2}} g^{-\frac{1}{2}} \qquad (5)$$
- * Lấy vi phân (3) : $$dT = 2\pi\left[g^{-\frac{1}{2}} . \frac{1}{2} l^{-\frac{1}{2}} dl - l^{\frac{1}{2}} . \frac{1}{2} g^{-\frac{3}{2}} dg\right] \qquad (6)$$
- * Chia **(6) cho (5)** ta có : $$\frac{dT}{T} = \frac{1}{2}\frac{dl}{l} - \frac{1}{2}\frac{dg}{g} \qquad (7)$$
- * Vậy độ **nhanh chậm của** đồng hồ trong 1 s là :

$$\delta = \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2}\frac{\Delta l}{l} - \frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g} \qquad (8)$$

35. Một đồng hồ quả lắc chạy đúng trên mặt biển với $g_1 = 9{,}81 m/s^2$ và $t_1^o = 20°C$. **Thanh treo quả lắc là kim loại có** $\alpha = 1{,}85.10^{-5} K^{-1}$.

1. Biết chu kì của đồng hồ ở mặt biển $T_1 = 2$ s. Tìm chiều dài l_1 của con lắc đồng **bộ (cùng** chu kì với đồng hồ quả lắc).

2. Khi nhiệt độ tăng đến $t_2^o = $ **30°C thì đồng hồ** quả lắc chạy nhanh chậm bao nhiêu trong 1 ngày đêm.

3. Đưa đồng hồ lên cao 1000m so với mặt biển, đồng hồ lại chạy đúng. Vì sao ? Tìm nhiệt độ ở trên cao ấy. Coi trái đất là hình cầu bán kính $R = 6400km$.

Gợi ý

+ Tính : $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g_1}} \rightarrow l_1 = 0,995$ m

+ Tính : T_2 ; tính : $\delta = \frac{T_2 - T_1}{T_2} \approx \frac{1}{2}\alpha(t_2^0 - t_1^0)$

+ Trong 1 ngày đêm đồng hồ chạy chậm một lượng : $\sigma = 86400\,\delta = 7,99$ s

+ Cho $T_h = T_1$, dùng công thức $l_t = l_0(1 + \alpha t^0)$ và $g_h = g_0\left(\frac{R}{R + h}\right)^2$, dùng công thức gần đúng tìm được : $t_h^0 = t_1^0 - \frac{2h}{\alpha R} = 3,1^\circ C$.

36. Con lắc Phu-cô ở nhà thờ thánh Ixắc thành phố Pêtecbua là 1 con lắc đơn gồm vật nặng $m = 5kg$, dây treo dài $l_1 = 98m$. Ở đó $g_1 = 9,819m/s^2$, $t_1^0 = 20^0C$.

1. Tìm chu kì T_1 của con lắc. (Cho $\pi = 3,1416$)

2. Nếu treo con lắc này ở Hà Nội có $g_2 = 9,793m/s^2$ và $t_2^0 = 30^0C$ và cho con lắc dao động trong 6h thì con lắc dao động nhanh hay chậm hơn bao nhiêu so với Pêtecbua. Biết dây treo có $\alpha = 2.10^{-5}$ (1/độ).

3. Trong lúc dao động ở Hà Nội, góc lệch cực đại của dây treo so với phương thẳng đứng là $\alpha_m = 0,02$ rad. Coi quĩ đạo của quả nặng là thẳng. Tìm phương trình dao động của quả nặng. Tìm vận tốc của nó khi qua vị trí cân bằng và sức căng dây treo khi đó. Bỏ qua mọi ma sát và sức cản.

Giải

1. + Ở Pêtecbua : $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g_1}}$

+ Thay số : $T_1 = 2 \times 3,14 \times \sqrt{\frac{98}{9,819}} \approx 19,850$ s

2. *Ở Hà nội :*

+ Hà nội : $$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1 + \alpha t_2^0)}{g_2}} \qquad (1)$$

+ Pêtecbua : $$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1 + \alpha t_1^0)}{g_1}} \qquad (2)$$

+ Chia (2) cho (1) ta có : $$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{1+\alpha t_1^o}{1+\alpha t_2^o}} \cdot \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \qquad (3)$$

Với $g_1 \approx g_2$; $\alpha << 1$ ta dùng gần đúng :

$$\sqrt{\frac{1+\alpha t_1^o}{1+t_2^o}} = (1+\alpha t_1^o)^{\frac{1}{2}}(1+\alpha t_2^o)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\alpha(t_1^o - t_2^o) \qquad (4)$$

$$\sqrt{\frac{g_2}{g_1}} = \sqrt{\frac{9{,}793}{9{,}819}} = \sqrt{1 - \frac{0{,}026}{9{,}819}} \approx 1 - \frac{1}{2} \times \frac{0{,}026}{9{,}819} \qquad (5)$$

+ Thay (4) và (5) vào (3) ta có :

$$\frac{T_1}{T_2} \approx \left[1 + \frac{1}{2}\alpha(t_1^o - t_2^o)\right]\left[1 - \frac{1}{2} \times \frac{0{,}026}{9{,}819}\right] \qquad (6)$$

+ $$\delta = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \qquad (7)$$

Khai triển (6) và bỏ qua vô cùng bé bậc hai :

$$\frac{1}{2}\alpha(t_1^o - t_2^o) \times \frac{1}{2} \times \frac{0{,}026}{9{,}819}$$

Ta có : $$\delta = \frac{1}{2} \times \frac{0{,}026}{9{,}819} - \frac{1}{2}\alpha\left(t_1^o - t_2^o\right)$$

$$\delta = \frac{1}{2} \times \frac{0{,}026}{9{,}819} - \frac{1}{2} \times 2.10^{-5}(20 - 30) = 14{,}24.10^{-4}$$

+ $\delta > 0$ vậy $T_2 > T_1$, chu kì ở Hà Nội tăng nên nếu coi con lắc là đồng hồ thì trong 6h đồng hồ chạy chậm 1 lượng :

$$\sigma = 6 \times 3600 \times \delta$$

$$\sigma = 6 \times 3600 \times 14{,}24.10^{-4} \approx 30{,}76 \text{ s}$$

3. *Ở Hà nội :*

+ Chiều dài l_2 :

$$\left.\begin{aligned} l_2 &= l_o(1 + \alpha t_2^o) \\ l_1 &= l_o(1 + \alpha t_1^o) \end{aligned}\right\} \rightarrow \quad l_2 = l_1[1 + \alpha(t_2^o - t_1^o)]$$

+ $$l_2 = l_1\left[1 + \alpha(t_2^o - t_1^o)\right] = 98.[1 + 2.10^{-5}(30 - 20)]$$

$$l_2 \approx 98{,}0196 \text{ m}$$

+ Tần số góc dao động : $$\omega = \sqrt{\frac{g_2}{l_2}} = \sqrt{\frac{9{,}793}{98{,}0196}} \approx 0{,}316 \text{ rad/s}$$

+ Li độ cực đại :

$$S_m = l_2 \alpha_m = 98{,}0196 \times 0{,}02 \approx 1{,}96 \text{ m}$$

+ Phương trình li độ :

$$S = 1{,}96 \sin(0{,}316) \text{ m}$$

+ Vận tốc qua vị trí cân bằng sẽ cực đại :

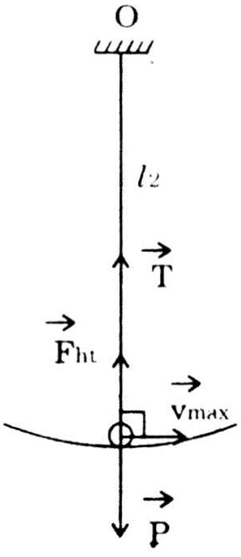
$$v_{max} = S_m \omega = 1{,}96 \times 0{,}316 \approx 0{,}62 \text{ m/s}$$

+ Ở vị trí cân bằng :

$$F_{ht} = T - P \quad \rightarrow \quad T = P + F_{ht}$$

$$T = mg_2 + \frac{mv_{max}^2}{l_2} = m\left(g_2 + \frac{v_{max}^2}{l_2}\right)$$

$$T = 5\left(9{,}793 + \frac{(0{,}62)^2}{98{,}0196}\right) \approx 48{,}98\text{N}.$$



57. **1.** Con lắc đơn dao động với chu kì $T_0 = 0{,}8\pi$ s ở mặt đất. Coi trái đất hình cầu R = 6400km, gia tốc trọng trường ở mặt đất $g_0 = 9{,}80\text{m/s}^2$. Tìm chiều dài l của con lắc.

2. Đưa con lắc lên cao h = 12,8km. Phải thay đổi chiều dài bao nhiêu để chu kì vẫn là T_0 biết dây treo có $\alpha = 1{,}7.10^{-5}$ (1/độ), nhiệt độ ở độ cao h giảm so với mặt đất 40°C.

3. Giả sử đưa con lắc ở mặt đất lên mặt trăng. Nếu chu kì trên mặt trăng vẫn là T_0 thì nhiệt độ trên mặt trăng thế nào ? Biết khối lượng quả đất lớn hơn của mặt trăng 81 lần, còn bán kính trái đất lớn hơn của mặt trăng 3,7 lần.

Giải

1* $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_0}{g_0}} = 0{,}8\pi \quad \rightarrow \quad \dfrac{l_0}{g_0} = 0{,}4 \quad \rightarrow \quad l_0 = 0{,}4g_0$

* $l_0 = 0{,}4 \times 9{,}80 = 3{,}92$ (m)

2* Ở trên cao : $T_h = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_h}{g_h}}$ (1)

* Ở mặt đất : $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_0}{g}}$ (2)

* Theo giả thiết : $T_h = T_0 \quad \rightarrow. \quad \dfrac{l_h}{l_0} = \dfrac{g_h}{g_0}$ (3)

Vậy : $l_h - l_0 = \Delta l$;

$$\frac{g_h - g_o}{g_o} = \frac{g_o\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 - g_o}{g_o} \approx -\frac{2h}{R}$$; cho ta :

$$\frac{l_h - l_o}{l_o} = \frac{g_h - g_o}{g_o} \quad \rightarrow \quad \Delta l = -\frac{2h}{R}l_o \qquad (4)$$

$$\frac{\Delta l'}{l_o} = \frac{l_h - l_o}{l_o} = \frac{l'_o(1+\alpha t_h^o) - l'_o(1+\alpha t_o^o)}{l'_o(1+\alpha t_o^o)} = \frac{l_h}{l_o} - 1 =$$

$$= (1+\alpha t_h^o)(1-\alpha t_o^o) - 1 \approx \alpha(t_h^o - t_o^o) = \alpha.\Delta t^o$$

(l'_o : chiều dài ở 0°C)

→ $\Delta l' = l_o\alpha.\Delta t^o = 1,568 \times 1,7.10^{-5} \times 40 = 1,07.10^{-3}$ m = 0,107cm

Nếu dây không dãn nở thì : $\Delta l = -\frac{2 \times 12,8}{6,4.10^3} \times 1,568 = 10^{-3}A$

$\Delta l = -6,27.10^{-3}$ m

Vậy phải cắt bỏ dây 1 đoạn x :

$x = |\Delta l| - |\Delta l'| = (6,27 - 1,07).10^{-3} = 5,2.10^{-3}$ m = 5,2mm

3. *Lên mặt trăng :*

+ Chu kì con lắc ở trái đất và mặt trăng :

$$T_d = 2\pi\sqrt{\frac{l_d}{g_d}} \quad ; \qquad T_t = 2\pi\sqrt{\frac{l_t}{g_t}}$$

+ Cho yêu cầu $T_d = T_t$ tức là : $\frac{l_d}{l_t} = \frac{g_d}{g_t}$ với $g = \frac{GM}{R}$

Hay : $$\frac{l_o(1+\alpha t_d^o)}{l_o(1+\alpha t_t^o)} = \frac{GM_d}{R_d^2}\frac{1}{\frac{GM_t}{R_t^2}} = \frac{M_d}{M_t}\left(\frac{R_t}{R_d}\right)^2$$

$$\rightarrow \quad \frac{1+\alpha t_d^o}{1+\alpha t_t^o} = \frac{81M_t}{M_t}\left(\frac{R_t}{3,7R_t}\right)^2 = \frac{81}{(3,7)^2} \approx 1 + \alpha(t_d^o - t_t^o)$$

+ $$\Delta t^o = t_d^o - t_t^o = \frac{\left(\frac{9}{3,7}\right)^2 - 1}{\alpha} = \frac{\left(\frac{9}{3,7}\right)^2 - 1}{1,7.10^{-5}} \approx 2,89.10^5$$

Vậy muốn chu kì không đổi như trái đất thì nhiệt độ mặt trăng phải thấp hơn trái đất $2,89.10^5$ độ. Điều này thật vô lý. Vậy sự kiện giả thiết của bài toán là không thể xảy ra.

38. **1.** Một đồng hồ quả lắc chạy đúng trên mặt đất khi nhiệt độ $t_1^o = 20^oC$. Nếu tăng nhiệt độ đến $t_2^o = 35^oC$ thì đồng hồ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu trong một ngày đêm ? Cho thanh treo đồng hồ làm bằng kim loại có hệ số nở dài là $\alpha = 2.10^{-5}$ (1/độ). Coi thanh treo của quả lắc bằng chiều dài của con lắc đồng bộ với nó.

2. Đưa đồng hồ lên cao h = 1,28 km thì nó lại chạy đúng. Tìm nhiệt độ trên cao (t_h^o = ?). Cho rằng trái đất hình cầu, bán kính R = 6400km.

(Câu V, Đề thi Đại học Ngoại thương 1998)

Gợi ý

+ Tương tự bài 36, ta có : $\delta = \frac{1}{2}\alpha(t_2^o - t_1^o)$ và $\sigma = 86400.\delta = 12,96$ s

+ Tương tự bài 36 : $t_h^o = t_1^o - \frac{2h}{\alpha R} = 0^oC$.

Chủ đề 3

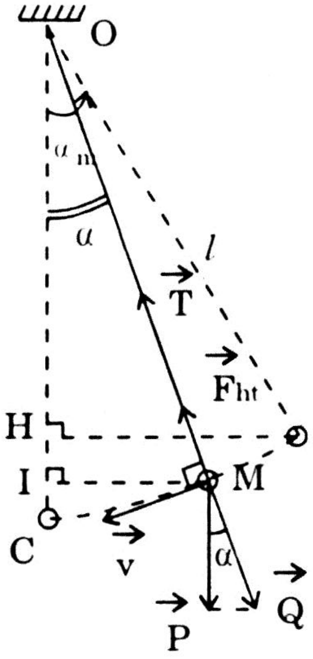
TÍNH VẬN TỐC VÀ SỨC CĂNG DÂY. DAO ĐỘNG KHI CÓ SỨC CẢN

1* Cho con lắc đơn, dao động với góc lệch của sợi dây có giá trị cực đại là α_m và góc lệch bất kì α.

* Qui ước thế năng hấp dẫn ở vị trí cân bằng C bằng 0, thế năng ở vị trí cực đại P và vị trí bất kì M :

$$E_t = mgHC = mgl(1 - \cos\alpha_m)$$

$$E'_t = mgIC = mgl(1 - \cos\alpha)$$



+ Cơ năng ở P và M là :

$$E_P = mgl(1 - \cos\alpha_m)$$

$$E_M = mgl(1 - \cos\alpha) + \frac{mv^2}{2}$$

- Cơ năng bảo toàn nên $E_P = E_M$ và :

$$mgl(1-\cos\alpha_m) = mgl(1-\cos\alpha) + \frac{mv^2}{2}$$

$$\rightarrow \boxed{v^2 = 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_m)} \qquad (1)$$

2.+ Ở vị trí bất kì M; vật chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$ và sức căng dây $\vec{T}$.

+ $$\vec{F}_{ht} = \vec{T} + \vec{Q}$$

hay $$T = F_{ht} + Q = \frac{mv^2}{l} + mg\cos\alpha \qquad (2)$$

+ Đưa (1) vào (2) ta có : $$\boxed{T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_m)} \qquad (3)$$

3. Con lắc sẽ dao động tắt dần do sinh công để thắng ma sát và sức cản. Để duy trì dao động, trong 1T ta phải cung cấp thêm năng lượng vừa đúng bằng phần năng lượng bị mất đi cũng trong 1T ấy. Tùy theo bài ra mà ta xác định phần năng lượng bị mất và bù đắp.

39. Một con lắc đơn gồm vật nặng $m = 50g$, dây treo chiều dài $l = 1m$.

Cho $g = 9{,}81m/s^2$; $F_{ms} = 0$; $F_C = 0$.

1. Góc lệch của dây so với vị trí cân bằng $\alpha_m = 30^0$. Tìm vận tốc và sức căng dây khi góc lệch của dây :

a) $\alpha = 8^0$.

b) Ở vị trí cân bằng của vật.

2. Tìm chu kì dao động bé của con lắc. Cho $1^0 = 0{,}01745$ rad.

Gợi ý

+ Dùng các công thức đã biết :

* $\alpha = 8^0 \rightarrow T_1 = 0{,}607N$; $v_1 = 1{,}56m/s$

* $\alpha = 0^0 \rightarrow T_2 = 0{,}62N$; $v_2 = 1{,}62m/s$

+ $T \approx 2{,}01$ s.

40. Một con lắc đơn có dây là $l = 1m$, quả lắc có $m = 100g$. Ở vị trí cân bằng ta truyền cho quả lắc vận tốc $v_o = 3{,}14m/s$ theo phương ngang.

1. Tìm độ cao cực đại và góc lệch lớn nhất của con lắc.

2. Tìm lực căng dây ở vị trí cao nhất và vị trí cân bằng.

3. Tìm vận tốc v_o cần truyền cho vật theo phương ngang ở vị trí cân bằng để dây lệch 90^0 và tìm lực căng dây ở đó. Lấy $g = 10m/s^2$, $\pi^2 = 10$.

Gợi ý

+ Dùng định luật bảo toàn cơ năng để có :

$$\cos\alpha_m = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha_m = 60^0 \quad \text{và} \quad h_m = 0{,}5\text{ m}$$

+ Dùng công thức đã biết của T, ta có :

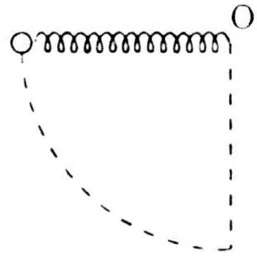
+ cao nhất : $T_1 = 0{,}5N$

+ vị trí cân bằng : $T_2 = 2N$

+ Dùng bảo toàn cơ năng, có $v_0 = \pi\sqrt{2}$ m/s.

41. Một quả cầu nhỏ khối lượng $m = 2kg$ treo trên sợi dây không khối lượng, không dãn. Bỏ qua ma sát và sức cản. Lấy $g = 10m/s^2$.

1. Kéo quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng cho dây lệch α_m rồi buông nhẹ. Tìm biểu thức vận tốc vật nặng và sức căng dây treo theo α_m và α bất kì. Tìm vị trí của quả cầu để sức căng dây cực đại. Tìm lực căng dây ở đó nếu $\alpha_m = 60^0$.



2. Phải có α_m bằng mấy để khi qua vị trí cân bằng, sức căng dây gấp 3 lần trọng lượng quả cầu.

3. Thay dây treo bằng lò xo không trọng lượng độ cứng $K = 500N/m$ độ dài tự nhiên $l_0 = 0{,}6m$. Lò xo dao động trong mặt phẳng thẳng đứng quanh O. Kéo quả cầu cho lò xo lệch 90^0 so với phương thẳng đứng rồi thả ra. Khi bắt đầu thả, lò xo chưa bị nén dãn. Tìm độ dãn của lò xo khi quả cầu đến vị trí cân bằng.

Giải

1. * Chứng minh như hướng dẫn đầu chủ đề để có :

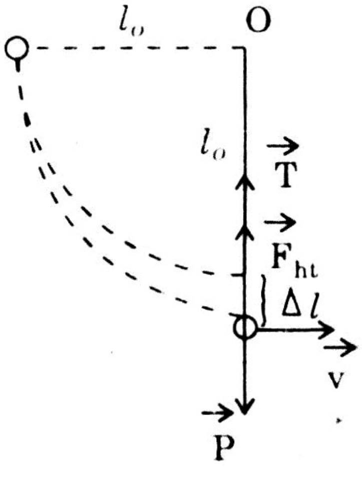
$$v^2 = 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_m) \quad (1)$$

$$T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_m) \quad (2)$$

* Theo (2) T_{max} khi $\alpha = 0^0$ (ở vị trí cân bằng). Ở đây, $\cos\alpha = 1$ và :

$$T_{max} = mg(3 - 2\cos 60^0)$$

$$T_{max} = 2 \times 10\left(3 - 2 \times \frac{1}{2}\right) = 40N$$



2. * Ở vị trí cân bằng :

$$T_{max} = mg(3 - 2\cos\alpha_m) = 3mg$$

* Suy ra : $\cos\alpha_m = 0 \rightarrow \alpha_m = \frac{\pi}{2}$

3. * Định luật bảo toàn cơ năng : ($E_t = 0$ khi vật thấp nhất)

$$mgl = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{2}K(\Delta l)^2 \quad (3)$$

* Trong đó : $l = l_0 + \Delta l$; Δl : độ dãn cần tìm.

* Ở vị trí thấp nhất, T là lực đàn hồi : $T = K.\Delta l$, trọng lực $P = mg$ và :

$$\vec{F}_{ht} = \vec{T} + \vec{P}$$

hay $$T = P + F_{ht} = mg + \frac{mv^2}{l} = K.\Delta l \qquad (4)$$

* (4) suy ra : $$\frac{mv^2}{2} = \frac{K.l(\Delta l)}{2} - \frac{mgl}{2} \qquad (5)$$

* Đưa (5) và $l = l_o + \Delta l$ vào (3) ; biến đổi ta có :

$$2K(\Delta l)^2 + (Kl_o - 3mg).(\Delta l) - 3mgl_o = 0 \qquad (6)$$

* Thay số vào (6) : $(\Delta l)^2 + 0,24(\Delta l) - 0,036 = 0$ (7)

* (7) có nghiệm là : $\Delta l = 0,104 \text{ m} = 10,4 \text{ cm}$

* Chú ý rằng ở vị trí thấp nhất mà vật đứng yên thì độ dãn của lò xo chỉ là Δx_o :

$$\Delta x_o = \frac{mg}{K} = \frac{2 \times 10}{500} = 0,04\text{m} = 4 \text{ cm}.$$

42. **1.** Đồng hồ quả lắc được coi là con lắc đơn có chu kì $T_1 = 1$ s, nơi có nhiệt độ $t_1 = 15^oC$ và $g = 9,8 m/s^2$. Lấy $\pi^2 = 10$. Bỏ qua ma sát. Tìm chiều dài l_1 của con lắc.

2. Ở nhiệt độ $t_2^o = 35^oC$ thì trong 1 ngày đêm đồng hồ chạy nhanh chậm bao nhiêu ? Biết dây treo có hệ số nở dài $\alpha = 2.10^{-5}$ (1/độ C).

3. Không lên dây cót, cho con lắc dao động tự do với biên độ góc ban đầu $\alpha_o = 5^o$ thì nó sẽ dao động tắt dần. Cứ sau 4 chu kì, dao động biên độ góc chỉ còn lại 4^o. Cho rằng biên độ góc giảm theo cấp số nhân lùi vô hạn. Tìm công cần tốn để lên dây cót sao cho đồng hồ chạy 1 tuần lễ với biên độ góc 5^o. Biết quả lắc có khối lượng m = 100g. Phải mất 80% năng lượng lên dây cót để thắng ma sát ở hệ thống bánh xe.

Giải

1.* Do : $$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \rightarrow l_1 = \frac{gT_1^2}{4\pi^2} = \frac{9,8 \times 1^2}{4 \times 10} = 0,245 \text{ m}$$

2.* Ở t_2^o có : $$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_o(1 + \alpha t_2^o)}{g}} \qquad (1)$$

* Ở t_1^o có : $$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_o(1 + \alpha t_1^o)}{g}} \qquad (2)$$

* Chia (1) cho (2) chú ý rằng $\alpha << 1$ nên sử dụng phép tính gần đúng :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{(1 + \alpha t_2^o)^{\frac{1}{2}}}{(1 + \alpha t_1^o)^{\frac{1}{2}}} \approx \left(1 + \frac{1}{2}\alpha t_2^o\right)\left(1 - \frac{1}{2}\alpha t_1^o\right) \approx 1 + \frac{1}{2}\alpha(t_2^o - t_1^o)$$

Vậy : $T_2 = T_1\left[1 + \frac{1}{2}\alpha(t_2^o - t_1^o)\right]$ (3)

* (3) chứng tỏ $T_2 > T_1$ nên chu kì tăng, đồng hồ chạy chậm lại. Sau 1 s đồng hồ chạy chậm 1 lượng :

$$\delta = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\alpha(t_2^o - t_1^o)} \approx$$

$$\approx 1 - \left[1 - \frac{1}{2}\alpha(t_2^o - t_1^o)\right] = \frac{1}{2}\alpha(t_2^o - t_1^o)$$

* Trong 1 ngày đêm (86400 s) đồng hồ chạy chậm 1 lượng :

$$\sigma = 86400\delta = 86400.\frac{1}{2}\alpha(t_2^o - t_1^o) = 86400.\frac{1}{2}.2.10^{-5}(35 - 15)$$

$$\sigma = 17,28 \text{ s}$$

3)* Ở 15°C, $l_1 = 0,245$ m; $T_1 = 1$ s

* Khi t = 0 → biên độ góc $\alpha_o = 5°$.

Năng lượng của con lắc : $W_o = mgl_1(1 - \cos\alpha_o) \approx \frac{mgl_1\alpha_o^2}{2}$

* Đầu chu kì 2 → biên độ góc $\alpha_1 = q\alpha_o$, q là công bội của cấp số nhân lùi vô hạn. Lúc này năng lượng con lắc là :

$$W_1 = \frac{mgl_1\alpha_1^2}{2}$$

* Đầu chu kì 3 → biên độ là $\alpha_2 = q^2\alpha_o$

. . . .

* Đầu chu kì 5 (tức là sau 4 chu kì) biên độ góc là $\alpha_4 = q^4\alpha_o$ hay :

$$4° = q^4.5° \quad \rightarrow \quad q^2 = \sqrt{\frac{4}{5}}$$

* Coi rằng năng lượng bị mất đi sau mỗi chu kì rất bé và bằng nhau nên nó bằng ΔW.

$$\Delta W = W_o - W_1 = \frac{mgl_1}{2}(\alpha_o^2 - \alpha_1^2) = \frac{mgl_1}{2}\alpha_o^2(1 - q^2) =$$

$$= \frac{mgl_1}{2}\alpha_o^2\left(1 - \sqrt{\frac{4}{5}}\right)$$

$$\Delta W = \frac{0,1 \times 9,8 \times 0,245}{2}\left[5 \times \left(\frac{3,14}{180}\right)^2\right]\left(1 - \sqrt{\frac{4}{5}}\right) \approx 10^{-4}\,\text{J}$$

* Năng lượng phải bù sau 1 tuần lễ (1 tuần lễ có):

$$7 \times 24 \times 3600 = 604800 \text{ s} = 604800 \text{ T}$$

$$W = 604800.10^{-4} = 60,48 \text{ J}$$

* Năng lượng phải bù W chỉ bằng 20% công để lên dây cót A, vậy:

$$A = \frac{W}{0,2} = \frac{60,48}{0,2} = 302,4 \text{ J}.$$

43. Đồng hồ quả lắc chạy đúng ở Hà Nội ở nhiệt độ $t^o = 20^oC$, chu kì $T = 2$ s. Nó được coi là con lắc đơn có quả nặng $m = 500g$ treo trên thanh kim loại mảnh coi là không có khối lượng, có $\alpha = 2.10^{-5}$ (1/độ C). Vật m có thể dịch dọc thanh treo nhờ 1 đinh ốc có bước ốc là $h = 0,5mm$.

1. Đưa đồng hồ vào Sài Gòn. Khi nhiệt độ ở Sài Gòn là $t'^o = 30^oC$ thì đồng hồ chạy nhanh chậm bao nhiêu so với Hà Nội trong 1 ngày đêm. Biết gia tốc trọng trường ở Hà Nội là $g = 9,793 \text{ m/s}^2$ và ở Sài Gòn là $g' = 9,787 \text{m/s}^2$.

2. Để đồng hồ chạy đúng ở Sài Gòn thì phải xoay ốc 1 góc bao nhiêu? theo chiều nào?

3. Xét con lắc ở Hà Nội, biên độ góc 5^o. Do ma sát nên khi dao động tự do thì sau 5 chu kì, biên độ góc chỉ còn lại 4^o. Dao động của con lắc được duy trì nhờ bộ máy đồng hồ. Tìm công suất của máy đó.

Giải

1.* Chứng minh để có: $\dfrac{\Delta T}{T} = \dfrac{T' - T}{T} = \dfrac{1}{2}\alpha.\Delta t^o - \dfrac{1}{2}\dfrac{\Delta g}{g}$ (1)

* Thật vậy ta đã biết: $\dfrac{\Delta T}{T} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\Delta l}{l} - \dfrac{1}{2}\dfrac{\Delta g}{g}$ (2)

$$\left.\begin{aligned} l' &= l_o(1 + \alpha t'^o) \\ l &= l_o(1 + \alpha t^o) \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{l'}{l} \approx 1 + \alpha(t'^o - t^o) = 1 + \alpha.\Delta t^o$$

$$\Delta l = l' - l = l[1 + \alpha.\Delta t^o] - l = l.\alpha.\Delta t^o$$

Suy ra: $\dfrac{\Delta l}{l} = \alpha.\Delta t^o$ (3)

* Thay (3) vào (2) ta có (1).

* Ở Sài Gòn chu kì T' và T' > T, đồng hồ chạy chậm lại. Sau 1 s đồng hồ chạy chậm 1 lượng δ.

$$\delta = \frac{\Delta T}{T} = \frac{T' - T}{T} = \frac{1}{2}.2.10^{-5}(30 - 20) - \frac{1}{2}\left(\frac{9,787 - 9,793}{9,793}\right)$$

$$\delta = 4.10^{-4} \text{ s}$$

* Trong 1 ngày đêm, ở Sài Gòn đồng hồ chạy chậm 1 lượng là σ :

$$\sigma = 86400.\delta = 86400 \times 4.10^{-4} = 34{,}56 \text{ s}$$

2. * Chiều dài con lắc ở Sài Gòn khi chưa chỉnh là l'.

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g'}} \quad \rightarrow \quad l' = \frac{g'T'^2}{4\pi^2}$$

* Chiều dài đã chỉnh là l'' để có chu kì T như ở Hà Nội : $l'' = \frac{g'T^2}{4\pi^2}$

* Vậy chiều dài phải chỉnh là : $\Delta l = l'' - l'$

$$\Delta l = \frac{g'}{4\pi^2}(T^2 - T'^2) \qquad (4)$$

* Đã có ở câu 1 : $\delta = \frac{\Delta T}{T} = \frac{T' - T}{T} = \frac{T'}{T} - 1$

$$\rightarrow \quad T' = T(1 + \delta) \quad \text{và} \quad T^2 - T'^2 = T^2 - T^2(1 + \delta)^2 \qquad (5)$$

* Do $\delta << 1$ nên (5) trở thành :

$$T^2 - T'^2 \approx T^2 - T^2(1 + 2\delta) = -T^2.2\delta$$

$$\text{và} \quad \Delta l = -\frac{g'}{4\pi^2}.2\delta T^2 = -\frac{g'}{2\pi^2}.\delta.T^2 \qquad (6)$$

* Thay số : $\Delta l = -\frac{9{,}787 \times 4.10^{-4} \times 2^2}{2 \times 10} = -8.10^{-4}$ m

$$\Delta l = -0{,}8\text{mm}$$

Vậy $l'' < l'$ và phải quay ốc theo chiều vật dịch gần điểm treo hơn, đoạn dịch là 0,8mm và góc quay của ốc là :

$$\alpha = \frac{0{,}8}{0{,}5} = 1{,}6 \text{ vòng} \qquad \text{hay} \quad \alpha = 576''.$$

3. *Ở Hà nội :*

* Năng lượng của con lắc dao động bé : $W = \frac{mgl\alpha_m^2}{2}$

* Chiều dài của con lắc ở Hà Nội là l.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \rightarrow \quad l = \frac{gT^2}{4\pi^2}$$

Sau 5T, năng lượng con lắc giảm 1 lượng ΔW :

$$\Delta W = \frac{mgl}{2}(\alpha_1^2 - \alpha_2^2)$$

* Năng lượng cung cấp $\Delta E = \Delta W$, vậy công suất của máy đồng hồ là :

$$P = \frac{\Delta W}{t} = \frac{mgl}{5.T.2}(\alpha_1^2 - \alpha_2^2) = \frac{mg.gT^2}{10.T.4\pi^2}(\alpha_1^2 - \alpha_2^2)$$

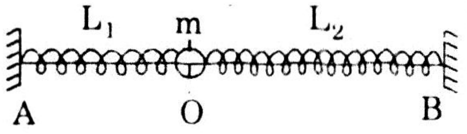
$$P = \frac{mg^2T}{40\pi^2}(\alpha_1^2 - \alpha_2^2)$$

* Thay số : $$P = \frac{0,5 \times (9,793)^2 \times 2^2}{40 \times 10}(5^2 - 4^2).\left(\frac{3,14}{180}\right)^2$$

$$P \approx 6,8.10^{-4}\ W.$$

44. Một quả cầu m = 50g trượt trên sợi dây thép cứng nằm ngang dài AB = 50cm. Một lò xo chiều dài tự nhiên l_0 = 50cm cắt làm 2 phần OA = l_{01} = 20cm và OB = l_{02} = 30cm rồi nối vào hệ như hình.

1. Dùng 1 lực F = 5N đẩy quả cầu ra khỏi O một đoạn 1 cm. Tìm độ cứng K_1, K_2 của L_1, L_2.



2. Thả quả cầu ra cho nó dao động. Tìm chu kì dao động ? Bỏ qua ma sát.

3. Thực tế có ma sát, hệ số ma sát trượt μ; μ = 0,3 = const. Biên độ giảm theo cấp số nhân lùi vô hạn. Tìm tỉ số q giữa 2 biên độ liên tiếp nhau. Lấy g = 10m/s^2. Coi các lò xo không có khối lượng.

Giải

1. * Coi lò xo còn nguyên gồm L_1 và L_2 nối tiếp; ta có lực đàn hồi truyền đi nguyên vẹn dọc theo thiết diện các lò xo nên :

$$F = F_1 = F_2 \quad \rightarrow \quad K_1\,\Delta l_1 = K_2\,\Delta l_2$$

Gọi Δl_0 độ dãn của 1 đơn vị chiều dài thì :

$$\Delta l_1 = \Delta l_0.l_1 \ ; \quad \Delta l_2 = \Delta l_0.l_2. \qquad \text{Vậy :} \quad K_1\,l_1 = K_2\,l_2$$

Hay : $$\frac{K_1}{K_2} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2} \tag{1}$$

* Khi nối L_1 song song với L_2 như hình thì độ biến dạng cả lò xo tương đương (độ cứng K) cũng bằng độ biến dạng của các lò xo. Lực đàn hồi cả hệ lò xo thì bằng tổng các lực đàn hồi (với lực đàn hồi hệ lò xo bằng lực kéo).

$$F = Kx = F_1 + F_2 = K_1\,x + K_2\,x$$

Vậy : $$K_1 + K_2 = \frac{F}{x} = \frac{5}{1.10^{-2}} = 500\text{N/m} \tag{2}$$

* Giải (1) và (2) ta có : $$\begin{cases} K_1 = 300\ N/m \\ K_2 = 200\ N/m \end{cases}$$

2. Hệ trên tương đương với một con lắc đàn hồi có độ cứng K = 500N/m; m = 50g = 0,05kg. Vậy chu kì dao động là :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2 \times 3{,}14\sqrt{\frac{0{,}05}{500}} \approx 0{,}063 \text{ s}$$

3. Năng lượng ban đầu của con lắc khi độ dời cực đại 1 cm là :

$$W_{max} = \frac{1}{2}Kx^2_{max} = \frac{1}{2}.500.(10^{-2})^2 = 2{,}5.10^{-2}\text{ J}$$

$t \to \infty$; năng lượng con lắc còn lại là W = 0.

Con lắc mất năng lượng là W_{max}. Phần năng lượng này biến thành công để thắng lực ma sát.

$$W_{max} = A_{ms} = F_{ms}.S = \mu mg.S \quad \to \quad S = \frac{W_{max}}{\mu mg}$$

$$S = \frac{2{,}5.10^{-2}}{0{,}3 \times 0{,}05 \times 10} = \frac{1}{6}\text{ m}$$

Các biên độ liên tiếp :

$A_1 = 1\text{cm}$; $A_2 = qA_1$; $A_3 = q^2A_1$, ..., $A_n = q^{n-1}A_1$, ...

Coi rằng trong $\frac{1}{2}$ chu kì biên độ không đổi và :

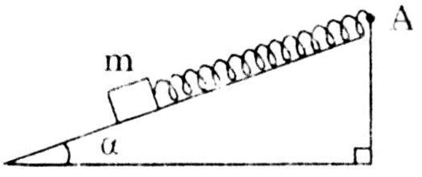
$$S = 2A_1 + 2A_2 + ... + 2A_n + ... =$$
$$= 2A_1(1 + q + q^2 + ... + q^{n-1} + ...)$$

Với : $1 + q + q^2 + ... = \dfrac{1}{1-q}$

Nên : $S = \dfrac{2A_1}{1-q} \quad \to \quad q = 1 - \dfrac{2A_1}{S}$

Vậy : $q = 1 - \dfrac{2.10^{-2}}{\frac{1}{6}} = 0{,}88.$

45. Một con lắc lò xo trên mặt phẳng nghiêng như hình vẽ. Biết α = 30°. Chiều dài tự nhiên của lò xo l_0 = 10cm. Sau khi treo vật như hình, lò xo dãn ra 2cm.



a Từ vị trí ban đầu, kéo vật ra 3cm rồi buông nhẹ. Giả sử $F_{ms} = 0$. Chứng minh vật dao động điều hòa ? Viết phương trình dao động.

b Vì có ma sát, vật chỉ dao động 10 phút rồi dừng lại. Chứng minh rằng độ giảm biên độ là đại lượng không đổi. Tìm nó ? Cho $g = \pi^2$ m/s². Coi F_{ms} = const.

Giải

a) Khi vật cân bằng trên mặt phẳng nghiêng thì :

$$Kx_o = mg\sin\alpha \quad \rightarrow \quad \frac{K}{m} = \frac{g\sin\alpha}{x_o}$$

* $$\frac{K}{m} = \frac{\pi^2.\sin 30^0}{2.10^{-2}} = (5\pi)^2 \quad \rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 5\pi \text{ rad/s}$$

* Ở vị trí bất kì; độ dời của vật là x thì :

$$mg\sin\alpha - K(x_o + x) = ma = mx''$$

Với : $mg\sin\alpha - Kx_o = 0$ nên : $-Kx = mx'' \rightarrow \quad x'' + \frac{K}{m}x = 0$ (1)

* Đặt $\omega^2 = \frac{K}{m}$ thì (1) thành : $x'' + \omega^2 x = 0$ (2)

(2) chứng tỏ m dao động điều hòa với chu kì T :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5\pi} = 0{,}4 \text{ s}$$

* Phương trình độ dời : $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ (3)

vậy : $v = x' = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$ (4)

* $t = 0$ $\rightarrow x = 3 = A\sin\varphi$ (5)

$\rightarrow v = 0 = A\omega\cos\varphi$ (6)

Vậy : $\varphi = \frac{\pi}{2}$; $A = 3\text{cm}$ và : $x = 3\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

b)* Khi có F_{ms}, dao động tắt dần, khái niệm chu kì mất ý nghĩa ((chỉ dùng theo nghĩa gần đúng).

* Số lần dao động toàn phần trong 10 phút là n :

$$n = \frac{10 \times 60}{0{,}4} = 1500$$

* Gọi dA là độ giảm biên độ sau 1 chu kì, dA rất bé. Năng lượng mất đi để thắng ma sát sau 1 chu kì bằng công của lực ma sát :

$$\Delta E = F_{ms}.4A = \frac{1}{2}KA^2 - \frac{1}{2}K(A - dA)^2 \qquad (7)$$

Khai triển (7) và bỏ qua lượng vô cùng bé bậc 2 có chứa $(dA)^2$, cuối cùng ta có :

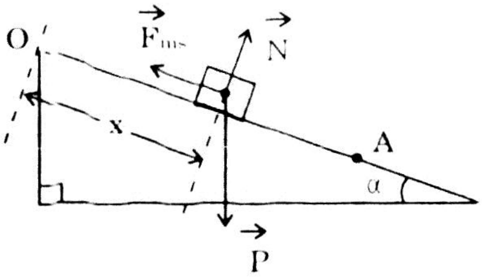
$$F_{ms}.4A = KA.dA \quad \rightarrow \quad dA = \frac{4f_{ms}}{K} = \text{const}$$

Và : $dA = \frac{A}{n} = \frac{3}{1500} = 2.10^{-3}$ cm.

46. Một vật trượt không vận tốc đầu từ đỉnh 1 mặt phẳng nghiêng 1 góc α so với phương ngang. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng thay đổi cùng với sự tăng khoảng cách x từ đỉnh theo định luật : $\mu = bx$. Vật dừng lại trước khi đến chân mặt phẳng nghiêng. Tìm thời gian t kể từ lúc vật bắt đầu chuyển động đến lúc dừng lại và đoạn đường đi được.

Giải

+ Ở vị trí cân bằng : $mg\sin\alpha = mg\cos\alpha.bx_0$ (1)



Vậy khoảng cách từ O đến vị trí cân bằng là x_0 :

$$x_0 = \frac{tg\alpha}{b} \qquad (2)$$

+ Ở vị trí bất kì, khoảng cách từ O đến đó là x thì hợp lực tác dụng lên vật theo phương mặt phẳng nghiêng :

$$-mg\cos\alpha.bx + mg\sin\alpha = ma = mx'' \qquad (3)$$

+ Thay (1) vào (3) : $-mg\cos\alpha.bx + mg\cos\alpha.bx_0 = mx''$ (4)

+ Đổi biến số và chú ý : $y = x - x_0$ và $y'' = x''$

(Với x_0 = const) thì (4) trở thành : $y'' + bg\cos\alpha.y = 0$ (5)

+ Đặt $\omega^2 = bg\cos\alpha$ (6)

Thì (5) trở thành : $y'' + \omega^2 y = 0$ (7)

(7) chứng tỏ vật m dao động điều hòa với tần số góc và chu kì :

$$\omega = \sqrt{bg\cos\alpha} \qquad (8)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{bg\cos\alpha}} \qquad (9)$$

+ Vị trí cân bằng ở chính giữa OA, đi được quảng đường $2x_0$ trong thời gian t : (với A là nơi dừng lại)

$$t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{bg\cos\alpha}} \qquad (10)$$

+ Quảng đường đi : $OA = 2x_0 = \dfrac{2tg\alpha}{b}$ (11)

+ Có thể kiểm tra tìm OA bằng phương pháp năng lượng, với chú ý : Công của lực ma sát bằng độ biến thiên thế năng.

* Trong dịch chuyển rất nhỏ dx, công của lực ma sát là :

$$dA = mg\cos\alpha.b.x.dx$$

* Công của lực ma sát dịch từ O (x = 0) đến A (x = OA) :

$$A = \int_0^{OA} mg\cos\alpha . b . x\,dx = mg\cos\alpha . b . \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^{OA} = mg\cos\alpha . b . \frac{(OA)^2}{2}$$

* Độ giảm thế năng : $\Delta W = mg\sin\alpha . OA$

* Vậy : $A = \Delta W \rightarrow mg\cos\alpha . b . \frac{(OA)^2}{2} = mg\sin\alpha . OA$

$$\rightarrow OA = \frac{2tg\alpha}{b} = 2x_0 .$$

47. Một con lắc toán học có dây treo bằng kim loại; vật nặng có thể tích $V = 1cm^3$, khối lượng riêng $\rho = 8g/cm^3$. Khi chuyển động trong chân không và trên mặt đất thì chu kì dao động là $T_0 = 2$ s.

1. Cho con lắc đó dao động trong bình chứa khí thì thấy chu kì tăng 1 lượng $\Delta T = 2{,}5.10^{-4}$ s. Tìm khối lượng riêng ρ' của chất khí đó.

2. Con lắc vẫn dao động trong bình chứa khí đó và đưa lên cao h so với mặt đất. Ở đó nhiệt độ thấp hơn 20°C so với trên mặt đất thì thấy chu kì trở lại 2 s. Tìm h ? Biết dây treo có hệ số nở dài $\alpha = 2.10^{-5}$ (1/độ C). Trái đất hình cầu, bán kính R = 6400km.

Giải

1.* Chu kì dao động trong chân không T_0 :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \text{ s} \qquad (1)$$

* Trong chất khí còn có lực đẩy Acsimet $\vec{F_a}$ gây nên $\vec{g'}$ ngược chiều với $\vec{g}$;

$$g' = \frac{F_a}{m} = \frac{V\rho' g}{V\rho} = \frac{\rho'}{\rho} . g$$

* Con lắc dao động trong chất khí với gia tốc hiệu dụng :

$$g_{hd} = g - g' = g\left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right)$$

Với chú ý rằng $\frac{\rho'}{\rho} << 1$, ta có chu kì : $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{hd}}}$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right)}} \qquad (2)$$

+ So sánh (1) và (2) ta có :

$$\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{1}{1-\frac{\rho'}{\rho}}} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{\rho'}{\rho}$$

+ Theo giả thiết :

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{T-T_0}{T_0} = \frac{T}{T_0} - 1 = \frac{1}{2}\frac{\rho'}{\rho} \qquad (3)$$

$$\rightarrow \quad \rho' = 2\rho.\frac{\Delta T}{T_0} = 2 \times 8.\frac{2{,}5.10^{-4}}{2} = 2.10^{-3}\ \text{g/cm}^3$$

2* Con lắc chịu ảnh hưởng của 3 yếu tố : lực đẩy Acsimet, nhiệt độ thay đổi, g thay đổi theo độ cao.

* Do ảnh hưởng theo lực đẩy Acsimet ta có : $\dfrac{\Delta T}{T_0} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\rho'}{\rho}$ (4)

* Do ảnh hưởng độ cao :

$$\left.\begin{array}{l} T_h = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g_h}} \\ T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g_0}} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{T'}{T_0} = \sqrt{\frac{g_0}{g_h}} = \sqrt{\frac{g_0}{g_0\left(\dfrac{R}{R+h}\right)^2}} = 1 + \frac{h}{R}$$

$$\rightarrow \quad \frac{\Delta T_h}{T_0} = \frac{h}{R} \qquad (5)$$

* Do ảnh hưởng nhiệt độ :

$$\left.\begin{array}{l} T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l'}{g}} \\ T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{T'}{T_0} = \sqrt{\frac{l'}{l}} = \sqrt{\frac{1+\alpha t'^{o}}{1+\alpha t^{o}}} \approx 1 + \frac{1}{2}\alpha(t'^{o} - t^{o})$$

$$\rightarrow \quad \frac{\Delta T'}{T_0} = \frac{1}{2}\alpha(t'^{o} - t^{o}) = \frac{1}{2}\alpha.\Delta t^{o} \qquad (6)$$

* Vì chu kì như cũ nên :

$$\frac{\Delta T}{T_0} + \frac{\Delta T_h}{T_0} + \frac{\Delta T'}{T_0} = 0 = \frac{1}{2}\frac{\rho'}{\rho} + \frac{h}{R} + \frac{1}{2}\alpha.\Delta t^{o}$$

$$\rightarrow \quad h = -\frac{R}{2}\left[\frac{\rho'}{\rho} + \alpha.\Delta t^{o}\right]$$

* Thay số : $h = -\dfrac{6400}{2}\left[\dfrac{2.10^{-3}}{8} - 2.10^{-5} \times 20\right] = 480.10^{-3}$ km = 480m

Chủ đề 4

DAO ĐỘNG TRONG ĐIỆN TRƯỜNG

1. Con lắc đơn có chu kì $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

2. Khi vật nặng của con lắc tích điện q đặt trong điện trường đều có cường độ $\vec{E}$ thì ngoài những lực thông thường $\vec{P}$, $\vec{T}$ con lắc còn chịu tác dụng của điện lực $\vec{F} = q\vec{E}$ gây nên gia tốc $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q\vec{E}}{m}$.

3. Khi đó vị trí cân bằng không có góc lệch dây $\alpha = 0^0$ mà $\alpha \neq 0^0$ và chu kì dao động tính theo : $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{hd}}}$

Trong đó gia tốc hiệu dụng : $\vec{g}_{hd} = \vec{g} + \vec{a}$

4. Tùy thuộc từng bài toán mà ta tìm g_{hd} tương ứng bằng cách áp dụng định lí Pitago, hệ thức lượng trong tam giác thường (định lí sin, cosin).

48. **1.** Một con lắc đơn có vật nặng m = 50g dao động ở nơi có $g = 9{,}8m/s^2$, chu kì $T_0 = \frac{2\pi}{5}$ s. Tìm chiều dài *l* của con lắc ? Viết phương trình dao động biết rằng khi t = 0, góc lệch của dây $\alpha = \alpha_0$ cực đại, với $\cos\alpha_0 = 0{,}98$. Bỏ qua ma sát, sức cản.

2. Một con lắc đơn dao động bé có chu kì T. Đặt con lắc trong điện trường đều $\vec{E}$ thẳng đứng xuống dưới. Khi quả cầu của con lắc tích điện q_1 thì chu kì con lắc là $T_1 = 5T$; còn khi quả cầu tích điện q_2 thì chu kì là $T_2 = \frac{5}{7}T$. Tìm tỉ số các điện tích $\frac{q_2}{q_1}$?

Gợi ý

+ Tìm : $l = 0{,}392m$; $\omega_0 = 5$ rad/s ; $\alpha_0 = 0{,}2$ rad

$S_0 = \alpha_0 l = 7{,}8cm$

Dùng điều kiện ban đầu t = 0, ta có : $S = 7{,}8\sin\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

+ Tìm : $g_{hd} = g + \frac{qE}{M}$, viết biểu thức T_1 và T_2 theo q_1, q_2 ; so sánh để có :

$\frac{q_1}{q_2} = -1$

49. Một con lắc đơn có vật nặng m = 1g mang điện $|q| = 5{,}66.10^{-7}$ C, dây dài $l = 1{,}4$m đặt trong điện trường đều nằm ngang, ở nơi có $g = 9{,}79 m/s^2$. Khi đó con lắc cân bằng khi dây lệch $\alpha = 30^o$ so với phương thẳng đứng.

1. Tìm E và lực căng dây $\vec{\mathcal{T}}$.

2. Tìm chu kì dao động bé của con lắc.

3. Con lắc đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì ta đột ngột đổi chiều của $\vec{E}$ (E = const) thì con lắc chuyển động thế nào ? Tìm động năng cực đại của quả cầu, coi $F_{ms} = 0$, $F_C = 0$.

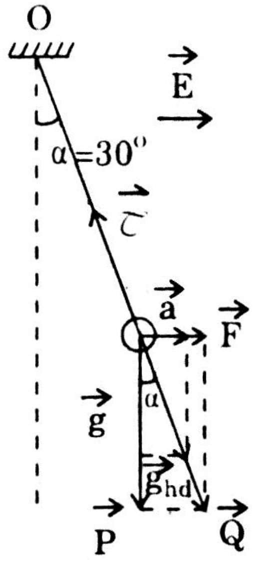
Giải

1. * Ở vị trí cân bằng : $\vec{T} + \vec{F} + \vec{P} = \vec{0}$

Trong đó lực căng dây là T, trọng lực P, lực điện trường F.

* $$\text{tg}\alpha = \frac{F}{P} = \frac{qE}{mg} \quad \rightarrow \quad E = \frac{mg\text{tg}\alpha}{q} \qquad (1)$$

* Thay số : $$E = \frac{10^{-3} \times 9{,}79 \times \text{tg}30^o}{5{,}66.10^{-7}} = 10^4 \text{ V/m}$$



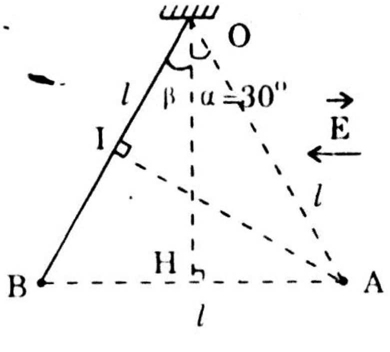
* Từ hình vẽ, ở vị trí cân bằng ta có :

$$\mathcal{T} = Q = \frac{P}{\cos\alpha} = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{10^{-3} \times 9{,}79}{\cos 30^o} \approx 11{,}3.10^{-3} \text{ N}$$

2. * $$g_{hd} = \frac{g}{\cos\alpha}$$

* $$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{hd}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\alpha}{g}} = 2 \times 3{,}14\sqrt{\frac{1{,}4\cos 30^o}{9{,}79}} \approx 2{,}2 \text{ s}$$

3. * Khi đổi chiều của $\vec{E}$ mà E = const thì chỉ có $\vec{F}$ đổi chiều (độ lớn F = const). Lập luận tương tự như trên, vị trí cân bằng mới là B đối xứng với vị trí cân bằng của A qua đường thẳng đứng qua O, với góc lệch của dây là $\beta = \alpha = 30^o$.



* ΔOAB đều, AB = l. Động năng cực đại của con lắc ở B và bằng công của lực điện trường đưa |q| từ A → B (tính theo đường sức)

$$E_{đmax} = A = |q|El = 5{,}66.10^{-7} \times 10^4 \times 1{,}4 = 7{,}924.10^{-3} \text{ J}$$

Chú ý : Ta cũng có thể dùng định luật bảo toàn cơ năng nhưng áp dụng khái niệm thế năng hiệu dụng. Quy ước thế năng dọc theo đường vuông góc với OB qua B là bằng 0.

Thế năng hiệu dụng ở A là $E_{tA} = mg_{hd}.BI = \frac{mg}{\cos\alpha}.\frac{l}{2}$, động năng ở A bằng 0.

Cơ năng bảo toàn nên : $E_A = E_B$

Và : $$\frac{mg}{\cos\alpha}.\frac{l}{2} + 0 = 0 + E_{dmax} \quad \rightarrow \quad E_{dmax} = \frac{mgl}{2\cos\alpha}$$

Nên : $$E_{dmax} = \frac{10^{-3} \times 9,79 \times 1,4}{2.\cos 30^0} \approx 7,913.10^{-3} \text{ (J)}.$$

50. Một con lắc đơn có chu kì $T_0 = 2$ s ở nơi có $g = 9,8 m/s^2$ với nhiệt độ 0°C. Dây treo có hệ số nở dài $\alpha = 2.10^{-5}$ (1/độ C). Bỏ qua ma sát và sức cản.

1. Tìm chiều dài l_0 của dây treo ở 0°C.

2. Ở nhiệt độ 20°C, chu kì của con lắc là bao nhiêu ?

3. Để ở 20°C chu kì con lắc vẫn là $T_0 = 2$ s ; người ta cho quả cầu tích điện $q = 10^{-9}$C rồi đặt nó vào điện trường đều $\vec{E}$ nằm ngang. Biết vật nặng có m = 1g. Tìm vị trí cân bằng của con lắc và cường độ E của điện trường.

Gợi ý

+ Tính : $l_0 = 0,994$m

+ Dùng gần đúng, tính : $T = T_0\left(1 + \frac{1}{2}\alpha t^0\right) = 2,0004$ s

+ Vẽ hình, xét ở vị trí cân bằng ta có :

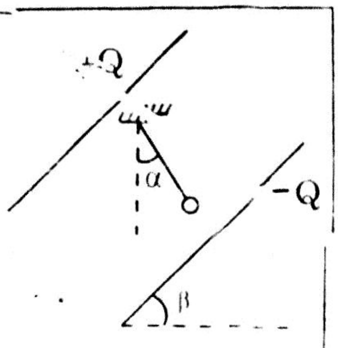
$$\cos\alpha = \left(\frac{T_0}{T}\right)^2 = 0,9996 \quad \rightarrow \quad \alpha = 1^0 37'$$

+ Tìm : $E = \frac{mg\,tg\alpha}{q} = 2,77.10^5$ V/m.

51. Một quả cầu khối lượng m mang điện tích q được treo bằng sợi dây dài l bên trong 1 tụ điện phẳng đặt nghiêng góc β so với phương ngang. Khoảng cách 2 bản tụ là d, hiệu điện thế U.

1. Tìm chu kì dao động của con lắc.

2. Xác định góc α giữa vị trí cân bằng của dây và phương thẳng đứng.

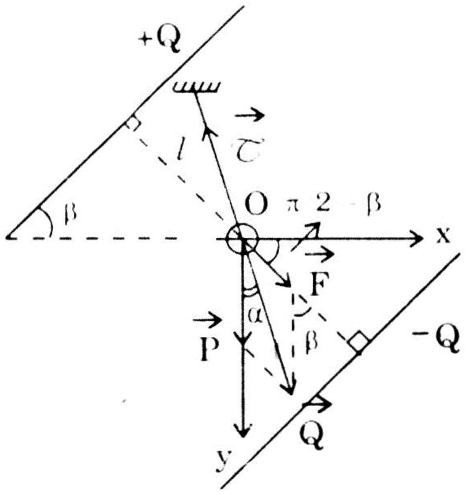


Giải

1. *T* :

+ Xem hình vẽ.

+ Ở vị trí cân bằng O, quả cầu chịu 3 lực tác dụng :



* Trọng lực $\vec{P}$, $P = mg$

* Lực tĩnh điện $\vec{F}$, $F = qE = \dfrac{qU}{d} = ma$

$\vec{F} \perp$ 2 bản, hợp với phương ngang 1 góc $\dfrac{\pi}{2} - \beta$ (giả sử $q > 0$)

* Lực căng $\vec{\tau}$ của dây treo

+ Điều kiện cân bằng : $\vec{R} = \vec{P} + \vec{F} + \vec{\tau} = \vec{0}$

$$\text{Hay : } \quad \vec{F} + \vec{P} = \vec{Q} = -\vec{\tau} \qquad \text{và} \qquad \widehat{\vec{P}, \vec{Q}} = \alpha$$

+ Gọi $\vec{Q}$ là trọng lực biểu kiến. g_{hd} : gia tốc hiệu dụng : $Q = mg_{hd}$

+ Trong Δ thường ta có :

$$m^2 g_{hd}^2 = m^2 g^2 + \left(\frac{qU}{d}\right)^2 - 2mg.qE\cos(180^\circ - \beta)$$

$$= m^2 g^2 + \left(\frac{qU}{d}\right)^2 + 2mg.qE\cos\beta$$

$$\text{Vậy : } \quad g_{hd} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qU}{md}\right)^2 + 2g\left(\frac{qU}{md}\right)\cos\beta}$$

+ Chu kì dao động của con lắc là :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{hd}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\left[g^2 + \left(\frac{qU}{md}\right)^2 + 2g\left(\frac{qU}{md}\right)\cos\beta\right]^{\frac{1}{2}}}}$$

2. α : * Tính qua : $\text{tg}\alpha = \dfrac{Q_x}{Q_y}$

* $$Q_x = F_x = F\cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \frac{qU}{d}.\sin\beta$$

* $$Q_y = F_y + P = mg + F\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = mg + \frac{qU}{d}.\cos\beta$$

* Vậy : $$\mathrm{tg}\alpha = \frac{qU.\sin\beta}{mgd + qU\cos\beta}.$$

Chủ đề 5

DAO ĐỘNG TRONG HỆ QUY CHIẾU KHÔNG QUÁN TÍNH

1. Hệ quy chiếu không quán tính là hệ quy chiếu chuyển động có gia tốc $\vec{a}$. Ví dụ hệ quy chiếu chuyển động thẳng biến đổi đều, hệ quy chiếu quay.

2. Trong hệ quy chiếu này, ngoài những lực thông thường vật còn chịu thêm 1 lực quán tính.

* Lực quán tính sinh ra do hệ quy chiếu không quán tính, là lực duy nhất không có phản lực.

* Lực quán tính : $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$

Lực này luôn ngược hướng với gia tốc của hệ quy chiếu không quán tính $\vec{a}$. Theo định luật II Newton $\vec{F}_{qt}$ truyền cho vật gia tốc $\vec{a}'$:

$$\vec{F}_{qt} = m\vec{a}'$$

Vậy : $\vec{a}' = -\vec{a}$ và $a = a'$

* Lực quán tính ly tâm trong hệ quy chiếu quay :

$$F_{qt} = -m\omega^2R$$

Lực này tác dụng vào vật và hướng ra xa tâm quay.

3. Vì vậy vật dao động dưới tác dụng của gia tốc hiệu dụng :

$$\vec{g}_{hd} = \vec{g} + \vec{a}'$$

Tùy thuộc bài toán mà g_{hd} sẽ được tính cụ thể như thế nào và chu kì :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{hd}}}$$

52. Treo một con lắc đơn vào 1 tấm gỗ thẳng đứng. Dây treo mềm có chiều dài $l = 1$m. Dọc đường thẳng đứng cách điểm treo con lắc 1 đoạn $\frac{l}{2}$ ta đóng 1 chiếc đinh. Khi dao động con lắc vướng đinh.

a) Tính chu kì của con lắc.

b) Chu kì con lắc là bao nhiêu nếu cho con lắc và tấm gỗ chuyển động thẳng đứng lên trên với gia tốc $a = \frac{g}{2}$.

c) Đem con lắc và tấm gỗ lên mặt trăng. Chu kì của con lắc là bao nhiêu ? Biết khối lượng trái đất gấp 81 lần khối lượng mặt trăng, bán kính trái đất bằng 3,7 lần bán kính mặt trăng. Cho rằng ở trái đất, $g = 10\text{m/s}^2$.

Giải

a) *T :*

* Coi con lắc gồm 2 con lắc : chiều dài l và $\frac{l}{2}$.

* Con lắc chiều dài l có chu kì T_1 :

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \sqrt{\frac{1}{10}}.2\pi \approx 2 \text{ s}$$

* Con lắc chiều dài $\frac{l}{2}$ có chu kì T_2 :

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{T_1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \approx 1{,}4 \text{ s}$$

* 1T của con lắc hỗn hợp gồm $\frac{1}{2}T_1$ và $\frac{1}{2}T_2$ nên :

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{2 + 1{,}4}{2} = 1{,}7 \text{ s}$$

b) *Khi có gia tốc :*

* Con lắc chịu thêm $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a} = m\vec{a}' \rightarrow \vec{a}' = -\vec{a}$, $\vec{a}'$ hướng xuống và $a' = a = \frac{g}{2}$.

* Do $\vec{a}'$ cùng chiều với $\vec{g}$ nên gia tốc hiệu dụng :

$$g_{hd} = g + a' = g + \frac{g}{2} = 1{,}5g = \frac{3}{2}g$$

Vì vị trí cân bằng vẫn có dây thẳng đứng (vì $\vec{g}_{hd}$ thẳng đứng).

* Con lắc chiều dài l có : $T_1' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g_{hd}}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}.\sqrt{\dfrac{2}{3}} = T_1\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

Con lắc chiều dài $\dfrac{l}{2}$ có : $T_2' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{2g_{hd}}} = T_2\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

* Chu kì của con lắc hỗn hợp là :

$$T' = \frac{1}{2}(T_1' + T_2') = \frac{1}{2}\times(2 + 1,4)\sqrt{\frac{2}{3}} \approx 1,39 \text{ s}$$

c) *Trên mặt trăng :*

* Gia tốc rơi tự do ở mặt đất : $g = \dfrac{GM}{R^2}$

(M, R : khối lượng và bán kính trái đất, G : hằng số hấp dẫn vũ trụ)

* Gia tốc rơi trên mặt trăng : $g' = \dfrac{GM'}{R'^2}$

(M', R' : khối lượng và bán kính mặt trăng)

* Chú ý : $M = 81M'$ và $R = 3,7R'$; ta có :

$$\frac{g'}{g} = \frac{M'}{M}\left(\frac{R}{R'}\right)^2 = \frac{1}{81}(3,7)^2$$

$$\rightarrow \quad g' = g\frac{(3,7)^2}{81} = 10\frac{(3,7)^2}{81} \approx 1,69 \text{ m/s}^2$$

* Chu kì con lắc chiều dài l :

$$T_1' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{1,69}} \approx 3,72 \text{ s} \qquad (\text{Coi } l = \text{const}, \ \frac{l}{2} = \text{const})$$

Chu kì con lắc chiều dài $\dfrac{l}{2}$:

$$T_2' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{2\times 1,69}} \approx 3,42 \text{ s}$$

* Chu kì con lắc hỗn hợp :

$$T' = \frac{T_1' + T_2'}{2} = \frac{3,72 + 3,42}{2} = 3,57 \text{ s.}$$

53. Trong thang máy đứng yên có treo 1 con lắc lò xo và 1 con lắc đơn chu kì bằng nhau. Con lắc lò xo có khối lượng m = 250g, lò xo độ cứng K = 12,25N/m. Con lắc đơn có biên độ góc 8°.

1. Tìm chu kì của hai con lắc ? Tìm chiều dài của con lắc đơn; cho $g = 9,8 \text{m/s}^2$.

2. Thang máy kéo lên nhanh dần đều với gia tốc $a = \frac{1}{10}g$. Hỏi chu kì và biên độ của hai con lắc trên thay đổi thế nào ?

Gợi ý

+ Tính : $T_1 = T_2 = 0{,}897$ s $T_1 \rightarrow l_1 = 0{,}20$ m
+ Con lắc đơn :

Tìm : $g_{hd} = \frac{11}{10}g \rightarrow T_1' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{hd}}} \approx 0{,}85$ s $\rightarrow$ chu kì giảm.

+ Dùng bảo toàn cơ năng cho con lắc đơn, ta có :

$$\frac{1}{2}mgl\alpha_m^2 = \frac{1}{2}mg_{hd}l\alpha_m'^2 \rightarrow \alpha_m'^2 = 7°38' \rightarrow \text{biên độ góc giảm.}$$

+ Con lắc lò xo :

Vì : $E = \frac{KA^2}{2}$ và $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ nên A và T_2 không đổi.

54. Một lò xo (không khối lượng) có chiều dài tự nhiên $l_o = 25$cm. Độ dãn của lò xo tỉ lệ với khối lượng treo vào (5mm cho 20g). Bỏ qua ma sát và sức cản.

1. Lò xo trên và vật m = 100g tạo thành 1 con lắc. Kéo vật xuống khỏi vị trí cân bằng 2cm rồi buông nhẹ. Tìm chu kì dao động và viết phương trình dao động. Lấy $g = 9{,}8\text{m/s}^2$.

2. Treo con lắc trên vào trong xe chuyển động ngang. Ta thấy lò xo lệch 15° (so với phương thẳng đứng). Tìm gia tốc của xe và chiều dài của lò xo.

3. Treo con lắc đơn có chiều dài dây $l_o = 25$ cm vào trong xe ở câu 2. Xác định vị trí cân bằng của vật và chu kì dao động của con lắc (dao động bé)

Gợi ý

* Tìm K, T, ω, dùng điều kiện ban đầu ta có : $x = 2\sin\left(19{,}6t + \frac{\pi}{2}\right)$(cm)

* Xét ở vị trí cân bằng trên xe : $a = g\tan\alpha \approx 2{,}63\ \text{m/s}^2$ và $l = 27{,}6$cm

* Tương tự : chứng minh được $\beta = \alpha = 15°$ và T = 0,98 s.

55. Thang máy chuyển động coi là biến đổi đều.

1. Khi nào thang máy có gia tốc hướng lên, hướng xuống ?

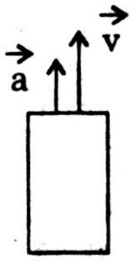
2. Từ mặt đất, thang máy xuống một giếng sâu 196m. Một nửa quãng đường đầu (lên hoặc xuống) nó chuyển động nhanh dần đều, nửa quảng đường sau nó chuyển động chậm dần đều cho tới khi dừng với độ lớn gia tốc $a = \frac{1}{10}g$ ($g = 9{,}8\text{m/s}^2$).

a) Tìm thời gian tính theo đồng hồ đứng yên trên mặt đất, thang máy từ mặt đất xuống đáy giếng.

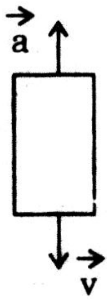
b) Trong thang máy có 1 đồng hồ quả lắc chạy đúng khi nó đứng yên trên mặt đất. Hỏi sau 1 ca làm việc 8 giờ, 1 giờ có 6 chuyến lên và xuống, đồng hồ trong thang máy chạy nhanh chậm bao nhiêu (so với khi thang máy đứng yên). Coi g = const theo độ sâu.

Giải

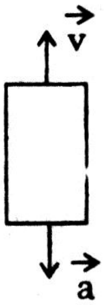
1.* Gia tốc $\vec{a}$ của thang máy hướng lên trong 2 trường hợp :



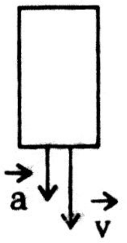
(H.1)



(H.2)



(H.3)



(H.4)

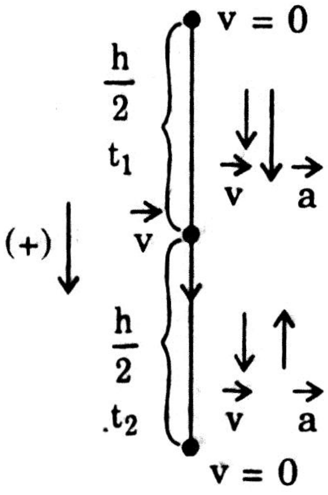
+ Đi lên, nhanh dần đều (H.1).

+ Đi xuống, chậm dần đều (H.2).

* Gia tốc $\vec{a}$ của thang máy hướng xuống trong 2 trường hợp :

+ Đi lên, chậm dần đều (H.3).

+ Đi xuống, nhanh dần đều (H.4).



(H.5)

2.a) *Thời gian từ mặt đất xuống đáy giếng :* (H.5)

* $\frac{1}{2}$ quãng đường đầu, thời gian đi là t_1, vận tốc đầu bằng không, vận tốc sau là v.

* $\frac{1}{2}$ đoạn đường sau, thời gian đi là t_2, vận tốc đầu là v, vận tốc sau bằng 0.

* Phương trình động học :

$$\frac{1}{2}h = \frac{1}{2}at_1^2 \qquad (1)$$

$$v_t = 0 = v - at_2 \qquad (2)$$

$$v = at_1 \qquad (3)$$

(2) và (3) suy ra : $t_1 = t_2$ (4)

Từ (1) → $t_1 = t_2 = \sqrt{\frac{h}{a}} = \sqrt{\frac{196}{\frac{1}{10}.9,8}} \approx 14,14$ s

* Vậy thời gian 1 chuyến từ mặt đất xuống đáy giếng là :

$$t = t_1 + t_2 = 2t_1 = 28,28 \text{ s}$$

* Tương tự, thời gian 1 chuyến đi từ đáy giếng lên mặt đất cũng là $t = 28,28$ s. Vậy thời gian 1 chuyến lên và xuống (hay xuống và lên) là $\mathcal{T} = 2t$.

b) *Đồng hồ chạy nhanh, chậm :*

* *Xét 1 chuyến từ mặt đất xuống đáy giếng :*

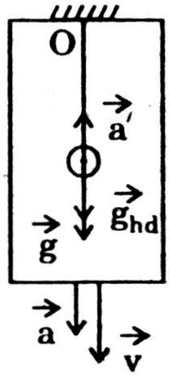
+ $\frac{1}{2}h$ đầu (xem H.6) : $\vec{a}$ hướng xuống, $\vec{F}_{qt}$ và $\vec{a}'$ hướng lên nên :

$$\vec{g}_{hd} = \vec{g} + \vec{a}' \; ;$$

$$g_{hd} = g_1 = g - a' = g - a = \frac{9}{10}g$$

Chu kì của đồng hồ :

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.\sqrt{\frac{10}{9}} = T_o\sqrt{\frac{10}{9}}$$



(H.6)

Trong đó chu kì đúng của đồng hồ đứng yên là :

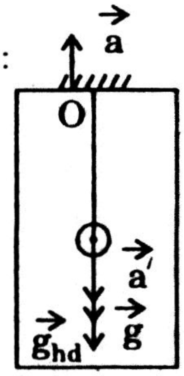
$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

+ $\frac{1}{2}h$ sau (xem H.7) : $\vec{a}$ hướng lên, $\vec{F}_{qt}$ và $\vec{a}'$ hướng xuống và :

$$g_{hd} = g_2 = g + a = \frac{11}{10}g$$

Chu kì của đồng hồ :

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\sqrt{\frac{10}{11}} = T_o\sqrt{\frac{10}{11}}$$



(H.7)

+ Lượng nhanh chậm (của đồng hồ) trong 1s ở 2 đoạn là :

$$\delta_1 = \frac{T_1 - T_o}{T_1} + \frac{T_2 - T_o}{T_2} = 1 + 1 - \frac{T_o}{T_1} - \frac{T_o}{T_2} = 2 - \sqrt{\frac{9}{10}} - \sqrt{\frac{11}{10}}$$

+ Lượng nhanh chậm của 1 chuyến xuống và lên :

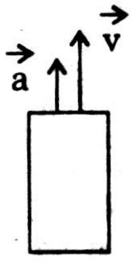
$$\delta_2 = 28,28\left(2 - \sqrt{\frac{9}{10}} - \sqrt{\frac{11}{10}}\right)$$

a) Tìm thời gian tính theo đồng hồ đứng yên trên mặt đất, thang máy từ mặt đất xuống đáy giếng.

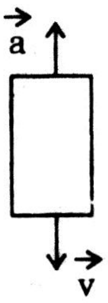
b) Trong thang máy có 1 đồng hồ quả lắc chạy đúng khi nó đứng yên trên mặt đất. Hỏi sau 1 ca làm việc 8 giờ, 1 giờ có 6 chuyến lên và xuống, đồng hồ trong thang máy chạy nhanh chậm bao nhiêu (so với khi thang máy đứng yên). Coi g = const theo độ sâu.

Giải

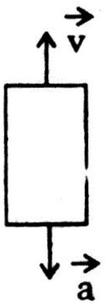
1.* Gia tốc $\vec{a}$ của thang máy hướng lên trong 2 trường hợp :



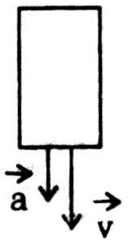
(H.1)



(H.2)



(H.3)



(H.4)

+ Đi lên, nhanh dần đều (H.1).

+ Đi xuống, chậm dần đều (H.2).

* Gia tốc $\vec{a}$ của thang máy hướng xuống trong 2 trường hợp :

+ Đi lên, chậm dần đều (H.3).

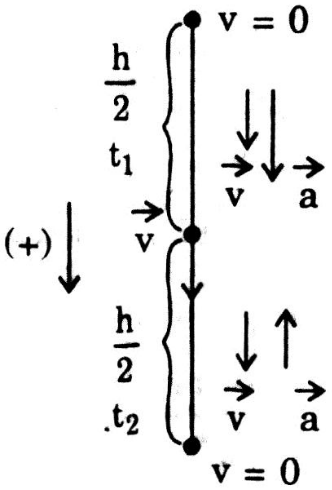
+ Đi xuống, nhanh dần đều (H.4).

2.a) *Thời gian từ mặt đất xuống đáy giếng :* (H.5)

* $\frac{1}{2}$ quãng đường đầu, thời gian đi là t_1, vận tốc đầu bằng không, vận tốc sau là v.

* $\frac{1}{2}$ đoạn đường sau, thời gian đi là t_2, vận tốc đầu là v, vận tốc sau bằng 0.

* Phương trình động học :



(H.5)

$$\frac{1}{2}h = \frac{1}{2}at_1^2 \qquad (1)$$

$$v_t = 0 = v - at_2 \qquad (2)$$

$$v = at_1 \qquad (3)$$

(2) và (3) suy ra : $t_1 = t_2$ (4)

Từ (1) → $t_1 = t_2 = \sqrt{\frac{h}{a}} = \sqrt{\frac{196}{\frac{1}{10}.9,8}} \approx 14,14$ s

* Vậy thời gian 1 chuyến từ mặt đất xuống đáy giếng là :

$$t = t_1 + t_2 = 2t_1 = 28,28 \text{ s}$$

* Tương tự, thời gian 1 chuyến đi từ đáy giếng lên mặt đất cũng là t = 28,28 s. Vậy thời gian 1 chuyến lên và xuống (hay xuống và lên) là $\mathcal{T} = 2t$.

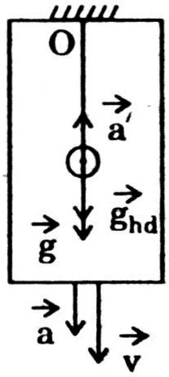
b) *Đồng hồ chạy nhanh, chậm :*

* *Xét 1 chuyến từ mặt đất xuống đáy giếng :*

+ $\frac{1}{2}$h đầu (xem H.6) : $\vec{a}$ hướng xuống, $\vec{F}_{qt}$ và $\vec{a}'$ hướng lên nên :

$$\vec{g}_{hd} = \vec{g} + \vec{a}' ;$$

$$g_{hd} = g_1 = g - a' = g - a = \frac{9}{10}g$$



(H.6)

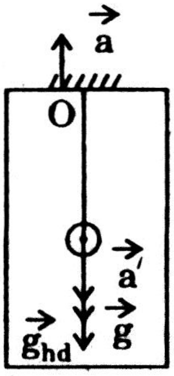
Chu kì của đồng hồ :

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.\sqrt{\frac{10}{9}} = T_o\sqrt{\frac{10}{9}}$$

Trong đó chu kì đúng của đồng hồ đứng yên là :

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

+ $\frac{1}{2}$h sau (xem H.7) : $\vec{a}$ hướng lên, $\vec{F}_{qt}$ và $\vec{a}'$ hướng xuống và :



(H.7)

$$g_{hd} = g_2 = g + a = \frac{11}{10}g$$

Chu kì của đồng hồ :

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\sqrt{\frac{10}{11}} = T_o\sqrt{\frac{10}{11}}$$

+ Lượng nhanh chậm (của đồng hồ) trong 1s ở 2 đoạn là :

$$\delta_1 = \frac{T_1 - T_o}{T_1} + \frac{T_2 - T_o}{T_2} = 1 + 1 - \frac{T_o}{T_1} - \frac{T_o}{T_2} = 2 - \sqrt{\frac{9}{10}} - \sqrt{\frac{11}{10}}$$

+ Lượng nhanh chậm của 1 chuyến xuống và lên :

$$\delta_2 = 28,28\left(2 - \sqrt{\frac{9}{10}} - \sqrt{\frac{11}{10}}\right)$$

57. 1. Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ m = 100g treo vào dây dài l. Co lắc treo trên thang máy đứng yên. Cho con lắc dao động với biên đ góc $\alpha_o = 6^o$, chu kì $T_o = 2$ s, tại nơi có $g = 9{,}81 m/s^2$. Bỏ qua mọi ma sát Tìm l.

2. Con lắc đang dao động, thang máy đột ngột đi lên với gia tốc $a = \frac{g}{10}$

Tìm chu kì T và biên độ góc β_o của con lắc.

3. Thang máy tiếp tục đi lên nhưng chuyển động đều. Tìm lực căng dây treo của con lắc khi nó qua vị trí cân bằng và qua vị trí biên.

(Câu Vb, Đề thi Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh 1997)

Gợi ý

1. $T \Rightarrow \quad l = 0{,}944m$

2.* Tìm : $\vec{g}_{hd} = \vec{g} + \vec{a}'$; $a' = a$ và $T \approx 1{,}91$ s

* Dùng bảo toàn cơ năng ta có : $\beta_o = \alpha_o\sqrt{\frac{10}{11}} \approx 5^o43'$

3.* Dùng bảo toàn cơ năng tìm được : $\mathcal{T} = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_o)$

* Áp dụng khi $\alpha = 0^o$; $\alpha_o = 6^o \rightarrow \mathcal{T}_1 = 0{,}99N$

khi $\alpha = \alpha_o \rightarrow \mathcal{T}_2 = mg\cos\alpha_o \approx 0{,}98N$.

58. Con lắc toán học có dây dài l, khối lượng vật nặng m dao động trong xe chạy xuống dốc, nghiêng α so với phương ngang do tác dụng trọng lực của xe.

1. Khi mặt đường có ma sát, hệ số ma sát là K, hãy tìm chu kì dao động của con lắc.

2. Khi mặt đường không có ma sát, muốn chu kì dao động của con lắc vẫn như câu 1 thì phải đặt 1 nam châm theo phương cân bằng của con lắc ở vị trí nào ? Lực hút bằng bao nhiêu ?

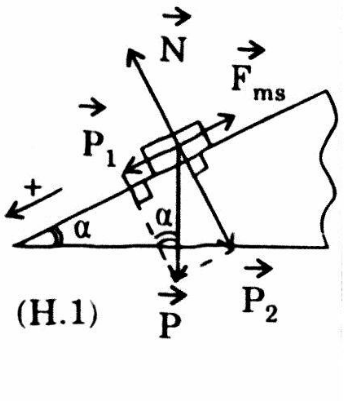
Giải

1. *Mặt đường có ma sát :*

* Tìm gia tốc $\vec{a}$ của xe (H.1).

M : khối lượng của xe. Xe chịu tác dụng của các lực : $\vec{P}$, $\vec{F}_{ms}$, $\vec{N}$.

$$\vec{P} + \vec{F}_{ms} + \vec{N} = M.\vec{a} \qquad (1)$$



(H.1)

Chiếu (1) lên phương vuông góc với mặt phẳng nghiêng và lên phương của mặt phẳng nghiêng :

$$N - P_2 = 0 \quad \rightarrow \quad N = P_2 = P\cos\alpha = Mg\cos\alpha$$

$$\rightarrow \quad F_{ms} = KN = KMg\cos\alpha$$

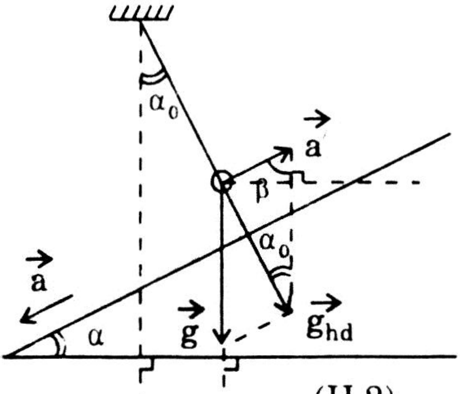
$$P_1 - F_{ms} = Ma \quad \rightarrow \quad P\sin\alpha - F_{ms} = Ma$$

$$\rightarrow \quad Mg\sin\alpha - KMg\cos\alpha = Ma$$

Vậy : $a = g(\sin\alpha - K\cos\alpha)$ (2)

* Xét con lắc trong hệ quy chiếu không quán tính : Ngoài các lực thông thường là trọng lực của vật nặng $\vec{P}'$, sức căng dây $\vec{\tau}$, vật còn chịu tác dụng của lực quán tính :

$$\vec{F}_{qt} = m\vec{a}' = -m\vec{a}$$



(H.2)

Với : $\vec{a}' = \vec{a}$ và $a' = a = g(\sin\alpha - K\cos\alpha)$ (3)

* Giả thiết cho ở vị trí cân bằng mới, dây cũng nghiêng góc α_0 so với phương thẳng đứng. Vật dao động với gia tốc hiệu dụng (biểu kiến) là $\vec{g}_{hd}$.

$$\vec{g}_{hd} = \vec{g} + \vec{a}'$$

(H.2) cho ta : $g_{hd}^2 = g^2 + a'^2 - ga'\cos\beta = g^2 + a^2 - 2ga\sin\alpha$ (4)

Đưa (3) vào (4) → $g_{hd} = g\cos\alpha\sqrt{1 + K^2}$ (5)

* Chu kì dao động của con lắc là :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{hd}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\cos\alpha\sqrt{1 + K^2}}} \qquad (6)$$

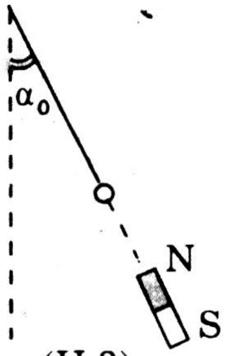
2. *Mặt đường không có ma sát :*

* Nếu không có ma sát thì K = 0 ; chu kì của con lắc sẽ là :

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\cos\alpha}} \qquad (7)$$

* Để chu kì vẫn bằng T, ta phải đặt nam châm sao cho $\vec{g}_{n}$ vẫn như trên.

$$g_{hd} = g\cos\alpha\sqrt{1 + K^2} = g\cos\alpha + \frac{F_{nc}}{m}$$



(H.3)

Với $\vec{F}_{nc}$: lực hút của nam châm lên vật nặng nhiễm từ được; $\dfrac{\vec{F}_{nc}}{m} = \vec{a}_{nc}$ theo phương của dây ở vị trí cân bằng mới lệch α_0 (H.3).

* $F_{nc} = mg\cos\alpha(\sqrt{1 + K^2} - 1) > 0$.

59. Một con lắc đơn dao động bé, chu kì T_0 ở nơi $g = 10m/s^2$. Treo con lắc vào trần 1 chiếc xe.

a) Cho xe chuyển động nhanh dần đều trên đường ngang thì dây treo hợp với phương thẳng đứng 1 góc $\alpha = 9^0$. Giải thích hiện tượng và tìm gia tốc a của xe. Cho con lắc dao động, tìm chu kì T theo T_0.

b) Cho xe đứng yên. Con lắc dao động trong điện trường đều, phương thẳng đứng, chiều hướng xuống. Khi truyền cho con lắc điện tích q_1 thì nó sẽ dao động với chu kì $T_2 = \dfrac{3}{4}T_0$. Tìm tỉ số $\dfrac{q_2}{q_1}$?

(Câu Vb, Đề thi Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh đợt 2 – 1998)

Gợi ý

a)* Xét ở vị trí cân bằng, vẽ hình, tính $a = 1{,}57m/s^2$

* Tìm : $g_{hd} = \dfrac{g}{\cos\alpha}$, tìm : $T = T_0\sqrt{\cos\alpha} \approx 0{,}9877\, T_0$

b) Đặt : $g_{hd} = g + \dfrac{qE}{M}$; T_1, T_2 theo các g_{hd} và quan hệ T_1, T_2 với T_0 (chưa có điện trường), ta có : $\dfrac{q_1}{q_2} = -\dfrac{7}{8}$.

Chủ đề 6

CON LẮC TRÙNG PHÙNG

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

* Cho hai con lắc có chu kì T_1, T_2 (giả sử $T_1 > T_2$ và T_1, T_2 khác nhau rất ít).

* Tại t = 0, cho trạng thái của 2 con lắc là như thế nào đó (ví dụ 2 con lắc cùng qua vị trí cân bằng, theo cùng 1 chiều).

* Sau khoảng thời gian $\mathcal{T}$, trạng thái đã cho lúc t = 0 của 2 con lắc lại được lặp lại thì :

$$\mathcal{T} = n\, T_1 = (n + 1)\, T_2$$

(n : là số dao động toàn phần hoặc số chu kì T_1)

* Ta gọi $\mathcal{T}_t$ là thời gian trùng phùng (chu kì biểu kiến). Lần lặp lại trạng thái lúc t = 0 gọi là lần trùng phùng.

II. CÁC BÀI TOÁN

60. **1.** Con lắc đơn A dao động trước mặt con lắc đồng hồ gõ giây B (B có $T_B = 2$ s). B dao động nhanh hơn A một chút. Ta thấy 2 lần trùng phùng liên tiếp (lần mà 2 con lắc qua vị trí cân bằng theo cùng 1 chiều) cách nhau $\mathcal{T} = 9$ phút 50 giây.

a) Tìm chu kì T_A của con lắc A.

b) Biết A có chiều dài dây treo $l_A = 1$m. Tìm gia tốc trọng trường nơi đặt A.

2. Con lắc A có khối lượng vật nặng m = 50g, dao động vạch nên 1 cung tròn coi là thẳng, dài 12cm. Bỏ qua ma sát.

a) Tìm vận tốc cực đại của vật nặng và vận tốc của nó khi nó có độ dời 4cm.

b) Tìm năng lượng của A khi dao động.

Giải

1.a)* Biết : $\mathcal{T} = 590 \text{ s} = n\,T_A = (n+1)\,T_B$ (1)

* (1) → $n = \dfrac{\mathcal{T}}{T_B} - 1 = \dfrac{590}{2} - 1 = 294$ (2)

* (1) → $T_A = \dfrac{\mathcal{T}}{n} = \dfrac{590}{294} \approx 2{,}0068$ s (3)

b) $T_A = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_A}{g}} \rightarrow g = \dfrac{4\pi^2 l_A}{T_A^2}$ (4)

$$g = \frac{4 \times (3{,}14)^2 \times 1}{(2{,}0068)^2} \approx 9{,}793 \text{ m/s}^2$$

2.a)* Từ giả thiết suy ra biên độ dao động A :

$$A = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$$

* $\omega_A = \dfrac{2\pi}{T_A} = \dfrac{2 \times 3{,}14}{2{,}0068} \approx 3{,}13$ rad/s

* $v_{max} = \omega_A . A = 3{,}13 \times 6 \approx 18{,}8$cm/s

* Khi : $x = A\sin(\omega_A t + \varphi) \rightarrow \sin^2(\omega_A t + \varphi) = \dfrac{x^2}{A^2}$ (5)

$v = A\,\omega_A \cos(\omega_A t + \varphi) = v_{max}\cos(\omega_A t + \varphi)$

$\rightarrow \cos^2(\omega_A t + \varphi) = \dfrac{v^2}{v_{max}^2}$ (6)

* (5) và (6) cho ta : $\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{v_{max}^2} = 1$

$$v = v_{max}\sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \qquad (7)$$

$$v = 18{,}8\sqrt{1 - \left(\frac{4}{6}\right)^2} \approx 13{,}6 \text{ m/s}$$

b) Cơ năng của con lắc bằng động năng cực đại của vật nặng :

$$E_A = E_{dmax} = \frac{mv_{max}^2}{2} \qquad (8)$$

$$E_A = \frac{0{,}05(0{,}188)^2}{2} \approx 8{,}8.10^{-4} \text{ J.}$$

61. Một con lắc đơn được chiếu sáng bằng những chớp ngắn, cách đều nhau 2 s. Ta thấy chuyển động biểu kiến của con lắc rất chậm với chu kì biểu kiến $\mathcal{T}$ = 26 phút 40 giây trùng chiều với dao động thật.

1. Giải thích hiện tượng.

2. Tìm chu kì dao động của con lắc. Tìm g ? biết l = 1m.

3. Mặt khác ta thấy sau 31 chớp sáng, con lắc đã dịch chuyển biểu kiến được 2,355 mm kể từ vị trí cân bằng. Biết biên độ dao động 1 cm. Tìm chu kì của con lắc. So sánh kết quả với câu 2.

Giải

1.* Giữa 2 lần chớp sáng T_o = 2 s ; nếu $T > T_o$ (chu kì của con lắc là T) thì con lắc phải dịch thêm 1 chút nữa mới về vị trí cũ.

* Nếu $T < T_o$; giữa 2 lần chớp sáng, con lắc đã đi quá vị trí cũ 1 chút.

* Vậy khi nhờ ánh sáng rọi vào con lắc, mắt ta chỉ thấy con lắc rất chậm và phải sau $\mathcal{T}$ = 26 phút 40 giây ta mới có cảm giác nó thực hiện được 1 chu kì biểu kiến $\mathcal{T}$ trở về vị trí cũ.

2.* Nếu : $\mathcal{T}$ = 26 phút 40 giây = 1600 s = $nT_o = (n+1)T$,

thì : $n = \frac{\mathcal{T}}{T_o} = \frac{1600}{2} = 800$ và : $T = \frac{\mathcal{T}}{n+1} = \frac{1600}{800+1} \approx 1{,}9975$ s

* Nếu : $\mathcal{T} = (n+1)T_o = nT$ thì : $n = \frac{\mathcal{T}}{T_o} - 1 = \frac{1600}{2} - 1 = 799$

và : $T = \frac{\mathcal{T}}{n} = \frac{1600}{799} \approx 2{,}0025$ s

* Khi $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ thì $g = \dfrac{4\pi^2 l}{T^2}$

+ Nếu $T = 1,9975$ s thì $g = \dfrac{4 \times (3,14)^2 \times 1}{(1,9975)^2} \approx 9,89\ \text{m/s}^2$

+ Nếu $T = 2,0025$ s thì $g = \dfrac{4 \times (3,14)^2 \times 1}{(2,0025)^2} \approx 9,84\ \text{m/s}^2$

3.* Độ dịch biểu kiến của con lắc giữa hai lần chớp sáng là độ dời thật trong thời gian $T_0 - T$. Do chiều dao động biểu kiến cùng chiều dao động thật nên con lắc đã trở về vị trí cũ và đi thêm 1 chút nên ta chỉ lấy nghiệm $T < T_0$.

* Thời gian để có dịch chuyển biểu kiến sau 31 chớp sáng là $t = 30(T_0 - T)$.

* Phương trình dao động : $x = A.\sin\dfrac{2\pi}{T}t$

$$x = 1.\sin\left[\frac{2\pi}{T}.30(T_0 - T)\right] = 0,2355\,(\text{cm})$$

* Vì $\sin\left(\dfrac{2\pi}{T}t\right) \approx \dfrac{2\pi}{T}t$ nên : $60\pi\dfrac{T_0 - T}{T} \approx 0,2355$

$$\rightarrow \quad \frac{T_0 - T}{T} = \frac{T_0}{T} - 1 \approx \frac{0,2355}{60\pi}$$

Hay : $\dfrac{2}{T} = 0,00125 + 1 \quad \rightarrow \quad T = \dfrac{2}{1 + 0,00125} = 1,9975\,\text{s}$

* Kết quả này trùng với kết quả ở trên.

62. Một con lắc đơn với chu kì T_0 ở trong chân không và chu kì T trong một chất khí. Biết T khác T_0 chỉ do sức đẩy Acsimet.

1. a) Chứng minh rằng : $T = T_0\sqrt{1 + \varepsilon}$ với $\varepsilon = \dfrac{D_0}{D}$ và D_0, D là khối lượng riêng chất khí và của vật nặng con lắc.

b) Tìm chu kì con lắc trong không khí. Biết $T_0 = 2$ s; $D_0 = 1,300\text{kg/m}^3$; $D = 8450\text{kg/m}^3$.

2. Hai con lắc giống nhau (câu 1) dao động trong hai mặt phẳng song song với nhau; một dao động trong chân không, một dao động trong không khí. Lúc đầu ($t = 0$), 2 con lắc cùng qua vị trí cân bằng và cùng 1 chiều. Chứng minh rằng thời gian trùng phùng tỉ lệ nghịch với ε ($\varepsilon << 1$).

3. Để $T = T_0$ thì phải tăng hay giảm nhiệt độ không khí bao nhiêu ? Biết hệ số nở dài của con lắc $\alpha = 1,7.10^{-5}\ (\text{K}^{-1})$.

Giải

1.a) * Trong chân không, chu kì : $T_o = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g_o}}$ (1)

* Trong chất khí $\vec{F_a}$ (lực đẩy Acsimet) thẳng đứng lên trên truyền cho vật nặng gia tốc $\vec{a} = \dfrac{\vec{F_a}}{m}$;

$$a = \frac{D_oVg_o}{m} = \frac{D_oVg_o}{D.V} = \frac{D_o}{D}g_o$$

Vậy gia tốc hiệu dụng :

$$g_{hd} = g_o - a = g_o\left(1 - \frac{D_o}{D}\right) \qquad (2)$$

Chu kì dao động trong chất khí :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{hd}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_o\left(1 - \dfrac{D_o}{D}\right)}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_o}}.\sqrt{\left(1 - \frac{D_o}{D}\right)^{-1}}$$

Do $D_o << D$ nên đặt $\varepsilon = \dfrac{D_o}{D} << 1$, nên : $\left(1 - \dfrac{D_o}{D}\right)^{-1} \approx 1 + \dfrac{D_o}{D}$

$$T = T_o\sqrt{\left(1 + \frac{D_o}{D}\right)} = T_o\sqrt{1 + \varepsilon} \qquad \text{(đpcm)} \qquad (3)$$

b) Thay số vào (3), T là chu kì của con lắc trong không khí:

$$T = 2\sqrt{1 + \frac{1,3}{8450}} \approx 2,00015 \text{ s}$$

2.* $T = 2,00015$ s $> T_o = 2$ s nên thời gian trùng phùng :

$$\mathcal{T} = nT = (n + 1)T_o = n_oT_o$$

* Vậy : $n_o - n = 1 = \mathcal{T}\left(\dfrac{1}{T_o} - \dfrac{1}{T}\right) = \mathcal{T}\left(\dfrac{1}{T_o} - \dfrac{1}{T_o\sqrt{1 + \varepsilon}}\right)$

Hay do gần đúng ($\varepsilon << 1$) là : $\dfrac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon}} = (1 + \varepsilon)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 - \dfrac{\varepsilon}{2}$

Nên : $1 = \frac{\mathcal{T}}{T_0}\left(1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right)\right) = \frac{\varepsilon\mathcal{T}}{2T_0} \rightarrow \quad \mathcal{T} = \frac{2T_0}{\varepsilon} = \frac{2T_0}{\frac{D_0}{D}}$

* Ta có : $\mathcal{T} = \frac{2\times 2}{\frac{1,3}{8450}} = 26000\text{ s}$ = 7 giờ 15 phút 43 giây.

3. Các chu kì : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1+\alpha t_1^o)}{g_0}}$ (3)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1+\alpha t_2^o)}{g_0(1-\varepsilon)}} \quad (4)$$

Từ (3) và (4) ta có :

$$\frac{1+\alpha t_1^o}{1+\alpha t_2^o} = \frac{1}{1-\varepsilon} \approx 1+\varepsilon \approx 1-\alpha(t_2^o - t_1^o) = 1-\alpha\Delta t^o$$

Suy ra : $\Delta t^o = \frac{-\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{-D_0}{D_\alpha} = \frac{-1,3}{0,845.10^4.0,17.10^{-4}} = -9^o$

Nhiệt độ phải giảm đi 9°C.

Chủ đề 7

CON LẮC ĐỨT DÂY, TUỘT DÂY, VA CHẠM

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Sử dụng định luật bảo toàn :

* Với hệ kín : Năng lượng của cơ hệ bảo toàn.

* Với hệ kín : Động lượng của hệ bảo toàn.

2.* Với các va chạm hoàn toàn đàn hồi, ta áp dụng 2 định luật bảo toàn : động lượng và động năng.

$$m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2} = m_1\vec{v'_1} + m_1\vec{v'_2}$$

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1v_1'^2}{2} + \frac{m_2v_2'^2}{2}$$

* Với các va chạm mềm : ta chỉ áp dụng định luật bảo toàn động lượng và không có định luật bảo toàn động năng của hệ.

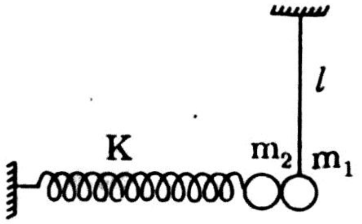
3. Sử dụng phương pháp tọa độ cho các bài toán và các kiến thức động học về chuyển động.

II. CÁC BÀI TOÁN

63. Cho cơ hệ như hình vẽ :

$l = 1m$; $K = 25N/m$;

$m_1 = m_2 = m = 100g$.



1. Tìm chu kì của mỗi con lắc.

2. Ở vị trí cân bằng, hai quả cầu tiếp xúc nhau; dây l thẳng đứng, lò xo không khối lượng, nằm ngang và không biến dạng. Kéo m_1 để cho dây lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $\alpha = 0,1rad$ rồi buông ra.

a) Tìm vận tốc v của m_1 trước khi va chạm với m_2 (coi α rất bé).

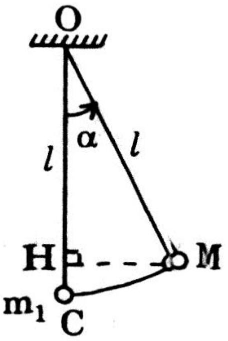
b) Các vận tốc của m_1 và m_2 sau va chạm bằng bao nhiêu ? Tìm độ nén của lò xo cực đại.

c) Tìm chu kì dao động của hệ ?

Coi va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Bỏ qua mọi ma sát và sức cản.

Lấy $g = 10m/s^2$, $\pi^2 = 10$.

Giải



1.* Với con lắc đơn : $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{1}{\pi^2}} = 2$ s

* Với con lắc đàn hồi : $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1}{K}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{0,1}{25}} \approx 0,4$ s

2.a)* Xét bài toán chuyển động của con lắc đơn khi $\alpha = 0,1$ đến khi $\alpha = 0$ (trước khi va chạm vào m_2).

* Gọi $E_t = 0$ ở C ; $\vec{v_o}$ là vận tốc của m_1 ở C ($\vec{v_o}$ theo phương ngang).

* Theo định luật bảo toàn cơ năng :

$$E_M = mg.HC + 0 = E_C = 0 + \frac{mv_o^2}{2}$$

* Với α rất bé nên : $mg.HC \approx mgl\dfrac{\alpha^2}{2} = \dfrac{mv_o^2}{2} \rightarrow v_o = \alpha\sqrt{gl}$ (1)

$$v_o = 0,1\sqrt{10 \times 1} = 0,1\sqrt{\pi^2} = 0,1\pi \text{ m/s}$$

b)* Va chạm là đàn hồi, xảy ra tức thời, theo phương ngang; trước va chạm động lượng của m_1 là $m_1\vec{v_o}$ hay $m\vec{v_o}$, động lượng của $m_2 = 0$. Sau va chạm động lượng của m_1 là $m\vec{v_1}$, của m_2 là $m\vec{v_2}$.

* Định luật bảo toàn động lượng : $m\vec{v}_o = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2$

Theo phương ngang :

$$mv_o = mv_1 + mv_2 \quad \rightarrow \quad v_o = v_1 + v_2 \qquad (2)$$

* Định luật bảo toàn động năng :

$$\frac{mv_o^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} \quad \rightarrow \quad v_o^2 = v_1^2 + v_2^2 \qquad (3)$$

* Kết hợp (2) và (3) ta có :

$$v_o^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 = v_1^2 + v_2^2$$

$$\rightarrow \quad v_1v_2 = 0 \rightarrow \quad \bullet\ v_1 = 0 \quad \text{và} \quad v_2 = v_o$$

$$\bullet\ v_2 = 0 \quad \text{và} \quad v_1 = v_o \quad \text{(vô lí)}$$

* Vậy sau va chạm m_1 đứng yên, m_2 mang $\vec{v}_o$ của m_1. Coi rằng m_2 được kích thích bằng cách cung cấp $\vec{v}_o$ cho nó. Xét con lắc đàn hồi, cơ năng bảo toàn nên :

$$\frac{m_2v_o^2}{2} = \frac{KA^2}{2} = \frac{mv_o^2}{2} \quad \rightarrow \quad A = v_o\sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$A = 0{,}1\pi\sqrt{\frac{0{,}1}{25}} = 0{,}1\pi\sqrt{\frac{1}{25 \times 10}} = \frac{0{,}1\pi}{5}\sqrt{\frac{1}{\pi^2}} = 0{,}02\text{ m} = 2\text{cm}$$

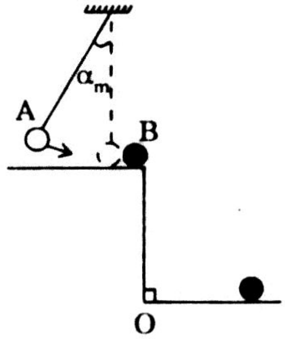
* Lò xo co lại tối đa là A = 2cm.

c)* Sau khi vật dịch 1 đoạn A thì nó trở về vị trí tiếp xúc với m_1, trước khi va chạm với m_1; m_2 có vận tốc v_o.

* Xét m_1 và m_2 va chạm với nhau, lập luận và tính toán như trên ta sẽ có sau va chạm m_2 lại đứng yên, m_1 mang vận tốc $\vec{v}_o$ và lại trở lại vị trí cực đại trước đây.

* Như vậy trong 1 chu kì của dao động hỗn hợp sẽ có $\frac{1}{2}T_1$ và $\frac{1}{2}T_2$. Chu kì của hệ sẽ là : $T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2}(2 + 0{,}4) = 1{,}2$ s.

64. Một con lắc đơn có dây dài l = 1m, vật nặng m = 100g. Kéo con lắc cho dây lệch 1 góc cực đại $\alpha_m = 30^o$ rồi buông vật A ra. Bỏ qua mọi ma sát và sức cản. Lấy $g = 9{,}8\ m/s^2$.



1. Tìm vận tốc của bi A khi đến vị trí cân bằng.

2. Khi qua vị trí cân bằng, bi A va chạm vào bi B (có khối lượng m_1 = 50g) đang đứng yên ở mép bàn.

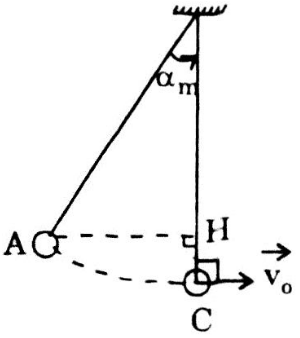
Tìm : **a)** Vận tốc của 2 bi A, B ngay sau va chạm.

b) Biên độ góc β_m của con lắc A sau va chạm.

3. Bàn cao BO' = 0,8m so với sàn nhà. Tìm chuyển động của B sau va chạm. Tìm thời gian bay, tầm bay xa và vận tốc của B khi chạm sàn.

Giải

1.* Xét chuyển động của A từ vị trí cao nhất đến vị trí cân bằng, $\vec{v}_o$ là vận tốc của bi A ở vị trí cân bằng C, $\vec{v}_o$ theo phương ngang.



* Định luật bảo toàn cơ năng :

(quy ước $E_t = 0$ ở C)

$$mgl(1-\cos\alpha_m) = \frac{mv_o^2}{2}$$

$$\rightarrow \quad v_o = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha_m)}$$

* Thay số : $v_o = \sqrt{2\times 9{,}8\times 1(1-\cos 30^\circ)} \approx 1{,}62$ m/s

2.a)* Gọi $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$ là vận tốc của A và B sau va chạm. Va chạm là đàn hồi, xảy ra tức thời theo phương ngang. Coi hệ là cô lập theo phương ngang. Lấy chiều của $\vec{v}_0$ làm chiều dương.

* Định luật bảo toàn động lượng : $m\vec{v}_0 = m\vec{v}_A + m_1\vec{v}_B$

hay : $mv_o = mv_A + m_1v_B$

Thay số khối lượng ta có : $v_A + 0{,}5v_B = 1{,}62$ (1)

* Định luật bảo toàn động năng :

$$\frac{mv_o^2}{2} = \frac{mv_A^2}{2} + \frac{m_1v_B^2}{2} \rightarrow v_A^2 + 0{,}5v_B^2 = (1{,}62)^2 \qquad (2)$$

* Giải (1) và (2) ta có : $0{,}75v_B^2 - 1{,}62v_B = 0$ (3)

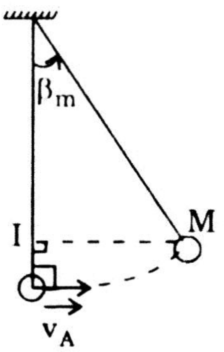
(3) có 2 nghiệm : $v_B = 0$ (loại, vì vô lí)

$v_B = 2{,}16$ m/s (4)

* Thay (4) vào (1) ta có : $v_A = 0{,}54$ m/s (5)

Vậy vận tốc của A và B sau va chạm là : $\begin{cases} v_A = 0{,}54 \text{ m/s} \\ v_B = 2{,}16 \text{ m/s} \end{cases}$

Sau va chạm cả 2 vật đều chuyển động cùng chiều, cùng chiều với A trước va chạm.



b) Sau va chạm, định luật bảo toàn cơ năng cho A là :

$$\frac{mv_A^2}{2} + 0 = mgl(1 - \cos\beta_m) + 0$$

$$\rightarrow \quad \cos\beta_m = 1 - \frac{v_A^2}{2gl} = 1 - \frac{(0{,}54)^2}{2 \times 9{,}8 \times 1} = 0{,}9851$$

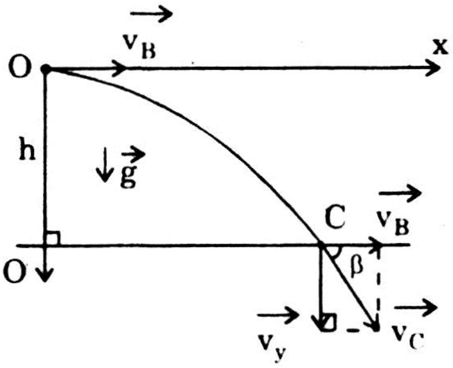
$$\rightarrow \quad \beta_m \approx 0{,}1725 \text{ rad} \quad \text{hay} \quad \beta_m \approx 10^\circ$$

3.* Sau va chạm, coi B chuyển động như vật ném ngang với $v_o = v_B = 2{,}16$m/s với gia tốc $\vec{g}$. Chọn hệ quy chiếu Oxy như hình, t = 0 lúc B sau va chạm.

$$v_{Ox} = v_B \;; \quad v_{Oy} = 0 \;; \quad a_x = 0 \;; \quad a_y = +g$$

* Theo Ox, vật chuyển động thẳng đều :

$$x = v_B t = 2{,}16t \qquad (6)$$



* Theo Oy, vật chuyển động nhanh dần đều

$$v_y = gt = 9{,}8t \qquad (7)$$

$$y = \frac{gt^2}{2} = 4{,}9t^2 \qquad (8)$$

* Phương trình quỹ đạo của B :

$$\text{Từ (6)} \rightarrow \quad t = \frac{x}{2{,}16} \qquad (9)$$

Đưa (9) vào (8) ta có : $y = 4{,}9.\dfrac{x^2}{(2{,}16)^2} \approx 1{,}05x^2$ (10)

* (10) chứng tỏ quỹ đạo của B sau va chạm là parabol.

* Gọi τ là thời gian bay thì (8) cho ta :

$$y = h = 4{,}9.\tau^2 \quad \rightarrow \quad \tau = \sqrt{\frac{h}{4{,}9}} = \sqrt{\frac{0{,}8}{4{,}9}} \approx 0{,}4 \text{ s}$$

* Tầm xa O'C, theo (6) thì :

$$x = O'C = 2{,}16.\tau = 2{,}16 \times 0{,}4 = 0{,}864 \text{ m}$$

* Ở C chạm sàn : $\vec{v}_C = \vec{v}_y + \vec{v}_B$ và $\vec{v}_y \perp \vec{v}_B$

$$v_y = 9{,}8.\tau = 9{,}8 \times 0{,}4 = 3{,}92 \text{ m/s}$$

$$v_C = \sqrt{v_B^2 + v_y^2} = \sqrt{(2{,}16)^2 + (3{,}92)^2} \approx 4{,}48 \text{ m/s}$$

$$\text{tg}\,\beta = \frac{v_y}{v_B} = \frac{3{,}92}{2{,}16} \approx 1{,}8148 \quad \rightarrow \quad \beta \approx 61{,}14^\circ$$

$$\beta = 61^\circ 8'$$

65. Một con lắc đơn có dây treo dài l = 1m và vật nặng m = 500g, dao động ở nơi có g = 9,8m/s^2. Bỏ qua mọi ma sát và sức cản.

1. Tìm chu kì dao động bé của con lắc.

2. Kéo cho dây lệch $\alpha_m = 60^\circ$ so với phương thẳng đứng rồi buông vật ra. Tìm :

a) Vận tốc cực đại của vật nặng.

b) Vận tốc của vật nặng khi dây lệch $\beta = 30^\circ$.

3. Khi con lắc đến vị trí dây lệch $\gamma = 30^\circ$ thì dây treo tuột.

a) Tìm chuyển động của vật nặng sau đó.

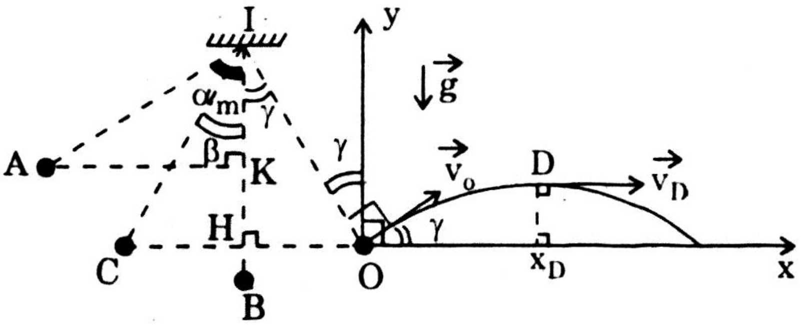
b) Tìm độ cao cực đại của quả cầu trong chuyển động này ? So sánh nó với độ cao của quả cầu ở điểm buông con lắc và giải thích ?

Giải

1.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \times 3{,}14\sqrt{\frac{1}{9{,}8}} \approx 2\ \text{s}$$

2.a)* Vẽ hình.



* Quy ước : $E_{tB} = 0$

Định luật bảo toàn cơ năng cho vị trí A và B ; v_{max} ở B, ta có :

$$mg.KB = \frac{mv_{max}^2}{2} = mgl(1 - \cos\alpha_m)$$

$$\rightarrow \quad v_{max} = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_m)} = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 1(1 - \cos 60^\circ)} \approx 3{,}14\ \text{m/s}$$

b) Dùng định luật bảo toàn cơ năng cho A và C :

$$mg.KB = \frac{mv_C^2}{2} + mg.HB$$

$$\rightarrow \quad mgl(1 - \cos\alpha_m) = \frac{mv_C^2}{2} + mgl(1 - \cos\beta)$$

$$\rightarrow \quad v_C = \sqrt{2gl(\cos\beta - \cos\alpha_m)}$$

$$v_C = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 1(\cos 30^\circ - \cos 60^\circ)} \approx 2{,}68\ \text{m/s}$$

3.a) * Lập luận tương tự, dùng bảo toàn cơ năng cho A và O có độ cao bằng C (so với B) nên :

$$v_0 = v_C \approx 2{,}68 \text{ m/s}$$

* Chọn hệ quy chiếu Oxy như hình, $t_0 = 0$ khi dây tuột, vật chuyển động chỉ do $\vec{g}$; $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $v_{0x} = v_0\cos\gamma$; $v_{0y} = v_0\sin\gamma$;

$$a_x = 0, \quad a_y = -g$$

* Theo Ox : $x = (v_0\cos\gamma)t = (2{,}68.\cos30^0)t \approx 2{,}32.t$ (1)

* Theo Oy : $y = (v_0\sin\alpha)t - \dfrac{gt^2}{2} = (2{,}68.\sin30^0)t - \dfrac{9{,}8}{2}t^2$

hay : $y = -\,4{,}9t^2 + 1{,}34t$ (2)

* Phương trình quỹ đạo của vật : (1) → $t = \dfrac{x}{2{,}32}$ (3)

* Thay (3) vào (2) ta có : $y = -\,0{,}91x^2 + 0{,}58x$ (4)

* (4) cho biết quỹ đạo của vật sau khi tuột dây là 1 parabol với

$$x_D = \frac{-0{,}58}{2(-0{,}91)} \approx 0{,}32 \text{ m} \quad (5)$$

* Đưa (5) vào (4) ta có độ cao cực đại mà vật đạt được so với O là :

$$h_{max} = y_D = (-0{,}91).(0{,}32)^2 + 0{,}58(0{,}32) = 0{,}092 \text{ m}$$

$$h_{max} = y_D = 9{,}2 \text{ cm}$$

b) * Độ cao cực đại của vật sau khi tuột dây (so với O) là :

$$h_{max} = 9{,}2 \text{ cm}$$

* Quy ước $E_{tC} = E_{t0} = 0$, ta có độ cao khi buông vật ở A so với O là :

$$H_0 = HK = l\,(\cos\beta - \cos\alpha_m)$$

$$H_0 = 1(\cos30^0 - \cos60^0) = 0{,}37\text{m} = 37\text{cm}$$

* Vậy $H_0 > h_{max}$. Sở dĩ như vậy là vì theo định luật bảo toàn cơ năng ở A và D là :

$$mgH_0 = mgh_{max} + \frac{mv_D^2}{2}$$

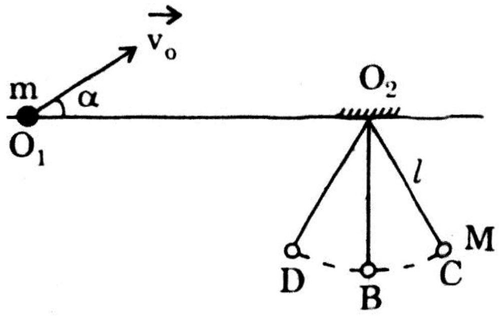
Với $v_D = v_0\cos\gamma \neq 0$ nên $\dfrac{mv_D^2}{2} \neq 0$, vậy :

$$mgH_0 > mgh_{max} \quad \rightarrow \quad H_0 > h_{max}$$

Cơ năng bảo toàn $E_A = E_D$; ở A chỉ có thế năng hấp dẫn, ở D có cả động năng và thế năng hấp dẫn nên $E_{tD} < E_{tA} \rightarrow H_0 > h_{max}$.

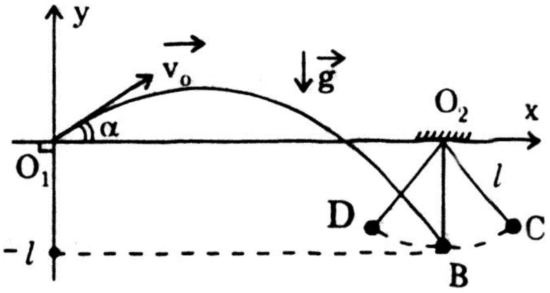
66. Một quả cầu nhỏ khối lượng M được treo trên 1 sợi dây không dãn và không có khối lượng, chiều dài l, thực hiện dao động điều hòa biên độ A.

Tại thời điểm khi quả cầu đạt đến vị trí cực đại, từ O_1 ở cùng độ cao với điểm treo O_2 của con lắc, với $O_1O_2 = L$, ta bắn 1 viên đạn khối lượng m với vận tốc $\vec{v}_0$ hợp với O_1O_2 một góc α.



Quỹ đạo của đạn trong mặt phẳng dao động của con lắc. Đạn phải bắn với $\vec{v}_0$ nào để nó đến đập vào quả cầu ở thời điểm khi quả cầu qua vị trí cân bằng; sau đó đạn mắc kẹt vào quả cầu và đồng thời dây đứt, cả vật và đạn rơi thẳng đứng xuống dưới. Bỏ qua ma sát và sức cản.

Giải



* Chọn hệ quy chiếu O_1xy như hình, đạn ở O_1 khi $t_0 = 0$.

* B : vị trí cân bằng của quả cầu; D, C : hai vị trí cực đại của quả cầu.

* Sau thời gian t đạn đến B. Đạn bay theo quỹ đạo parabol thỏa mãn điều kiện :

$$L = (v_0 \cos\alpha)t \qquad (1)$$

$$-l = (v_0 \sin\alpha)t - \frac{gt^2}{2} \qquad (2)$$

* Để cho đạn cắm vào quả cầu, dây đứt và cả hai cùng rơi thẳng đứng xuống thì định luật bảo toàn động lượng theo phương ngang phải là :

$$mv_0 \cos\alpha - Mv = 0 \qquad (3)$$

với v là vận tốc ngang, cực đại của quả cầu ở B và $v = \omega A = \sqrt{\frac{g}{l}}.A$;

$v_x = v_0.\cos\alpha$ là vận tốc theo phương ngang của đạn ở B.

$\vec{v}_x$ và $\vec{v}$ ngược chiều, thỏa mãn khi : $t = n\frac{T}{4} = \frac{n}{4}.2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (4)

$n = 1, 5, 9, \ldots,$ nếu khi $t_0 = 0$ quả cầu ở C.

$n = 3, 7, 11, \ldots,$ nếu khi $t_0 = 0$ quả cầu ở D.

* Ta có 3 phương trình : (1) → $L = (v_0 \cos\alpha)t$ (1)

(2) → $gt^2 - 2(v_0 \sin\alpha)t - 2l = 0$ (5)

$$(3) \rightarrow \qquad \frac{m}{M} = \sqrt{\frac{g}{l}} \cdot \frac{A}{v_0 \cos\alpha} \qquad (6)$$

và "điều kiện lượng tử" về thời gian : $t = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} . n$ (7)

* Giải hệ phương trình (1), (5), (6), (7) cho ta :

$$v_0 = \sqrt{gl\left[\left(\frac{M}{m} \cdot \frac{A}{l}\right)^2 + \left(\frac{M}{m} \cdot \frac{A}{L}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{mL}{MA}\right)^2 - 1\right]} \qquad (8)$$

$$\alpha = \mathrm{arctg}\left\{\frac{l}{L}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{Lm}{AM}\right)^2 - 1\right]\right\} \qquad (9)$$

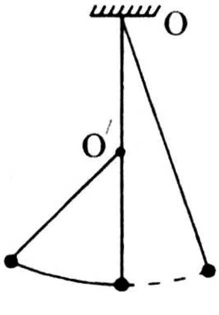
* Khi ấy "điều kiện lượng tử" có dạng : $\frac{m}{M} \cdot \frac{L}{A} = \frac{\pi}{2} n$ (10)

Nếu điều kiện này thỏa mãn thì bài toán có nghiệm (8) và (9). Nếu điều kiện này không thỏa mãn thì bài toán vô nghiệm.

* Dễ dàng thấy rằng khi $\alpha > 0$ bài toán mới có nghiệm.

67. Một quả cầu bằng thép khối lượng m treo trên sợi dây mềm không có khối lượng dài l = 1m tạo thành một con lắc.

Một chiếc đinh đóng thẳng đứng ở O' để dây treo vấp vào O', OO' = 50cm. Kéo dây lệch $\alpha_1 = 3^0$ so với vị trí thẳng đứng rồi buông vật ra. Bỏ qua mọi ma sát và sức cản.



1. Tìm chu kì dao động bé của con lắc.

Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2 = \pi \text{ m/s}^2$.

2. Tìm biên độ dao động ? Vẽ đồ thị dao động.

3. Khi không có đinh ở O' mà đặt ở vị trí cân bằng 1 tấm thép giữ cố định thẳng đứng.

Hỏi hiện tượng xảy ra thế nào ? Vẽ đồ thị dao động ? Coi va chạm của quả cầu vào tấm thép là va chạm hoàn toàn đàn hồi.

Giải

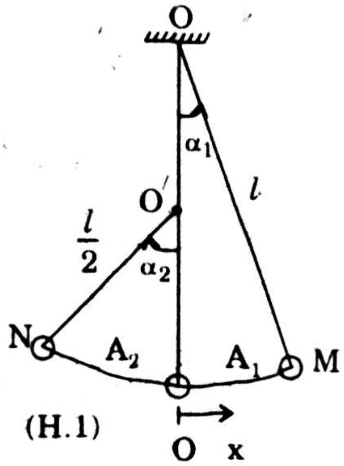
1.* Coi con lắc hỗn hợp gồm 2 con lắc có chiều dài l và $\frac{l}{2}$.

* Chu kì con lắc l là : $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi^2}} = 2 \text{ s}$

* Con lắc dài $\frac{l}{2}$ có : $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}} = T_1\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \approx 1{,}414 \text{ s}$

- * Gọi M, N là những vị trí cực đại của vật.
- * Theo giả thiết t = 0, vật M → O mất $\frac{1}{4}T_1$; O → N → O mất $\frac{1}{2}T_2$; O → M mất $\frac{1}{4}T_1$. Từ đó dao động tuần hoàn lặp lại. Vậy chu kì con lắc hỗn hợp là :

$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2}\left(2 + \frac{2}{\sqrt{2}}\right) \approx 1{,}71 \text{ s}$$



(H.1)

2.* Xét con lắc dài l, (xem H.1) ; $\frac{T_1}{4} = \frac{2}{4} = 0{,}5$ s ;

biên độ : $A_1 = l\,\alpha_1$

$$A_1 = 1 \times 3 \times \frac{3{,}14}{180} \approx 0{,}052 \text{ m} = 5{,}2 \text{ cm}$$

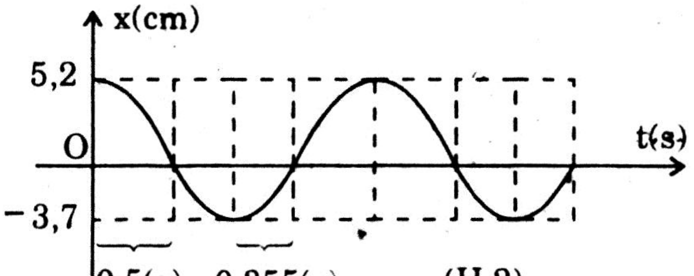
- * Xét con lắc $\frac{l}{2}$; $\frac{T_2}{4} = \frac{1{,}414}{4} \approx 0{,}355$ s

Do dao động bé và các α bé, bảo toàn cơ năng ta có :

$$mg.l\frac{\alpha_1^2}{2} = mg\frac{l}{2}\frac{\alpha_2^2}{2} \quad \rightarrow \quad \alpha_2 = \alpha_1\sqrt{2}$$

$$\text{và : } A_2 = \alpha_2\frac{l}{2} = \alpha_1\sqrt{2}\,\frac{l}{2} = \frac{A_1}{\sqrt{2}} = \frac{5{,}2}{\sqrt{2}} \approx 3{,}7\text{cm}$$

- * **Chú ý con lắc l có x > 0 ; con lắc $\frac{l}{2}$ có x < 0 ta vẽ đồ thị như H.2.**



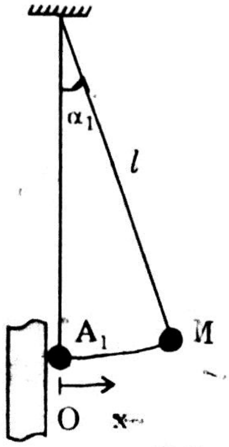
(H.2)

3.* Gọi h là độ cao cực đại của con lắc l (ở M so với O). Gọi $\vec{v_1}$ là vận tốc ngang ở vị trí cân bằng, $\vec{v_2}$ là vận tốc ngang của nó sau va chạm với tấm thép, h' là độ cao của vật nặng sau va chạm (H.3).

- * Định luật bảo toàn cơ năng M → O :

$$mgh = \frac{mv_1^2}{2} \qquad (1)$$

- * Va chạm đàn hồi cho ta $v_1 = v_2$ (tấm thép đứng yên).



(H.3)

* Định luật bảo toàn cơ năng sau va chạm :

$$mgh' = \frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} \qquad (2)$$

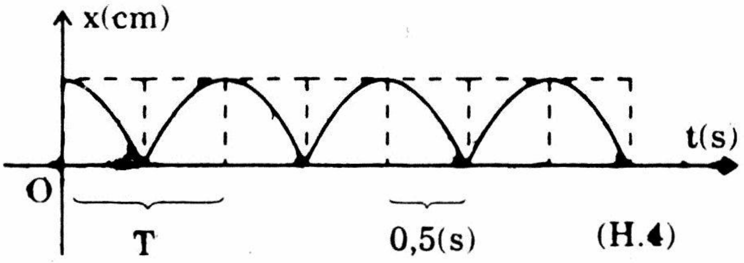
* (1) và (2) cho ta h' = h hay sau va chạm vật nặng lên M cũ. Vậy dao động của con lắc không điều hòa mà là tuần hoàn có chu kì :

$$T' = \frac{T_1}{2} = \frac{2}{2} = 1\,s$$

$$\frac{T'}{2} = \frac{1}{2}\,s$$

Biên độ dao động vẫn là $A_1 = 5{,}2$ cm và x > 0

* Đồ thị dao động vẽ như hình 4.



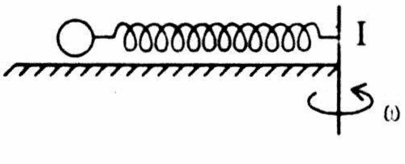
(H.4)

[illegible]

NHỮNG CƠ HỆ DAO ĐỘNG KHÁC

68. Một quả cầu nhỏ khối lượng m = 200 (g) gắn vào lò xo không khối lượng, đầu kia lò xo treo vào điểm cố định. Quả cầu dao động điều hòa thẳng đứng với chu kì T = 0,4 s. Khi đó chiều dài lò xo biến thiên từ 20cm đến 24cm.

1. Viết phương trình dao động của quả cầu. Tìm vận tốc của nó khi qua vị trí cân bằng và khi cách vị trí cân bằng 1cm (chọn chiều dương trục x'x hướng xuống dưới, gốc O ở vị trí cân bằng, t = 0 lúc vật ở vị trí thấp nhất)



2. Tính độ dài tự nhiên của lò xo.

3. Đặt con lắc trên lên tấm ván nhẵn (hình vẽ).

Cho tấm ván quay đều quanh trục thẳng đứng qua I (tấm ván nằm ngang). Quả cầu vạch thành đường tròn tâm I bán kính R = 20 (cm). Tìm vận tốc góc quay ω. Lấy g = 10 (m/s²), $\pi^2 = 10$. Bỏ qua ma sát.

Giải

1.* Tìm được $\omega = 5\pi$ (rad/s) và $K = 50$ (N/m)

* Tìm được $A = \dfrac{l_{max} - l_{min}}{2} = 2$ (cm)

* Tìm được $x = 2\sin\left(5\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (cm)

* Dùng công thức $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

* $x = 0$ → $v_{max} = A\,\omega = 31{,}4$ (cm/s)

* $x = 1cm$ → $v = 27{,}2$ (cm/s)

2.* Do vị trí cân bằng : $mg = K.\Delta l$ → $\Delta l = 4$ (cm)

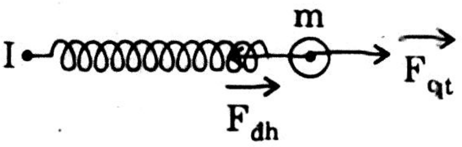
* $l_{max} = l_o + \Delta l + A$ → $l_o = 18$ (cm)

3.* Trong hệ quy chiếu quay, vật đứng yên khi $\vec{F}_{dh} + \vec{F}_{qt} = \vec{0}$

* Hay $K.\Delta l = m\,\omega^2 R$;

với $R = l_o + \Delta l$

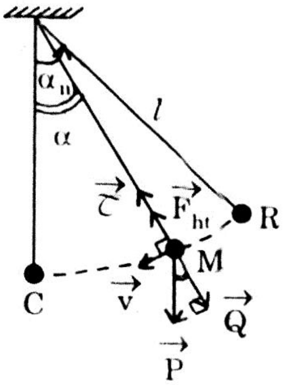
$\Delta l = 2$ (cm) và $\omega' = 5$ (rad/s)



69. Quả cầu m = 2 (kg) treo đầu 1 sợi dây không khối lượng và không dãn. Bỏ qua mọi ma sát và sức cản. Lấy $g = 10$ (m/s^2).

1. Kéo quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng một góc α_m rồi buông nhẹ. Lập biểu thức tìm lực căng $\mathcal{T}$ của dây treo ở nơi góc lệch α. Tìm vị trí của quả cầu khi lực căng là cực đại. Tìm lực căng dây đó khi $\alpha_m = 60^o$.
2. Phải có α_m bằng mấy để lực căng cực đại gấp 3 lần trọng lực của quả cầu.
3. Thay dây treo bằng lò xo không trọng lượng, độ cứng K = 500 (N/m), chiều dài tự nhiên $l_o = 0{,}6$ (m), lò xo chuyển động trong mặt phẳng thẳng đứng quanh điểm treo O. Kéo quả cầu cho lò xo nằm ngang rồi thả nhẹ vật. Lúc bắt đầu thả vật lò xo chưa biến dạng. Tìm độ dãn của lò xo khi quả cầu ở vị trí cân bằng.

Giải



1.* Gọi R là vị trí cực đại của vật, dây có góc lệch α_M, M là vị trí bất kì có góc lệch α.

* Ở M vật chịu tác dụng của $\vec{P}$, $\vec{\mathcal{T}}$.

* $F_{ht} = \dfrac{mv^2}{l} = \mathcal{T} - Q = \mathcal{T} - mg\cos\alpha$ (1)

* Định luật bảo toàn cơ năng ở R và M cho ta :

$$mg\,l\,(1 - \cos\alpha_M) = \frac{mv^2}{2} + mg\,l\,(1 - \cos\alpha) \qquad (2)$$

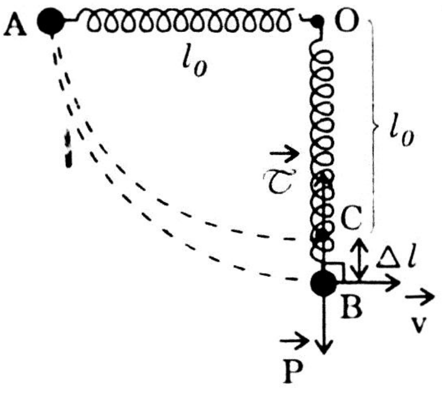
* (1) và (2) cho ta : $\mathcal{T} = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_M)$ (3)

* Theo (3) $\mathcal{T}_{max}$ khi $(\cos\alpha)_{max} = 1 \rightarrow \alpha = 0$ (vật qua vị trí cân bằng).

Với $\alpha_M = 60^o$ thì : $\mathcal{T}_{max} = mg(3 - 2\cos\alpha_M) = 40N$

2.* $\mathcal{T}_{max} = mg(3 - 2\cos\alpha_M) = 3mg$ nên $\cos\alpha_M = 0$

* Vậy $\alpha_M = 90^o$



3.* Quy ước $E_{tB} = 0$

* Dùng định luật bảo toàn cơ năng ở A, B cho hệ ta có :

$$E_A = mg\,l = E_B = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{2}K(\Delta l)^2 \qquad (4)$$

* Ở B : $\mathcal{T} - mg = \dfrac{mv^2}{l}$ (5)

* Và ta cũng có $l = l_o + \Delta l$ (6)

* Kết hợp (4), (5), (6) ta có :

$$2K(\Delta l)^2 + (\Delta l)(Kl_o - 3mg) - 3mgl_o = 0 \qquad (7)$$

* Thay số vào (7) để có :

$$(\Delta l)^2 + 0{,}24(\Delta l) - 0{,}036 = 0 \qquad (8)$$

(8) có nghiệm : $\Delta l = 10{,}4$ (cm)

* Chú ý nếu con lắc treo đứng và ở vị trí cân bằng lò xo dãn (Δx)

$$mg = K(\Delta x) \quad \rightarrow \quad \Delta x = \frac{mg}{K} \qquad (9)$$

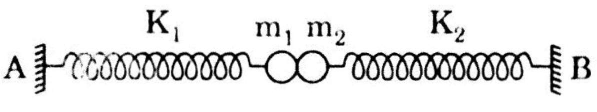
Thay số vào (9) ta có : $\Delta x = 4cm < \Delta l$

70. Cho hai quả cầu có thể trượt không ma sát trên 1 thanh ngang cứng, mảnh. Quả cầu $m_1 = 100$ (g) nối với lò xo có độ cứng $K_1 = 25$ (N/m) buộc vào A. Quả cầu $m_2 = 100$ (g) nối với lò xo độ cứng $K_2 = 100$ (N/m) buộc vào B. Bỏ qua khối lượng của các lò xo.

Ở vị trí cân bằng 2 quả cầu tiếp xúc nhau và 2 lò xo không biến dạng. Kéo m_1 về phía A 1 đoạn $A_1 = 8cm$ rồi thả tự do.

1. Tìm vận tốc của mỗi quả cầu ngay sau khi chúng va chạm vào nhau.

2. Tìm độ nén cực đại của lò xo K_2 trong quá trình chuyển động của quả cầu m_1, m_2.



3. Tìm khoảng thời gian giữa 2 lần va chạm liên tiếp giữa m_1 và m_2. Coi va chạm là đàn hồi xuyên tâm, lấy $\pi^2 = 10$.

Giải

1. *Vận tốc sau va chạm :*

* m_1 ở vị trí khi K_1 bị nén $A_1 = 8$ (cm) có động năng bằng 0, thế năng đàn hồi của lò xo $E_{t1} = \dfrac{K_1A_1^2}{2}$. Trước khi m_1 va chạm vào m_2 ở vị trí cân bằng, thế năng đàn hồi của lò xo bằng 0, động năng của vật nặng $E_{d2} = \dfrac{m_1v_1^2}{2}$ (v_1 : vận tốc của m_1 ngay trước va chạm)

Cơ năng bảo toàn nên :

$$\frac{K_1A_1^2}{2} = \frac{m_1v_1^2}{2} \quad \rightarrow \quad v_1 = A_1\sqrt{\frac{K_1}{m_1}} \qquad (1)$$

$$v_1 = 8\sqrt{\frac{25}{0,1}} = 40\sqrt{10}\ (\text{cm/s}) = 40\pi\ (\text{cm/s})$$

* Xét va chạm hoàn toàn đàn hồi, xuyên tâm giữa m_1 và m_2 : Gọi v'_1 , v'_2 là vận tốc của m_1 và m_2 ngay sau va chạm :

+ **Định luật bảo toàn động lượng** :

$$m_1v_1 = m_1v'_1 + m_2v'_2 \quad \rightarrow \quad v_1 = v'_1 + v'_2 \qquad (2)$$

(chú ý $m_1 = m_2 = 100$g)

+ **Định luật bảo toàn động năng** :

$$\frac{m_1v_1^2}{2} = \frac{m_1v_1'^2}{2} + \frac{m_2v_2'^2}{2} \quad \rightarrow \quad v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 \qquad (3)$$

+ Giải (2) và (3) :

$$(2) \quad \rightarrow \quad v_1^2 = (v'_1 + v'_2)^2 = v_1'^2 + v_2'^2 + 2v'_1v'_2 \qquad (4)$$

$$(3) \text{ và } (4) \quad \rightarrow \quad v_1'^2 + v_2'^2 + 2v'_1v'_2 = v_1'^2 + v_2'^2$$

$$\rightarrow \quad 2v'_1v'_2 = 0 \qquad (5)$$

+ Vậy $v'_1 = 0$ (loại $v'_2 = 0$ vì vô lí)

Theo (3) $v'_1 = 0$ nên $v'_2 = v_1 = 40\pi$ (cm/s)

+ Vậy sau va chạm : quả cầu m_1 có vận tốc $v'_1 = 0$ (đứng yên) quả cầu m_2 có vận tốc $v'_2 = v_1$ (bằng vận tốc của quả cầu 1 trước va chạm). Nghĩa là, sau va chạm, quả cầu m_1 dừng lại truyền toàn bộ vận tốc của mình cho quả cầu m_2 (tức là truyền toàn bộ động năng).

2. *Độ nén cực đại :*

* Rõ ràng độ nén cực đại của m_1 là $A_1 = 8$ (cm).

* A_2 là độ nén cực đại của m_2. Do sau va chạm, m_1 truyền toàn bộ động năng của mình cho m_2 nên :

$$\frac{K_1A_1^2}{2} = \frac{m_1v_1^2}{2} = \frac{m_2v_2'^2}{2} = \frac{K_2A_2^2}{2}$$

Suy ra : $A_2 = A_1\sqrt{\frac{K_1}{K_2}} = 8\sqrt{\frac{25}{100}} = 4\,(\text{cm})$

3. *Thời gian giữa 2 lần va chạm liên tiếp :*

* Do kích thích và va chạm, 2 con lắc dao động điều hòa

* Chu kì của 2 con lắc m_1, K_1 và m_2, K_2 là T_1, T_2

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{K_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}1}{25}} = \frac{2\pi}{5}\sqrt{\frac{1}{\pi^2}} = 0{,}4\,(\text{s})$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{K_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}1}{100}} = \frac{2\pi}{10}\sqrt{\frac{1}{\pi^2}} = 0{,}2\,(\text{s})$$

* Lần dao động thứ nhất : m_1 va chạm vào m_2 kích thích m_2 dao động. Sau $\frac{1}{2}T_2 = 0{,}1$ (s); m_2 trở lại va chạm vào m_1, lập luận tương tự m_2 dừng lại, m_1 dao động và sau $\frac{1}{2}T_1 = 0{,}2$ (s) m_1 trở lại va chạm vào m_2.

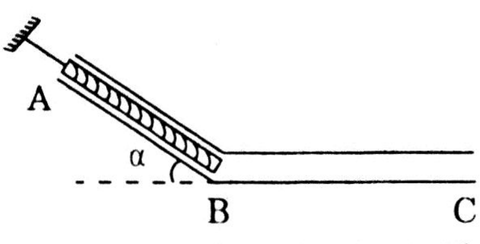
* Vậy : Lần va chạm thứ 2 cách lần 1 : $\frac{T_2}{2} = 0{,}1\,(\text{s})$

Lần va chạm thứ 3 cách lần 2 : $\frac{T_1}{2} = 0{,}2\,(\text{s})$

Lần va chạm thứ 4 cách lần 3 : $\frac{T_2}{2} = 0{,}1\,(\text{s})$

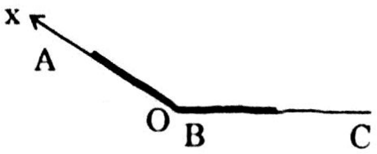
……………

71. Một ống nhựa được uốn gấp khúc ở B đặt cố định trong mặt phẳng thẳng đứng, đoạn AB nghiêng 1 góc α so với mặt đất, đoạn BC nằm ngang.



Trong ống có 1 đoạn dây mềm, đồng chất chiều dài l, khối lượng m, đầu trên treo vào tường sao cho mép dưới tiếp xúc với B. Bỏ qua mọi ma sát và sự mất mát động năng khi dây trượt qua chỗ tiếp xúc B. Cắt dây treo, tìm vận tốc của sợi dây khi nó tuột khỏi đoạn ống nghiêng được một nửa chiều dài và thời gian để tuột được đoạn đường đó. Cho gia tốc rơi tự do là g.

Giải



* Chọn hệ trục Ox :

+ O ≡ B

+ Chiều dương hướng về phía A.

* Xét khi dây có 1 đoạn nằm ngang và 1 đoạn có chiều dài x trên mặt phẳng nghiêng. Khối lượng của đoạn x này là $m' = \frac{m}{l}x$

* Đoạn dây x này chỉ chịu thành phần dọc theo Ox của trọng lực là $P' = -m'g\sin\alpha = \frac{-m}{l}gx.\sin\alpha$; sử dụng định luật II Newton cho đoạn này, ta có chú ý gia tốc của cả dây là a = x'', sẽ có :

$$-\frac{mg}{l}x\sin\alpha = ma = mx'' \quad \rightarrow \quad x'' + \frac{g\sin\alpha}{l}x = 0 \qquad (1)$$

* Đặt $\omega^2 = \frac{g\sin\alpha}{l}$ nên (1) trở thành : $x'' + \omega^2 x = 0$ (2)

* (2) chứng tỏ dây chuyển động với tính chất như 1 dao động điều hòa với

$$\omega = \sqrt{\frac{g\sin\alpha}{l}} \qquad (3)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\sin\alpha}} \qquad (4)$$

* Chọn mốc thế năng của trọng lực ở B (bằng 0)

Khi dây tuột được $\frac{1}{2}$ chiều dài, trọng tâm của dây hạ thấp 1 đoạn theo phương thẳng đứng là $\frac{l}{4}\sin\alpha$; thế năng hấp dẫn lúc đó chỉ của $\frac{m}{2}$ sẽ là

$$E_{t2} = \frac{m}{2}g\frac{l}{4}\sin\alpha$$

Động năng cả dây lúc đó $E_{đ2} = \frac{mv^2}{2}$ (phần $\frac{m}{2}$ nằm ngang có $E_t = 0$)

Lúc đầu, độ cao của trọng tâm của dây là $\frac{l}{2}\sin\alpha$,

$$E_{t1} = mg\frac{l}{2}\sin\alpha \ ; \qquad E_{đ1} = 0$$

* Cơ năng bảo toàn nên :

$$mg\frac{l}{2}\sin\alpha = \frac{m}{2}g\frac{l}{4}\sin\alpha + \frac{mv^2}{2} \quad \rightarrow \quad v = \frac{\sqrt{3gl\sin\alpha}}{2} \qquad (5)$$

* Như đã chứng minh, dây chuyển động như là "một dao động điều hòa" với phương trình : $x = A_0 \sin(\omega t + \varphi)$ (6)

Thời gian Δt để dây tuột được $\frac{l}{2}$ là : $\Delta t = t_2 - t_1$

$t_1 = 0$ lúc $x_1 = A_0$

t_2 lúc $x_2 = \frac{A_0}{2}$

* Điều kiện ban đầu : $t = 0$ $\begin{cases} \to x = l = A_0 \sin\varphi & (7) \\ \to v = 0 = A_0 \omega \cos\varphi & (8) \end{cases}$

(8) cho ta $\cos\varphi = 0$ và $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$

Để phù hợp với (7) thì $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ và $A_0 = l$ nên.

$$x = l \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (9)$$

* Khi t_2, ta có : $x_2 = \frac{l}{2} = l \sin(\omega t_2 + \frac{\pi}{2})$

$$\to \frac{1}{2} = \sin(\omega t_2 + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \pi - \frac{\pi}{6} = \omega t_2 + \frac{\pi}{2}$$

$$\to \omega t_2 = \frac{\pi}{3} \to t_2 = \frac{\pi}{3\omega}$$

* Vậy : $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\pi}{3\omega} - 0 = \frac{\pi}{3\omega} = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{l}{g\sin\alpha}}$ (10)

* Đáp số : 1. Vận tốc : $v = \frac{\sqrt{3gl\sin\alpha}}{2}$

2. Thời gian : $\Delta t = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{l}{g\sin\alpha}}$.

72. Hai quả cầu khối lượng m và 2m nối nhau bằng 1 lò xo nhẹ hệ số đàn hồi K. Các quả cầu nằm trên mặt bàn nhẵn nằm ngang.

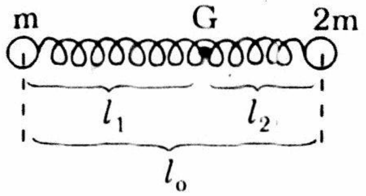
a) Tác dụng lên hai quả cầu một lực như nhau F = mg và nén lò xo lại rồi thả nhanh chúng ra. Các quả cầu sẽ chuyển động thế nào ?

b) Một viên đạn khối lượng m bay dọc theo trục lò xo với vận tốc v đến gặp quả cầu khối lượng m. Tìm chu kì và biên độ dao động của quả cầu.

Giải

a)* Gọi G là khối tâm của hệ 2 quả cầu và lò xo.

l_o, l_1, l_2 là chiều dài tự nhiên của cả lò xo và 2 phần lò xo. Vị trí khối tâm G xác định qua l_1, l_2 :



$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{2m}{m} = 2$$

$$l_1 + l_2 = l_o$$

Từ 2 phương trình này ta có : $l_1 = \frac{2}{3}l_o$ và $l_2 = \frac{1}{3}l_o$

* Các độ cứng K, K_1, K_2 tỉ lệ nghịch với các chiều dài l_o, l_1, l_2 nên :

$$\frac{K_1}{K} = \frac{l_o}{l_1} = \frac{l_o}{\frac{2}{3}l_o} = \frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad K_1 = \frac{3}{2}K$$

$$\frac{K_2}{K} = \frac{l_o}{l_2} = \frac{l_o}{\frac{1}{3}l_o} = 3 \quad \rightarrow \quad K_2 = 3K$$

* Các trọng lực cân bằng với các phản lực, 2 lực tác dụng để kích thích dao động bằng nhau và ngược chiều nên cũng khử nhau, lực ma sát bằng không. Hệ không chịu tác dụng của ngoại lực nên G đứng yên. G chính là nơi "buộc chặt" của 2 con lắc đàn hồi :

+ Con lắc K_1, l_1, m có tần số góc là ω_1 : $\omega_1 = \sqrt{\frac{K_1}{m}} = \sqrt{\frac{3}{2}\frac{K}{m}}$

+ Con lắc K_2, l_2, 2m có tần số góc là ω_2 : $\omega_2 = \sqrt{\frac{K_2}{2m}} = \sqrt{\frac{3}{2}\frac{K}{m}}$

+ Như vậy $\omega_1 = \omega_2$ nên 2 con lắc có chu kì dao động như nhau :

$$T_1 = T_2 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{\omega_2} = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{3K}}$$

b)* Xét va chạm mềm giữa viên đạn và quả cầu m. Sau va chạm đạn găm vào quả cầu. Theo phương ngang, hệ kín nên có định luật bảo toàn động lượng :

$$m\vec{v} = (m + m)\vec{v_o} = 2m\vec{v_o} \quad \rightarrow \quad \vec{v_o} = \frac{\vec{v}}{2}$$

(với $\vec{v_o}$ là vận tốc của đạn và quả cầu m sau va chạm)

* Sau va chạm hệ trở thành 2 quả cầu như nhau khối lượng 2m nối với lò xo nên khối tâm của hệ là G ở chính giữa lò xo khi chưa biến dạng. Vì không có lực tác dụng theo phương ngang nên G của hệ chuyển động thẳng đều. G coi là nơi "buộc chặt" của 2 con lắc đàn hồi có độ cứng như nhau 2K, khối lượng 2m. Chu kì dao động của chúng như nhau.

$$T_1 = T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{2K}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

* Sự va chạm của viên đạn vào quả cầu m là một kiểu kích thích cho hệ dao động. Trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm, vận tốc đầu của 2 quả cầu xác định như sau :

+ $\vec{v}_{1G} = \vec{v}_{1d} + \vec{v}_{dG} = \vec{v}_1 - \vec{v}_G$ (đ : kí hiệu đất)

$$v_G = \frac{m_1 v_0 + m_2.0}{m_1 + m_2} = \frac{2mv_0 - 2m.0}{2m + 2m} = \frac{v_0}{2} = \frac{v}{4}$$

Vậy $v_{1G} = v_1 - v_G = v_o - v_G = \frac{v}{2} - \frac{v}{4} = \frac{v}{4}$

+ Tương tự : $v_{2G} = v_2 - v_G = 0 - \frac{v}{4} = -\frac{v}{4}$

+ Vậy 2 quả cầu trong hệ qui chiếu gắn với G có vận tốc ban đầu bằng nhau, ngược chiều nên 2 con lắc dao động ngược pha nhau.

* Vì vậy động năng ban đầu của 2 con lắc như nhau nên cơ năng bằng nhau và các biên độ dao động A_1, A_2 cũng bằng nhau :

$$\frac{2m.v_{1G}^2}{2} = \frac{1}{2}2KA_1^2 \rightarrow \frac{2m.v^2}{2 \times 16} = KA_1^2 \rightarrow A_1 = \frac{v}{4}\sqrt{\frac{m}{K}}$$

* Tương tự cho A_2 và cuối cùng ta có : $A_1 = A_2 = \frac{v}{4}\sqrt{\frac{m}{K}}$.

73. 1. Ở vị trí nào vật dao động điều hòa có vận tốc bằng 0 ? lớn nhất ? Chứng minh các khẳng định ấy.

2. Con lắc đàn hồi dao động thẳng đứng có độ cứng lò xo K = 100 (N/m), vật có khối lượng m = 100 (g).

a) Tìm độ dãn của lò xo khi vật nặng ở vị trí cân bằng.

b) Kéo vật xuống dưới vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng một đoạn 1cm, rồi truyền cho nó một vận tốc 10π (cm/s) theo hướng xuống dưới. Bỏ qua mọi ma sát, vật dao động điều hòa.

* Viết phương trình dao động của vật. Chọn gốc tọa độ O ở vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống và t = 0 là lúc thả vật.

* Tính chu kì dao động của vật ? Lấy $g = 10\ (m/s^2)$. Cho $\pi^2 = 10$.

(Câu I, Đề thi Đại học Thủy lợi 1998)

Giải

1. *Vật dao động điều hòa :*

* Vật có vận tốc bằng 0 ở các vị trí cực đại (ở đó vật dừng lại để đổi chiều chuyển động)

* Vật có vận tốc cực đại ở vị trí cân bằng.

* Chứng minh :

+ Ta biết $x = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad (1)$

$v = A\,\omega\cos(\omega t + \varphi) \qquad (2)$

+ Ở các vị trí cực đại $x = \pm A = A\sin(\omega t + \varphi)$,

suy ra $\sin(\omega t + \varphi) = \pm 1$.

Do $\cos(\omega t + \varphi) = \sqrt{1 - \sin^2(\omega t + \varphi)} = \sqrt{1 - 1} = 0$ nên ở đó theo (2) $v = 0$.

+ Ở vị trí cân bằng $x = 0 = A.\sin(\omega t + \varphi)$,

suy ra $\sin(\omega t + \varphi) = 0$

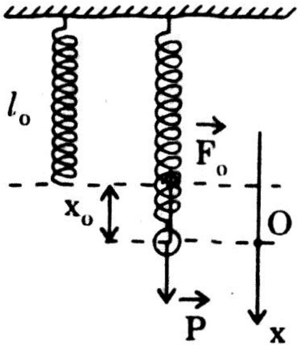
và $\cos(\omega t + \varphi) = \sqrt{1 - 0} = \pm 1$,

nên ở đó $v = \pm A\,\omega$; $|v|$ cực đại.

2. *Con lắc lò xo :*

a) + Khi chưa có vật nặng lò xo không co dãn.

+ Có vật nặng, trọng lực kéo lò xo dãn 1 đoạn x_o khi vật ở vị trí cân bằng. Khi đó trọng lực cân bằng với lực đàn hồi $\vec{F}_o$



$$mg = Kx_o \quad \rightarrow \quad x_o = \frac{mg}{K}$$

$$x_o = \frac{mg}{K} = \frac{0{,}1 \times 10}{100} = 0{,}01\,(m) = 1\,(cm)$$

b) *α) Phương trình dao động của vật :*

+ Đã cho vật dao động điều hòa nên :

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad (3)$$

$$v = A\,\omega\cos(\omega t + \varphi) \qquad (4)$$

+ $$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0{,}1}} = 10\,\pi\ (rad/s)$$

+ Theo giả thiết ở $t = 0$, vật có li độ $x = +1$ (cm); $v = +10\pi$ (cm/s) nên :

$$t = 0 \begin{cases} \rightarrow x = +1 = A\sin\varphi & (5) \\ \rightarrow v = +10\pi = A.10\pi\cos\varphi \rightarrow +1 = A\cos\varphi & (6) \end{cases}$$

+ Giải (5) và (6) :

* Bình phương (5) và (6) rồi cộng vế theo vế ta có :

$$A^2[\sin^2\varphi + \cos^2\varphi] = 2 = A^2 \quad \rightarrow \quad A = \sqrt{2}\ (cm)$$

* Hoặc (5) → $\sin\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ và (6) → $\cos\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ nên $\varphi = \dfrac{\pi}{4}$

* Hoặc tính qua tgφ bằng cách chia (5) cho (6) :

$$\frac{A\sin\varphi}{A\cos\varphi} = \operatorname{tg}\varphi = 1 \quad \rightarrow \quad \varphi = \frac{\pi}{4} \quad \text{và} \quad \varphi = \frac{5\pi}{4}$$

với chú ý $\cos\varphi > 0$, $\sin\varphi > 0$ nên ta chỉ chọn $\varphi = \dfrac{\pi}{4}$

+ Vậy phương trình dao động của vật là : $x = \sqrt{2}\sin\left(10\pi.t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ cm) (7)

β) Tìm chu kì dao động : $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{10\pi} = 0{,}2\,(s)$.

74. 1. Một chất điểm M dao động điều hòa theo phương ngang trên đoạn thẳng $AB = 2\mathcal{A}$ với chu kì T. Lập phương trình dao động của M ?

Chọn $t = 0$ khi $x = \dfrac{\mathcal{A}}{2}$ và vận tốc $v < 0$. Tìm thời gian để M chuyển động từ P → Q với tọa độ của P và Q là $x_P = \dfrac{\mathcal{A}}{2}$; $x_Q = -\dfrac{\mathcal{A}}{2}$. Tìm thời điểm vật có tọa độ $3\mathcal{A}$.

2. Chất điểm chuyển động trong mặt phẳng với 2 dao động điều hòa cùng tham gia :

$$x = a\sin\omega t$$
$$y = b\cos\omega t$$

với a, b, ω là các hằng số dương. Xác định quỹ đạo và chiều chuyển động.

Giải

1a) *Phương trình dao động :*

+ Đã biết 1 dao động điều hòa có phương trình tổng quát là :

$$x = \mathcal{A}\sin(\omega t + \varphi) = \mathcal{A}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) \qquad (1)$$

$$v = \mathcal{A}\omega\cos(\omega t + \varphi) = \frac{2\pi}{T}\mathcal{A}\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) \qquad (2)$$

(Do giả thiết, ta có biên độ dao động là $\mathcal{A}$)

+ Điều kiện ban đầu : $t = 0$

$$\rightarrow x = \frac{\mathcal{A}}{2} = \mathcal{A}\sin\varphi \qquad (3)$$

$$\rightarrow v = \mathcal{A}\omega\cos\varphi < 0 \qquad (4)$$

Từ (4) ta có $\cos\varphi < 0$. Từ (3) ta có $\sin\varphi = \frac{1}{2}$ nên $\varphi = \frac{\pi}{6}$ và $\varphi = \frac{5\pi}{6}$. Để $\cos\varphi < 0$ ta chỉ chọn $\varphi = \frac{5\pi}{6}$.

+ Vậy phương trình dao động tường minh là :

$$x = \mathcal{A}.\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{5\pi}{6}\right) \tag{5}$$

b) *Thời gian vật chuyển động từ P đến Q:*

+ Theo giả thiết khi $t = 0$; $x = \frac{\mathcal{A}}{2}$. Như vậy khi $t = 0$, chất điểm đi qua điểm P.

+ Sau khoảng thời gian t, chất điểm đến Q có li độ là $x = -\frac{\mathcal{A}}{2}$:

$$x = -\frac{\mathcal{A}}{2} = \mathcal{A}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{5\pi}{6}\right)$$

Suy ra $\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$

* Nếu $\left(\frac{2\pi}{T}t_1 + \frac{5\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{6} + \frac{2\pi}{6} + 2k\pi$ thì $t_1 = \frac{T}{6} + kT$ (6)

Từ P → Q sau thời gian $t_1 = \frac{T}{6}$; $\frac{T}{6} + T$; $\frac{T}{6} + 2T$; .....

* Nếu $\left(\frac{2\pi}{T}t_2 + \frac{5\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{6} + \pi + 2k\pi$ thì $t_2 = \frac{T}{2} + kT$ (7)

Từ P → Q sau thời gian $t_2 = \frac{T}{2}$; $\frac{T}{2} + T$; $\frac{T}{2} + 2T$; ......

2. *Quỹ đạo và chiều chuyển động :*

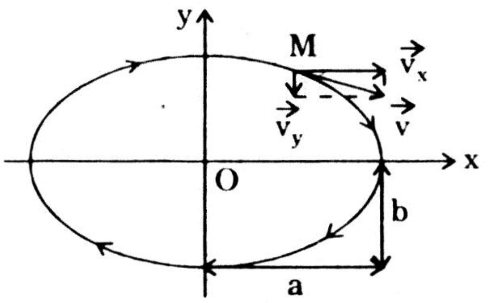
+ $x = a\sin\omega t \rightarrow \frac{x^2}{a^2} = \sin^2\omega t$ (8)

+ $y = b\cos\omega t \rightarrow \frac{y^2}{b^2} = \cos^2\omega t$ (9)

+ Cộng theo vế (8) và (9) ta có : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (10)

(10) chứng tỏ quỹ đạo của chất điểm là 1 ellip có 2 bán trục là a và b.

+ Để xét chiều chuyển động, ta xét các thành phần vận tốc góc theo 2 trục ở góc thứ 1.



+ $v_x = a\,\omega \cos \omega t$ (11)

$v_y = -b\,\omega \sin \omega t$ (12)

+ Ở góc thứ 1 : $x > 0$; $a > 0$; $\sin \omega t > 0$ nên theo (12) $v_y < 0$. Cũng vậy $y > 0$; $\cos \omega t > 0$; $v_x > 0$ (xem hình)

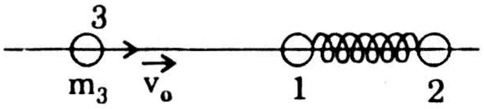
+ $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$

$\vec{v}$ tiếp tuyến với quỹ đạo ở M và chiều của $\vec{v}$ chứng tỏ chất điểm chuyển động thuận chiều kim đồng hồ.

Chú ý : Ở câu 1, vì biên độ dao động là $\mathcal{A}$, $x_{max} = \mathcal{A}$ nên chất điểm không bao giờ có li độ là $x = 3\mathcal{A}$ cả.

75. Ba quả cầu có thể trượt không ma sát trên một thanh cứng mảnh nằm ngang. Biết $m_1 = m_2 = m$; lò xo có độ cứng K và có khối lượng không đáng kể.

Quả cầu m_3 có khối lượng $m_3 = \dfrac{m}{2}$.



Lúc đầu 2 quả cầu 1, 2 đứng yên, lò xo có độ dài tự nhiên l_o. Truyền cho m_3 vận tốc $\vec{v}_0$ đến va chạm đàn hồi vào quả cầu 1.

a) Sau va chạm, khối tâm G của các quả cầu 1, 2 chuyển động như thế nào ? Tìm vận tốc của G.

b) Chứng minh rằng hai quả cầu 1 và 2 dao động điều hòa ngược pha quanh vị trí cố định đối với G. Tìm chu kì và biên độ dao động của các vật.

Giải

a) *Chuyển động của khối tâm G :*

* Quả cầu 3 va chạm đàn hồi với quả cầu 1. Hệ kín, định luật bảo toàn động lượng (theo phương ngang) và bảo toàn động năng được nghiệm đúng.

* Gọi v_1, v_3 là vận tốc sau va chạm của 1 và 3, ta có :

$$\frac{m}{2}\vec{v}_o = m\vec{v}_1 + \frac{m}{2}\vec{v}_3 \quad \text{hay} \quad \frac{m}{2}v_o = mv_1 + \frac{m}{2}v_3 \qquad (1)$$

$$\frac{m}{2}\frac{v_o^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{m}{2}\frac{v_3^2}{2} \qquad (2)$$

* Giải hệ (1) và (2) ta có : $3v_3^2 - 2v_ov_3 - v_o^2 = 0$ (3)

(3) có nghiệm $v_3 = v_o$ và $v_3 = -\dfrac{v_o}{3}$

* Ta loại nghiệm $v_3 = v_o$ vì vô lí, ta có $v_3 = -\dfrac{v_o}{3}$ (4)

* Đưa (4) vào (1) ta có : $v_1 = \dfrac{2v_o}{3}$ (5)

* Hệ 2 quả cầu 1 và 2 là hệ cô lập nên khối tâm G chuyển động thẳng đều. Từ tọa độ khối tâm ta có :

$$x_G = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} \rightarrow \frac{dx_G}{dt} = v_G = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} \qquad (6)$$

Sau va chạm : $v_1 = \dfrac{2v_o}{3}$ và $v_2 = 0$ nên (6) cho ta :

$$v_G = \frac{m_1\dfrac{2v_o}{3}}{m_1 + m_2} = \frac{m\dfrac{2v_o}{3}}{m + m} = \frac{v_o}{3} \qquad (7)$$

* Kết luận : sau va chạm khối tâm chuyển động thẳng đều với vận tốc

$$v_G = \frac{v_o}{3}$$

b) *Dao động của quả cầu 1 và 2 :*

* Chọn trục tọa độ Ox nằm ngang, gốc O trùng với khối tâm G của 2 quả cầu.

* Khi lò xo chưa biến dạng, gọi O_1, O_2 là vị trí cân bằng của 2 quả cầu. Lúc đó x_1, x_2 là tọa độ của 2 quả cầu. Tọa độ của khối tâm là :

$$x_G = \frac{-m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = 0$$

với $m_1 = m_2$ thì $x_1 = x_2 = \dfrac{l}{2}$ (8)

* Phương trình chuyển động của $m_1 = m$ là :

$$mx'' = -K'x \rightarrow x'' + \frac{K'}{m}x = 0 \qquad (9)$$

* Do khối tâm đứng yên và luôn có $x_1 = x_2 = \dfrac{l}{2}$ nên ta coi G là nơi buộc chặt của 2 con lắc có khối lượng m_1, m_2 và chiều dài lò xo là $\dfrac{l}{2}$.

Độ cứng của lò xo tỉ lệ nghịch với chiều dài nên K' = 2K, nên (9) là :

$$x'' + \frac{2K}{m}x = 0 \qquad (10$$

* Tần số của dao động là : $\omega_1 = \sqrt{\dfrac{2K}{m}}$ (11

Chu kì dao động : $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2K}}$ (12)

* Tương tự như vậy m_2 có chu kì dao động :

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2K}} \qquad (13)$$

* Hai con lắc này dao động ngược pha nhau.

* Vận tốc của quả cầu 1 và 2 đối với khối tâm :

$$v_{1G} = v_{1d} + v_{dG} = v_1 - v_G = \frac{2v_o}{3} - \frac{v_o}{3} = \frac{v_o}{3} \qquad (14)$$

$$v_{2G} = v_2 - v_G = 0 - \frac{v_o}{3} = -\frac{v_o}{3} \qquad (15)$$

* Cơ năng bảo toàn nên biên độ dao động A_1, A_2 tính qua :

$$\frac{m_1 v_{1G}^2}{2} = \frac{2KA_1^2}{2} \rightarrow A_1 = \frac{v_o}{3}\sqrt{\frac{m}{2K}}$$

$$\frac{m_2 v_{2G}^2}{2} = \frac{2KA_2^2}{2} \rightarrow A_2 = \frac{v_o}{3}\sqrt{\frac{m}{2K}}$$

Vậy $A_1 = A_2 = \frac{v_o}{3}\sqrt{\frac{m}{2K}}$ (16)

76. Có ba con lắc đơn có cùng chiều dài và khối lượng. Con lắc 1 và 2 mang điện tích q_1, q_2. Con lắc 3 không mang điện. Đặt lần lượt 3 con lắc vào điện trường đều có vectơ cường độ điện trường thẳng đứng hướng xuống. Lúc đó chu kì của chúng lần lượt là T_1, T_2, T_3 với $T_1 = \frac{1}{3}T_3$; $T_2 = \frac{2}{3}T_3$.

Tìm q_1 và q_2, biết $q_1 + q_2 = 7,4.10^{-8}$ C.

(Câu 6 Đề thi Đại học Quốc gia TP. HCM 1998 – Đợt 1)

Gợi ý

* Tìm g_{hd} ; đặt các mối quan hệ các chu kì theo bài ra.

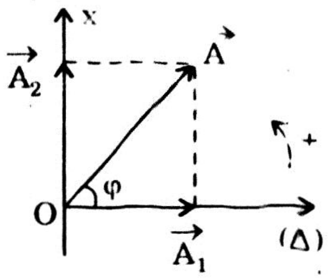
* Giải hệ phương trình ta có : $q_1 = \frac{32}{5}q_2$

$q_1 + q_2 = 7,4.10^{-8}c \rightarrow q_1 = 6,4.10^{-8}c$; $q_2 = 1.10^{-8}c$

77 Có hai dao động thành phần cùng chu kì, cùng phương, dao động thứ nhất có phương trình : $x_1 = 3\sin\pi t$.

Biết dao động tổng hợp có biên độ 5cm và sớm pha hơn x_1. Tìm biểu thức của dao động thành phần thứ 2 và dao động tổng hợp ? (x_1 và x_2 vuông pha).

Giải



+ Vẽ giản đồ vécơ : $x_1 \leftrightarrow \vec{A_1}$

$x \leftrightarrow \vec{A}$ với $\vec{A_1} \perp \vec{A_2}$

$x_2 \leftrightarrow \vec{A_2}$

+ Tính $A_2 = \sqrt{A^2 - A_1^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

$$x_2 = 4\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

+ Tính $tg\varphi = \frac{A_2}{A_1} = \frac{4}{3} \rightarrow \varphi \approx 53^\circ$

$$x = 5\sin\left(\pi t + \frac{53\pi}{180}\right).$$

78. Một vật tham gia đồng thời hai dao động thành phần cùng ω, cùng phương, có biên độ như nhau và bằng biên độ của dao động tổng hợp. Biết phương trình dao động tổng hợp là :

$$x = 2\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$$

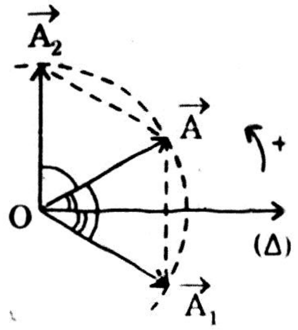
Viết phương trình của 2 dao động thành phần ?

Gợi ý

* $x_1 \leftrightarrow \vec{A_1}$; $x_2 \leftrightarrow \vec{A_2}$; $x \leftrightarrow \vec{A}$

* $\vec{A} = \vec{A_1} + \vec{A_2}$ và $A = A_1 = A_2$

* Vẽ giản đồ, hình bình hành thành hình thoi, $\widehat{A_1OA_2} = 120^\circ$



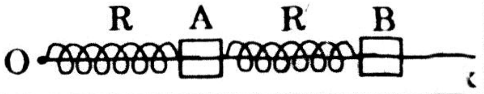
* Vậy $\varphi_1 = -\frac{\pi}{6}$; $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$

* Ta có : $x_1 = 2\sin\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (cm)

$x_2 = 2\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

(có thể hoán vị x_1, x_2 cho nhau)

79. Cho cơ hệ như hình vẽ : Thanh cứng Ox, đầu O cố định; hai lò xo R và R' như nhau; vật nặng A và B khối lượng m = 98 (g) như nhau có kích thước không đáng kể.



Bỏ qua ma sát. Lấy g = 9,8 (m/s^2); $\pi^2 = 10$.

Khi Ox nằm yên theo phương ngang thì độ dài của 2 lò xo là OA = AB = l_0 = 142 (mm).

Khi Ox treo thẳng đứng, vật B ở vị trí B' với OB' = 313,4 (mm).

1. Cho Ox quay đều trong mặt phẳng nằm ngang, quanh O với vận tốc góc $\omega = 10$ (rad/s). Tìm độ dài của 2 lò xo khi đó.

2. Bỏ R' và B đi; để Ox treo tự do thẳng đứng tại O. Cho A dao động dọc theo thanh với biên độ a_0 = 20 (mm). Tìm chu kì dao động của A, năng lượng của nó và độ dài cực đại, cực tiểu của lò xo R.

Giải

1. *Độ dài của 2 lò xo :*

* Ox nằm yên theo phương ngang, các lò xo không co dãn, 1 lò xo có độ dài tự nhiên l_0 = 142 (mm).

* Ox thẳng đứng (H.1)

+ R' chỉ chịu tác dụng của trọng lực P = mg của vật nặng dưới, nó dãn ra 1 đoạn Δl. Trọng lực cân bằng với lực đàn hồi của R' nên :

$$mg = K.\Delta l \quad \rightarrow \quad \Delta l = \frac{mg}{K}$$

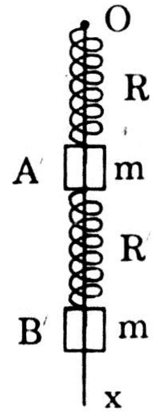
+ R chịu tác dụng của trọng lực P' = mg + mg = 2mg của cả 2 vật nặng nên dãn ra 1 đoạn $\Delta l'$. Tương tự như trên ta có :

$$2mg = K.\Delta l' \quad \rightarrow \quad \Delta l' = \frac{2mg}{K} = 2\Delta l$$

+ Cả 2 lò xo dãn ra 1 đoạn $3\Delta l = OB' - 2l_0 = \dfrac{3mg}{K}$

Vậy độ cứng của mỗi lò xo là :

$$K = \frac{3mg}{OB' - 2l_0} = \frac{3 \times 98 \times 10^{-3} \times 9,8}{(313,4 - 2 \times 142).10^{-3}} = 98\,(N/m)$$

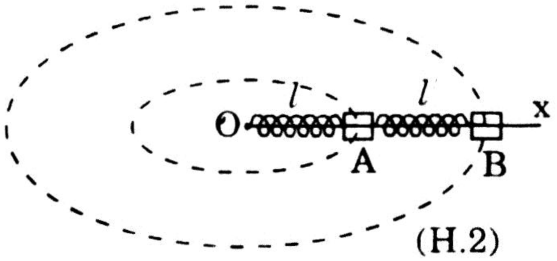


(H.1)

* Ox quay trong mặt phẳng nằm ngang (H.2)

+ A, B thực hiện các chuyển động tròn tâm O, bán kính l và $l + l'$.

l và l' là độ dài của 2 lò xo phải tìm.



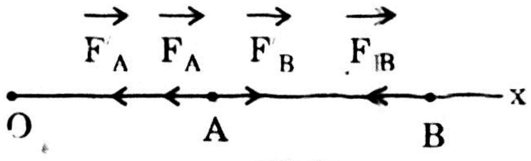
(H.2)

+ B chịu lực hướng tâm chính là lực đàn hồi của R' (H.3)

$$F_B = K(l' - l_0) = m(l + l')\omega^2 \qquad (1)$$

+ A vừa chịu lực đàn hồi của R vừa của R'. Hợp lực của 2 lực này đóng vai trò là lực hướng tâm. (H.3)

$$F_A = F'_A - F'_B = F'_A - F_B$$
$$= K(l - l_o) - K(l' - l_o)$$
$$= m\omega^2 l \qquad (2)$$



(H.3)

+ Giải (1) và (2).

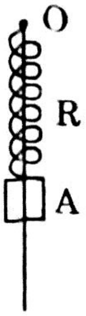
Thay số K = 98 (N/m); m = 98.10^{-3} (kg); ω = 10 (rad/s) vào (1) và (2) ta có :

$$10(l' - l_o) = l + l' \qquad (3)$$

$$10(l - l') = l \qquad (4)$$

Giải (3) và (4) ta có : $l' = \dfrac{90}{71} l_o = \dfrac{90}{71}.142 = 180$ (mm)

$$l = \frac{10l'}{9} = \frac{10}{9}.180 = 200 \text{ (mm)}$$



2. *Con lắc R và A :*

* Đây là 1 con lắc đàn hồi, chu kì của nó là :

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{98.10^{-3}}{98}} = 2\pi.10^{-1}\sqrt{\frac{1}{10}} = 2\pi.10^{-1}\sqrt{\frac{1}{\pi^2}} = 0{,}2 \text{ (s)}$$

* Vận tốc cực đại của A :

$$v_{max} = A\omega_o \quad \text{với} \quad \omega_o = \frac{2\pi}{T_o} = \frac{2\pi}{0{,}2} = 10\pi \text{ (rad/s)}$$

$$A = a_o = 20 \text{ (mm)} = 20.10^{-3} \text{ (m)}$$

$$v_{max} = a_o\omega_o = 20.10^{-3}.(10\pi) = 0{,}2\pi \text{ (m/s)} \approx 0{,}628 \text{ (m/s)}$$

* Cơ năng của con lắc bằng động năng cực đại của con lắc :

$$E = E_{dmax} = \frac{mv^2_{max}}{2} = \frac{98.10^{-3}.(0{,}2\pi)^2}{2} = 19{,}6 \text{ (mJ)}.$$

* Khi A ở vị trí cân bằng, R dãn 1 đoạn x_o, trọng lực mg cân bằng với lực đàn hồi Kx_o nên :

$$Kx_o = mg \quad \rightarrow \quad x_o = \frac{mg}{K} = \frac{98.10^{-3}.9{,}8}{98} = 9{,}8.10^{-3} \text{ (m)}$$

* Độ dài cực đại và cực tiểu của lò xo R là :

$$l_{max} = l_o + x_o + a_o = 142 + 9{,}8 + 20 = 171{,}8 \text{ (mm)}$$

$$l_{min} = l_o + x_o - a_o = 142 + 9{,}8 - 20 = 131{,}8 \text{ (mm)}.$$

80. **1.** Chất điểm chuyển động trong mặt phẳng Oxy có 2 dao động thành phần tham gia : $x = a \sin\omega t$

$y = b \cos\omega t$

Trong đó a, b, ω là các hằng số dương. Tìm :

a) Phương trình quỹ đạo của chất điểm.

b) Độ lớn gia tốc a_o của chất điểm theo bán kính vectơ của chất điểm.

2. Một dao động điều hòa dạng : $x = a\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$

a) Vẽ đồ thị li độ, vận tốc, gia tốc biến đổi theo t.

b) Vẽ đồ thị vận tốc, gia tốc biến đổi theo li độ x.

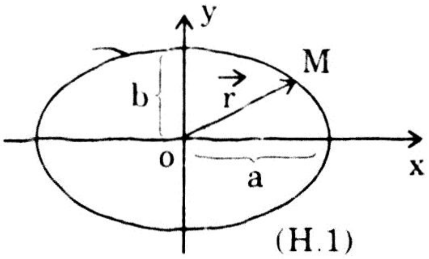
Giải

1.a *Phương trình quỹ đạo :*

+ Từ $x = a\sin\omega t \rightarrow x^2 = a^2\sin^2\omega t$ (1)

$y = b\cos\omega t \rightarrow y^2 = b^2\cos^2\omega t$ (2)

+ Cộng (1) và (2) theo vế, chú ý $\sin^2\omega t + \cos^2\omega t = 1$, ta có :



(H.1)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2\omega t + \cos^2\omega t = 1$$

Ta có phương trình quỹ đạo :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (3)$$

Vậy quỹ đạo của chất điểm là 1 ellip có 2 bán trục là a và b. (H.1)

b) *Gia tốc a_o :*

+ $v_x = x' = a\omega\cos\omega t$; $a_x = -a\omega^2\sin\omega t$ (4)

+ $v_y = y' = -b\omega\sin\omega t$; $a_y = -b\omega^2\cos\omega t$ (5)

Với a_x, a_y là gia tốc của chất điểm dọc theo trục Ox, Oy.

+ Gia tốc toàn phần $\vec{a}_0 = \vec{a}_x + \vec{a}_y$, với $\vec{a}_x \perp \vec{a}_y$. Vậy độ lớn của gia tốc a_o tính theo :

$$a_o = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad (6)$$

+ Biểu diễn a_x, a_y theo cách khác : $a_x = -\omega^2 x$ (7)

$a_y = -\omega^2 y$ (8)

Với $r^2 = x^2 + y^2$ (9)

+ Đưa (7), (8), (9) vào (6) để có a_o :

$$a_o = \sqrt{\omega^4 x^2 + \omega^4 y^2} = \omega^2\sqrt{x^2 + y^2} = \omega^2\sqrt{r^2} = \omega^2 r \quad (10)$$

2.a) *Đồ thị x, v, a theo t :*

* $$x = a\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) = a\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{4}\right) \qquad (11)$$

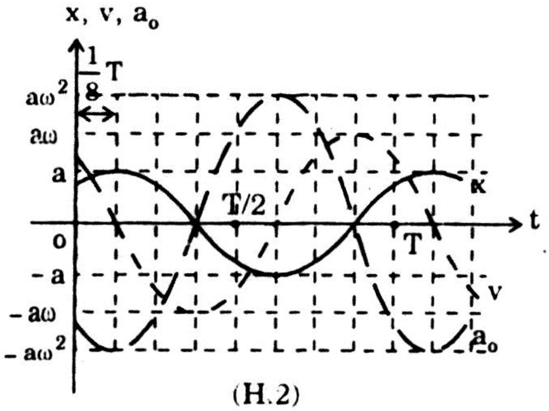
* $$v = x' = -a\omega\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) = -a\omega\sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{4}\right) \qquad (12)$$

* $$a_o = x'' = -a\omega^2\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) = -a\omega^2\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{4}\right) \qquad (13)$$

* Chọn các thời điểm $t = 0$; $t = \frac{1}{8}T$; $t = \frac{3}{8}T$ ..... tìm các giá trị x, v, a tương ứng và vẽ các đồ thị.

t	0	$\frac{1}{8}T$	$\frac{3}{8}T$	. . .
x	0,71 a	a	0	. . .
v	0,71 aω	0	–aω	. . .
a	-0,71 aω^2	–aω^2	0	. . .

Đồ thị : xem hình 2.



(H.2)

b) *Đồ thị v, a_o theo x :*

* Có thể viết (12) và (13) dưới dạng :

$$v = -a\omega\sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{4}\right) \quad \rightarrow \quad \frac{v^2}{(a\omega)^2} = \sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{4}\right) \qquad (14)$$

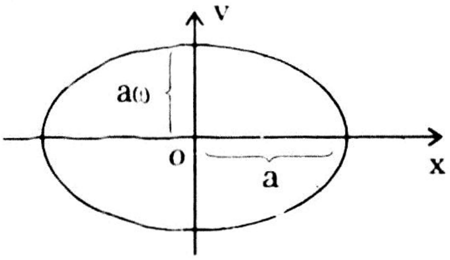
$$a_o = -a\omega^2\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{4}\right) \quad \rightarrow \quad a_o = -\omega^2 x \qquad (15)$$

Và x dưới dạng : $$\frac{x^2}{a^2} = \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{4}\right) \qquad (16)$$

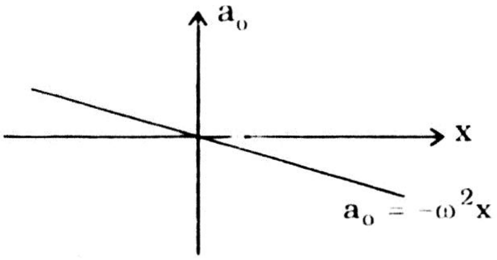
* Cộng theo vế (14) với (16) ta có : $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{v^2}{a^2\omega^2} = 1 \qquad (17)$$

(17) biểu diễn 1 ellip với 2 bán trục là a và ωa (H.3)

* Biểu thức (15) có đồ thị là 1 đường thẳng đi qua gốc tọa độ và hệ số góc âm. (xem H.4)



(H.3)

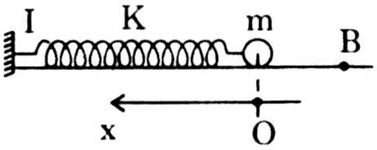


(H.4)

81. Cho con lắc lò xo như hình vẽ : m = 100 (g); K = 80 (N/m). Kéo vật m khỏi vị trí cân bằng O một đoạn OB = x_o = 2 (cm) rồi truyền cho nó vận tốc $v_o = 40\sqrt{6}$ (cm/s) hướng về O. Bỏ qua ma sát và sức cản môi trường.

1. Tìm tần số góc và biên độ dao động của vật.

2. Viết phương trình chuyển động của m. Chọn Ox như hình, gốc thời gian là lúc vật bắt đầu chuyển động.



3. Tính lực cực đại tác dụng lên điểm I.

(Câu I. Đề thi Đại học Luật 1998)

Giải

1. *Tìm ω, A :*

* Là con lắc đàn hồi nên : $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}}$ (1)

Thay số vào (1) : $\omega = \sqrt{\dfrac{80}{0,1}} = 20\sqrt{2}$ (rad/s)

* **Ở vị trí khi t = 0 ; cơ năng của con lắc là E_1.**

$$E_1 = \frac{Kx_o^2}{2} + \frac{mv_o^2}{2} \qquad (2)$$

* **Ở vị trí cực đại, v = 0, động năng bằng 0, cơ năng chỉ còn bằng thế năng đàn hồi cực đại.**

$$E_2 = 0 + \frac{KA^2}{2} \qquad (3)$$

* Vì $F_{ms} = 0$, $F_C = 0$ nên cơ năng bảo toàn, $E_1 = E_2$.

$$\frac{Kx_o^2}{2} + \frac{mv_o^2}{2} = \frac{KA^2}{2} \quad \rightarrow \quad A = \sqrt{x_o^2 + \frac{mv_o^2}{K}} \qquad (4)$$

* Thay số vào (4) : $A = \sqrt{(2.10^{-2})^2 + \dfrac{0,1.(40\sqrt{6}.10^{-2})^2}{80}} = 4.10^{-2}$ (m) = 4 (cm)

* Đáp số : $\omega = 20\sqrt{2}$ (rad/s) và $A = 4$ (cm).

2. *Phương trình x của m :*

* Đã biết : $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ (5)

$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$ (6)

* Điều kiện ban đầu : $t = 0$; $x = -2$ (cm); $v_0 = +40\sqrt{6}$ (cm/s)

$$t = 0 \begin{cases} \rightarrow x = -2 = A\sin\varphi & (7) \\ \rightarrow v = +40\sqrt{6} = A.20\sqrt{2}\cos\varphi & (8) \end{cases}$$

Với A = 4, (7) cho ta → $\sin\varphi = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

và $\varphi = -\frac{\pi}{6}$ và $-\frac{5\pi}{6}$

Vì theo (8) ; $\cos\varphi > 0$ nên chỉ chọn $\varphi = -\frac{\pi}{6}$

* Vậy phương trình li độ : $x = 4\sin\left(20\sqrt{2}.t - \frac{\pi}{6}\right)$ (cm) (9)

3. F_{max} *:*

* Lực đàn hồi cực đại tác dụng lên lò xo là : $T_{max} = KA$ (10)

$$T_{max} = 80.4.10^{-2} = 3,2 \text{ (N)}$$

* Theo định luật III Newton ; lò xo tác dụng vào I một lực :

F_{max} và $F_{max} = T_{max} = 3,2$ (N).

82. Một con lắc đơn gồm 1 bi nhỏ m = 100 (g) treo vào dây dài $l = 1,57$ (m), tại nơi có $g = 9,81$ (m/s^2). Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng 1 góc $\alpha_0 = 0,10$ (rad), thả nhẹ nhàng cho nó dao động. Bỏ qua khối lượng của dây, lực cản của không khí và ma sát ở điểm treo.

a) Chứng minh rằng năng lượng dao động E của con lắc đơn tỷ lệ với bình phương biên độ góc α_0 của nó. Tìm giá trị của E.

b) Tìm động năng $E_đ$ và thế năng E_t của con lắc đơn khi góc lệch của nó là $\alpha = 0,05$ (rad).

(Câu I, 2. Đề thi Đại học Kinh tế Quốc dân 1998)

Gợi ý

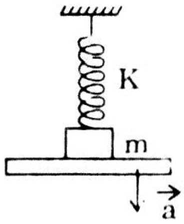
* Dùng định luật bảo toàn cơ năng và phép tính gần đúng tìm được cơ năng $E \approx mgl\frac{\alpha_0^2}{2}$ và $E \sim \alpha_0^2$

* Tìm được $E = 7,7.10^{-3}$ J

* Tìm $E_t = \frac{mgl}{2}\alpha^2$ với $\alpha = 0,05$ (rad) → $E_t = 1,93.10^{-3}$ (J)

* $E = E_t + E_đ$ → $E_đ = 5,77.10^{-3}$ (J).

83. Cho hệ dao động như hình vẽ : Lò xo có độ cứng K, vật có khối lượng m. Lúc đầu lò xo không co dãn. Cho giá đỡ chuyển động xuống dưới với gia tốc không đổi $a = \frac{2g}{5}$.



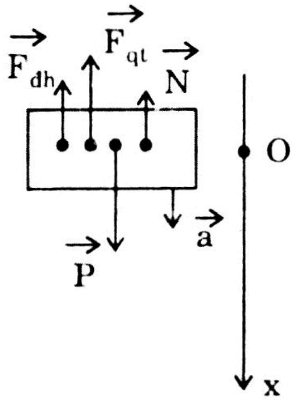
1. Sau bao lâu kể từ lúc giá đỡ bắt đầu chuyển động thì vật không ép lên giá đỡ ?

2. Lập phương trình chuyển động của vật kể từ lúc không còn ép lên giá đỡ.

Giải

1.+ Khi hệ chuyển động, vật chịu các lực : $\vec{P}$ (trọng lực), $\vec{N}$ (phản lực của vái lên vật). $\vec{F}_{dh}$ (lực đàn hồi của lò xo, $F_{dh} = K.\Delta l$)

+ Xét trong hệ qui chiếu không quán tính gắn với giá đỡ, vật còn chịu thêm 1 lực quán tính :



$$\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$$

Trong hệ này vật có gia tốc bằng 0 : x'' = 0

Phương trình lực :

$$mx'' = mg - ma - K.\Delta l - N = 0 \qquad (1)$$

+ Khi giá đỡ rời vật, $\Delta l = \Delta l_1$ và N = 0. Từ (1) ta có :

$$mg - ma - K.\Delta l_1 = 0 \quad \to \quad \Delta l_1 = \frac{m(g-a)}{K}$$

$$\Delta l_1 = \frac{m\left(g - \frac{2g}{5}\right)}{K} = \frac{3mg}{5K} \qquad (2)$$

+ Gọi t là thời gian từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi giá đỡ rời vật thì Δl_1 chính là đường đi của vật, $V_0 = 0$.

$$\Delta l_1 = \frac{at_1^2}{2} = \frac{gt^2}{5} \quad \to \quad t = \sqrt{\frac{5\Delta l_1}{g}} \qquad (3)$$

+ Thay (2) vào (3) : $t = \sqrt{\frac{5}{g}.\frac{3mg}{5K}} = \sqrt{\frac{3m}{K}}$ (4)

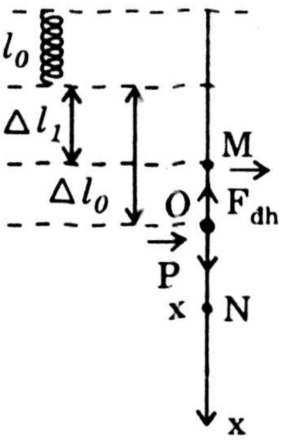
2. *Sau khi giá đỡ rời khỏi vật :*

+ Chọn Ox hướng thẳng đứng xuống dưới.

+ Gốc O ở vị trí cân bằng.

+ $t_o = 0$ lúc vật bắt đầu rơi khỏi giá đỡ (ở M) ở đó vật có vận tốc ban đầu là V_o.

$$V_o = at = \frac{2}{5}g\sqrt{\frac{3m}{K}} > 0 \qquad (5)$$



+ Ở vị trí cân bằng, giả sử lò xo bị dãn 1 đoạn Δl_o (so với lúc đầu) phương trình cân bằng của vật là :

$$mg - K.\Delta l_o = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta l_o = \frac{mg}{K} \qquad (6)$$

+ Ở vị trí bất kì N (tọa độ x), phương trình chuyển động là :

$$mg - K(\Delta l_o + x) = ma = mx''$$

Do $mg - K\Delta l_o = 0$ nên chỉ còn : $-Kx = mx''$

$$\text{Vậy :} \quad x'' + \frac{K}{m}x = 0 \qquad (7)$$

+ Đặt $\omega^2 = \dfrac{K}{m}$; (7) trở thành : $x'' + \omega^2 x = 0$ (8)

+ (8) chứng tỏ con lắc dao động điều hòa với tần số góc và chu kì là :

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \qquad (9)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \qquad (10)$$

+ Phương trình nghiệm của (8) là : $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ (11)

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \qquad (12)$$

+ $t_o = 0$; $x_o = -(\Delta l_o - \Delta l_1) = -\left(\dfrac{mg}{K} - \dfrac{3mg}{5K}\right) = -\dfrac{2mg}{5K}$ (13)

$$v_o = \frac{2}{5}g\sqrt{\frac{3m}{K}} > 0$$

Vậy : $x = -\dfrac{2mg}{5K} = A\sin\varphi$ (14)

$$v = +\frac{2}{5}g\sqrt{\frac{3m}{K}} = A\omega\cos\varphi \qquad (15)$$

+ Đưa (9) vào (15) ta có : $v = +\dfrac{2}{5}g\sqrt{\dfrac{3m}{K}} = A.\sqrt{\dfrac{K}{m}}\cos\varphi$

Suy ra : $\dfrac{2\sqrt{3}}{5}\dfrac{mg}{K} = A\cos\varphi$ (16)

+ Bình phương (14) và (16), cộng vế theo vế ta có : $A = \dfrac{4mg}{5K}$ (17)

+ (14) cho ta : $\sin\varphi = -\dfrac{2mg}{5K.A} = -\dfrac{2mg}{5K.\dfrac{4mg}{5K}} = -\dfrac{1}{2}$

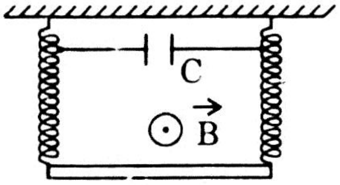
Vậy : $\varphi = \dfrac{\pi}{6}$ và $\varphi = \dfrac{5\pi}{6}$

+ Từ (16) ta có $\cos\varphi > 0$; vậy chỉ chọn $\varphi = \dfrac{\pi}{6}$

+ Phương trình chuyển động của vật sau khi giá đỡ rời khỏi vật :

$$x = \frac{4mg}{5K}\sin\left(\sqrt{\frac{K}{m}}.t + \frac{\pi}{6}\right) \qquad (18)$$

84. Một thanh kim loại, khối lượng m, chiều dài l treo 2 đầu hai lò xo dẫn điện, độ cứng K. Hai đầu trên của lò xo mắc vào 1 tụ C và treo vào 1 tấm cách điện.



Ở vị trí cân bằng, thanh nằm ngang. Hệ thống đặt trong từ trường đều có vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng hình vẽ.

Kéo thanh kim loại xuống dưới khỏi vị trí cân bằng 1 đoạn bé rồi buông nhẹ. Xác định chuyển động của thanh trong mặt phẳng thẳng đứng. Bỏ qua điện trở, hệ số tự cảm và điện dung giữa các phần của hệ và khối lượng của lò xo.

Giải

* *Chưa có từ trường :*

+ Ở vị trí cân bằng, thanh chịu tác dụng của trọng lực và lực đàn hồi của 2 lò xo song song cùng chiều. Điều kiện cân bằng :

$$mg - 2Kx_0 = 0 \qquad (1)$$

+ Ở vị trí bất kì, độ dịch của thanh là x :

$$mg - 2K(x_0 + x) = ma = mx'' \qquad (2)$$

Do (1) nên (2) trở thành :

$$-2Kx = mx'' \quad \rightarrow \quad x'' + \frac{2K}{m}x = 0$$

Đặt $\omega_0^2 = \dfrac{2K}{m}$ nên $x'' + \omega_0^2 x = 0$ (3)

+ (3) chứng tỏ thanh dao động điều hòa với tần số góc : $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{2K}{m}}$ (4)

* *Có cảm ứng từ :*

+ Khi thanh lệch khỏi vị trí cân bằng và dao động, từ thông biến thiên, trong thanh xuất hiện 1 suất điện động cảm ứng :

$$\xi_c = Bvl \qquad (5)$$

Với v là vận tốc của thanh ở độ dời x, $v = \frac{dx}{dt}$ (6)

+ Do có ξ_c nên tụ được tích điện, chú ý hiệu điện thế trên tụ $u = \xi_c$, điện tích trên tụ là :

$$q = Cu = CBvl \qquad (7)$$

+ Qui ước thế năng hấp dẫn ở vị trí cực đại dưới cùng bằng 0.

Ở đó; $v = 0$; $\xi_c = 0$; năng lượng điện trường bằng 0, thế năng hấp dẫn bằng 0, thế năng đàn hồi là 2 lò xo.

$$E = 2K.\frac{(A + x_0)^2}{2} = K(A + x_0)^2 \qquad (1)$$

+ Ở vị trí có li độ x của thanh; cơ năng E' :

$$E' = mg(A - x) + 2K\frac{(x_0 + x)^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + \frac{q^2}{2C}$$

(Có thế năng hấp dẫn, thế năng đàn hồi, động năng, năng lượng điện trường của tụ).

$$E' = mg(A - x) + K(x_0 + x)^2 + \frac{mv^2}{2} + \frac{CB^2v^2l^2}{2} \qquad (2)$$

+ Năng lượng của hệ bảo toàn nên :

$$K(A + x_0)^2 = mg(A - x) + K(x_0 + x)^2 + \frac{mv^2}{2} + \frac{CB^2v^2l^2}{2} \qquad (3)$$

+ Khai triển (3) và chú ý : Với cách kích thích xác định,

$A = const$, $x_0 = const$, $mg = Kx_0$ nên $mgx = 2Kx_0x$.

Giản ước và cuối cùng ta có :

$$\frac{Kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + \frac{CB^2v^2l^2}{2} = const \qquad (4)$$

+ Đạo hàm (4) theo thời gian và chú ý : $x = x(t)$; $v = v(t)$; $a = x' = v'$; $x' = v$

Ta có : $$0 = \frac{2Kx}{2}.v + \frac{2mv}{2}.x'' + \frac{2CB^2l^2v}{2}.x'' \qquad (5)$$

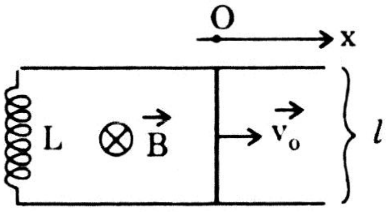
* Với $v \neq 0$ nên chỉ còn $$x'' + \frac{2K}{m + CB^2l^2}x = 0 \qquad (6)$$

* Đặt $\omega^2 = \dfrac{2K}{m + CB^2l^2}$ thì (6) có dạng $x'' + \omega^2 x = 0$ (7)

Vậy thanh dao động điều hòa với tần số góc và chu kì là :

$$\omega = \sqrt{\frac{2K}{m + CB^2l^2}} \quad \text{và} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m + CB^2l^2}{2K}} .$$

85. Một mạch điện gồm hai dây dẫn đặt song song nối nhau bằng 1 cuộn dây độ tự cảm L và 1 thanh kim loại khối lượng m có thể trượt không ma sát trên các dây (xem hình).



Các dây dẫn đặt nằm ngang trong từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng thẳng đứng. Khoảng cách giữa 2 dây là l.

Điện trở của mạch không đáng kể. Lúc $t = 0$ ta truyền cho thanh 1 vận tốc ban đầu $\vec{V}_0$ về bên phải. Tìm quy luật chuyển động của thanh.

Giải

* Xét tại thời điểm bất kì thanh có vận tốc $\vec{v}$, dòng điện trong mạch i. Năng lượng của hệ gồm :

+ Động năng của thanh : $\dfrac{mv^2}{2}$

+ Năng lượng từ trường của cuộn dây : $\dfrac{Li^2}{2}$

* Lúc đầu $i = 0$; $\dfrac{Li^2}{2} = 0$; $\dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{mv_o^2}{2}$

* Vậy : $\dfrac{mv^2}{2} + \dfrac{Li^2}{2} = \dfrac{mv_o^2}{2} = \text{const}$ (1)

* Đạo hàm hai vế của (1) theo thời gian t thì :

$$mv.v' + Li.i' = 0 \qquad (2)$$

* Suất điện động cảm ứng trong mạch do từ thông Φ qua mạch biến thiên là :

$$\xi_c = Blv \qquad (3)$$

i qua mạch biến thiên nên lại có 1 suất điện động tự cảm trong mạch :

$$\xi_{tc} = -Li' \qquad (4)$$

* Do $R = 0$ nên : $\xi_c + \xi_{tc} = Blv - Li' = 0$

Vậy : $v = \dfrac{Li'}{Bl}$ và $v' = \dfrac{L}{Bl}i''$ (5)

* Đưa (5) vào (2) ta có : $i'' + \dfrac{(Bl)^2}{mL}i = 0$ (6)

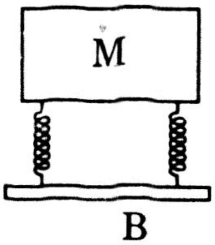
* (6) chứng tỏ dòng điện trong mạch dao động điều hòa với tần số góc :

$$\omega = \frac{Bl}{\sqrt{mL}} \qquad (7)$$

* Dây chịu $F_L = Bil$, do vậy cũng biến thiên điều hòa gây nên dao động điều hòa, trong đó biên độ dao động : $A = \dfrac{v_0}{\omega} = v_0\dfrac{\sqrt{mL}}{Bl}$

Phương trình dao động của thanh là : $x = v_0\dfrac{\sqrt{mL}}{Bl}\sin\left(\dfrac{Bl}{\sqrt{mL}}t\right)$

86. Cho hình vẽ là 1 chiếc rơmooc, khối lượng M = 500 (kg), B là trục các bánh xe. Hai lò xo như nhau biểu diễn bộ giảm xóc.



1. Do trọng lực của khối lượng M, hai lò xo bị nén lại 1 đoạn $\Delta l = 15$ (cm). Hỏi độ cứng của lò xo ? $g = 9{,}81$ (m/s^2).

2. Khi chất hàng khối lượng m = 50 (kg) vào xe, lò xo bị nén thêm 1 đoạn phụ x_0. Tìm x_0.

Lúc t = 0, lấy hàng ra, xe không tải. Lập phương trình vi phân chuyển động của M. (Chọn xx' hướng thẳng đứng xuống dưới, gốc O tại vị trí cân bằng). Tìm chu kì dao động riêng của các dao động.

3. Để tắt các dao động, ta dùng dầu nhờn. Dầu tác dụng lên mỗi lò xo một lực cản tỉ lệ với vận tốc :

$$\vec{F} = \lambda\vec{v} \qquad (\vec{v}\text{ : vận tốc dao động của xe})$$

a) Lập phương trình vi phân của M khi không có tải.

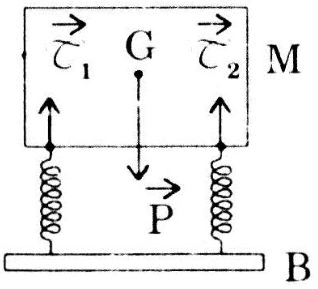
b) Chứng minh phương trình dao động tắt dần $x = x_m e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi)$ thỏa mãn phương trình vi phân. Muốn vậy giá trị của δ, ω phải phụ thuộc vào K, M, λ thế nào ?

c) Khi đó, hãy xác định λ giới hạn ($\omega = 0$) cho phép có dao động không tuần hoàn giới hạn. Áp dụng số.

Giải

1.* M chịu 3 lực : Trọng lực $\vec{P} = M\vec{g}$, hai lực căng $\vec{\mathcal{T}}_1$, $\vec{\mathcal{T}}_2$ ($\mathcal{T}_1 = \mathcal{T}_2 = K|\Delta l|$)

Khi cân bằng : $\vec{P} + \vec{\mathcal{T}}_1 + \vec{\mathcal{T}}_2 = \vec{0}$ (1)



$$(1) \rightarrow \quad Mg - 2K|\Delta l| = 0 \quad \rightarrow \quad K = \frac{Mg}{2|\Delta l|}$$

Thay số : $K = \dfrac{500 \times 9,81}{2 \times 0,15} = 16350\ (N/m)$

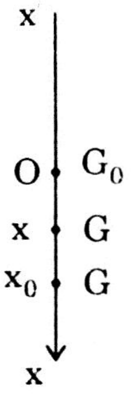
2. Khi có thêm tải m; lập luận tương tự như trên ta có :

$$(M + m)g - 2K[\Delta l + x_0] = 0$$

$$\rightarrow \quad Mg - 2K\Delta l + mg - 2Kx_0 = 0$$

Với $Mg - 2K\Delta l = 0 \quad \rightarrow \quad mg - 2Kx_0 = 0 \quad \rightarrow \quad x_0 = \dfrac{mg}{2K}$ (3)

$$x_0 = \frac{50 \times 9,81}{2 \times 16350} \approx 0,015\ (m) = 1,5\ (cm)$$



Khi không có m, định luật II Newton cho ta :

$$M\vec{g} + \vec{\tau}_1{}' + \vec{\tau}_2{}' = M\vec{a} \qquad (4)$$

Chiếu (4) lên Ox : $Mg - 2K(|\Delta l| + x) = Mx''$

Với $Mg - 2K|\Delta l| = 0$ ta có :

$$-2Kx = Mx'' \quad \rightarrow \quad x'' + \frac{2K}{M}x = 0 \qquad (5)$$

Đặt $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{2K}{M}}$ (6) thì (5) có dạng $x'' + \omega_0^2 x = 0$ (7)

Vậy chu kì của dao động điều hòa của M là $T = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$

$$\rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{2K}} \qquad (8)$$

$$T = 2 \times 3,14\sqrt{\frac{500}{2 \times 16350}} \approx 0,78\ (s)$$

3.a)* Ngoài chịu $\vec{P}$, $\vec{\tau}$, $\vec{\tau}'$ ra, M còn chịu 2 lực cản $\vec{f}$ và $\vec{f}'$

$$\vec{P} + \vec{\tau} + \vec{\tau}' + \vec{f} + \vec{f}' = M\vec{a}$$

Chiếu lên xx' : $Mg - 2K(|\Delta l| + x) - 2\lambda x' = Mx''$ (9)

Kết hợp (9) với (8) : $Mg - 2K|\Delta l| = 0$, ta có :

$$x'' + \frac{2\lambda}{M}x' + \frac{2K}{M}x = 0 \qquad (10)$$

b) *Chứng minh :* $x = x_m e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi)$ (11)

(11) là nghiệm của (10).

* Thật vậy :

$$x' = x_m e^{-\delta t}[-\delta\cos(\omega t+\varphi) - \omega\sin(\omega t+\varphi)] \qquad (12)$$

$$x'' = x_m e^{-\delta t}[\delta^2\cos(\omega t+\varphi) + 2\delta\omega\sin(\omega t+\varphi) - \omega^2\cos(\omega t+\varphi)] \qquad (13)$$

* Thay (12), (13) và (11) vào (10); chú ý $e^{-\delta t} \neq 0$ nên cuối cùng ta có :

$$[M(\delta^2-\omega^2) - 2\lambda\delta + 2K]\cos(\omega t+\varphi) + (2M\delta\omega - 2\lambda\omega)\sin(\omega t+\varphi) = 0 \quad (14)$$

* Muốn (14) đúng thì : $M(\delta^2-\omega^2) - 2\lambda\delta + 2K = 0$ (15)

$$2M\delta\omega - 2\lambda\omega = 0 \qquad (16)$$

* Nếu (15) và (16) thỏa mãn thì (10) cũng thỏa mãn và (11) là nghiệm của (10).

* (16) suy ra : $\delta = \dfrac{\lambda}{M}$ (17)

(15) suy ra : $\omega^2 = \delta^2 - \dfrac{2\lambda\delta}{M} + \dfrac{2K}{M}$ (18)

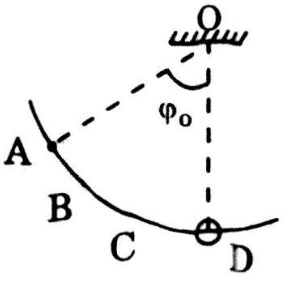
Hay $\omega = \sqrt{\dfrac{2K}{M} - \dfrac{\lambda^2}{M^2} + \dfrac{2\lambda\delta}{M}}$ (19)

c) Khi $\omega = 0$, theo (19) thì $\lambda = \sqrt{2KM}$

* Thay số : $\lambda = \sqrt{2\times16350\times500} \approx 4044$ (kg/s).

87. Một con lắc đơn có trọng lượng $P = mg$, dây treo dài l, được thả nhẹ từ góc lệch ban đầu $\varphi_o = \widehat{AOP}$, OD là đường thẳng đứng.

Gọi $\mathcal{T}$ là lực căng dây, F là hợp lực của P và $\mathcal{T}$, $\varphi < \varphi_o$ là góc lệch bất kì.



1. Tính $\mathcal{T}$? Chứng minh $\mathcal{T} > P$ nếu $\varphi < \varphi_1$ (φ_1 là 1 góc nào đó, $\varphi_1 < \varphi_o$). Tính φ_1 ? Tìm $\mathcal{T}_{max}$?

2. Biết : $m = 0,1$ (kg) ; $l = 1$ (m) ; $g = 10$ (m/s^2) ; $\varphi_o = 60^o$. Tính $\mathcal{T}$ ở các vị trí A, B, C, D với $\varphi = 60^o, \varphi_1, 30^o, 0^o$. Vẽ trên hình lớn các vectơ P, $\mathcal{T}$, F ở các vị trí ấy (tỉ lệ xích 5cm cho 1m; 2cm cho 1 Newton).

Giải

1.* Hợp lực lên vật $\vec{F} = \vec{\mathcal{T}} + \vec{P}$ (1)

* Chiếu (1) lên phương trình của dây : $F_{ht} = \dfrac{mv^2}{l} = \mathcal{T} - mg\cos\varphi$

* Chọn $E_{tD} = 0$ thì bảo toàn cơ năng ta có :

$$\frac{mv^2}{2} + mgl(1-\cos\varphi) = mgl(1-\cos\varphi_o) \qquad 2)$$

* (1) + (2) cho ta : $\mathcal{T} = mg(3\cos\varphi - 2\cos\varphi_o)$ (3)

$$v^2 = 2gl(\cos\varphi - \cos\varphi_o) \quad (4)$$

* So sánh P và $\mathcal{T}$ bằng cách :

$$\mathcal{T} - P = P[3\cos\varphi - (2\cos\varphi_o + 1)] = 3P[\cos\varphi - \cos\varphi_1] \quad (5)$$

* Gọi φ_1 là góc mà $\cos\varphi_1 = \frac{1}{3}(2\cos\varphi_o + 1)$ (6)

và $\varphi_1 = \arccos\left[\frac{1}{3}(2\cos\varphi_o + 1)\right]$ (7)

* Nếu $\mathcal{T} > P$ thì rõ ràng theo (5) : $\varphi < \varphi_1$ và theo (6) : $\varphi_1 < \varphi_o$
* $\mathcal{T}_{max}$ khi theo (3) là : $\mathcal{T}_{max} = mg(3 - 2\cos\varphi_o)$ khi $\varphi = 0$

2. * $m = 0,1$ (kg) ; $g = 10$ (m/s^2) ; $2\cos\varphi_o = 2.\cos60^o = 1$, ta có :

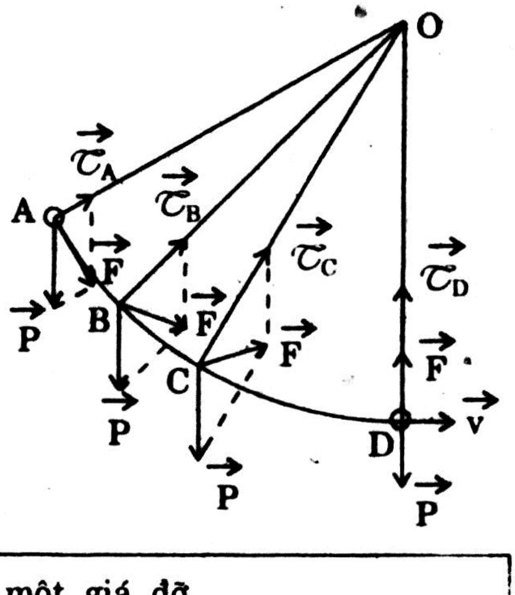
$$\mathcal{T} = 3\cos\varphi - 1 \quad (8)$$

* Ở A, $\varphi = 60^o \rightarrow \mathcal{T}_A = 3.\cos60^o - 1 = 0,5N$
* Ở B có $\cos\varphi_1 = \frac{1}{3}(2\cos60^o + 1) = \frac{2}{3}$

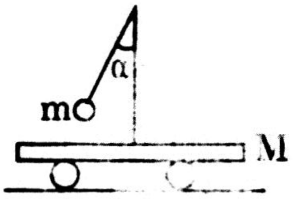
$$\rightarrow \mathcal{T}_B = 3.\frac{2}{3} - 1 = 1N$$

* Ở C có $\varphi = 30^o \rightarrow \mathcal{T}_C = 3\cos30^o - 1 \approx 1,6$ (N)
* Ở D có $\varphi = 0^o \rightarrow \mathcal{T}_D = 3.\cos0^o - 1 = 2$ (N)
* Ở A : $v = 0$; $\vec{F}_{ht} = \vec{0}$; $\vec{F}$ chỉ theo phương tiếp tuyến. Từ A → B → C → D; $\vec{P}$ = const , $\mathcal{T}$ tăng dần, vậy $\vec{F}$ có hướng dựng đứng dần, đến D thì $\vec{F}$ thẳng đứng.

Ở D; $\vec{v}$ nằm ngang; v ở đó max nên $\frac{dv}{dt} = 0$ nên không có thành phần lực tiếp tuyến.



88. Một quả cầu có khối lượng m treo vào một giá đỡ bằng 1 dây nhẹ dài l. Giá đỡ đặt trên một chiếc xe có khối lượng M có thể dịch chuyển không ma sát trên mặt phẳng ngang. Kéo m cho dây lệch 1 góc α bé rồi buông ra. Cho biết khối tâm của xe ở chân giá đỡ. Tìm chu kì dao động của xe lăn và của quả cầu.



Giải

+ Lúc đầu m cách giá đỡ 1 đoạn $x_0 = l\alpha$ (α bé). Gọi biên độ dao động của m và M là A_1 và A_2.

+ Khối tâm của hệ đứng yên vì lúc đầu chúng đã đứng yên và theo phương ngang không có lực tác dụng.

+ Do m, M dao động mà khối tâm vẫn đứng yên nên :

$$A_1 + A_2 = l\alpha \tag{1}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{M}{m} \tag{2}$$

Từ (1) và (2) suy ra : $A_1 = \dfrac{Ml\alpha}{M + m}$ (3)

$$A_2 = \frac{ml\alpha}{M + m} \tag{4}$$

+ Khi m hạ thấp độ cao, độ giảm của thế năng biến thành động năng của m và M. Gọi v_1, v_2 là vận tốc lớn nhất của m và M thì theo định luật bảo toàn cơ năng và bảo toàn động lượng :

$$mv_1 - Mv_2 = 0 \tag{5}$$

$$mgl(1 - \cos\alpha) = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2} \tag{6}$$

+ Giải (5) và (6) ta có : $v_2^2 = \dfrac{2m^2gl(1 - \cos\alpha)}{M(M + m)}$ (7)

Do α bé ; $1 - \cos\alpha = 2\sin^2\dfrac{\alpha}{2} \approx \dfrac{\alpha^2}{2}$ nên :

$$v_2^2 = \frac{m^2gl\alpha^2}{(M + m)M} \tag{8}$$

hay $v_2 = m\alpha\sqrt{\dfrac{gl}{M(M + m)}}$ (9)

+ Vận tốc cực đại dao động của xe :

$$v_2 = \omega_2A_2 = \frac{2\pi}{T_2}A_2 \quad \rightarrow \quad T_2 = \frac{2\pi}{v_2}A_2 \tag{10}$$

+ Đưa (4) và (9) vào (10) suy ra : $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{M}{gl(M + m)}}$ (11)

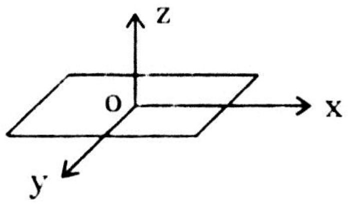
+ Tương tự ta tìm được $T_1 = T_2$ theo (11). Con lắc và xe dao động cùng chu kì, ngược pha nhau.

89. Một khung hình vuông không biến dạng cạnh a, khối lượng m, làm bằng chất siêu dẫn, đặt nằm ngang trong từ trường đều theo quy luật :

$B_x = -\alpha x$

$B_y = 0$

$B_z = \alpha z + B_0$



Khung có độ tự cảm L.

Ban đầu khung trùng với gốc tọa độ O, các cạnh song song với trục y, x. Khung được thả tự do và trong khung không có dòng điện. Xét chuyển động của khung sau đó.

Giải

* Khung rơi tự do, từ thông qua khung biến thiên, trong khung có suất điện động cảm ứng.

Nhưng R = 0 (dây siêu dẫn) nên $\xi = IR = 0$ $(I \neq 0)$

Mặt khác : $\xi = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 0 \rightarrow \Phi = \text{const}$ (1)

* Vì vậy : Do Φ_x = const từ thông qua khung là Φ.

Φ_c = là từ thông cảm ứng

$\Phi_c = B_zS = a^2B_0 + a^2\alpha z$

Φ_t : từ thông tự cảm trong khung : $\Phi_t = Li$

Nên từ thông toàn phần qua khung Φ

$$\Phi = a^2B_0 + a^2\alpha z + Li \qquad (2)$$

* Khi t = 0 ; z = 0 ; I = 0 theo (2) thì $\Phi_0 = a^2B_0$ (3)

Do Φ = const nên :

$$a^2B_0 = a^2B_0 + a^2\alpha z + Li \rightarrow i = -\frac{a^2\alpha z}{L} \qquad (4)$$

* Vì trong khung có i ≠ 0 nên khung đặt trong từ trường sẽ chịu lực điện từ tác dụng.

* Lực do B_z gây nên cho khung triệt tiêu.

* Lực do B_x gây nên cho 2 cạnh cùng chiều vì ở 2 phía của O, B_x ngược chiều. Lực này hướng theo trục Oz :

$$F = 2a\left|\alpha\frac{a}{2}\right|i = a^2\alpha i \qquad (5)$$

* Phương trình chuyển động của khung dọc trục Oz là :

$$mz'' = -mg + \alpha a^2 i = -mg - \frac{(\alpha a^2)^2}{L}z \qquad (*)$$

$$\rightarrow \quad z'' + g + \frac{a^4\alpha^2}{mL}z = 0 \qquad (6)$$

* Đặt $g + \frac{a^4\alpha^2}{mL}z = \frac{a^4\alpha^2}{mL}X$ (7)

Với $X = z + g\frac{mgL}{a^4\alpha^2}$ thì $z'' = X''$

và (6) trở thành : $X'' + \frac{a^4\alpha^2}{mL}X = 0$ (8)

(8) chứng tỏ khung dao động điều hòa với tần số góc và chu kì là :

$$\omega = \frac{\alpha a^2}{\sqrt{mL}} \ ; \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\frac{\sqrt{mL}}{\alpha a^2} \qquad (9)$$

Và phương trình dao động là z tính qua : $X = A.\cos\omega t$ (10)

* Ở vị trí cân bằng thì i = 0 nên (*) trở thành :

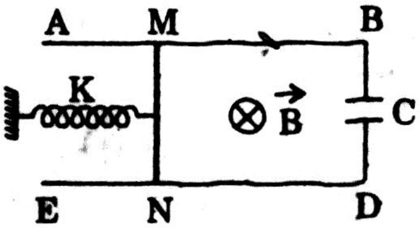
$$-mg - \frac{a^4\alpha^2}{L}z = 0 \quad \rightarrow \quad z = -\frac{mgL}{a^4\alpha^2} \qquad (11)$$

Vậy biên độ $A = \frac{mgL}{a^4\alpha^2}$ (12)

* $X = z + \frac{mgL}{a^4\alpha^2}$ nên $z = X - \frac{mgL}{a^4\alpha^2}$ (13)

* Đưa (10), (12) vào (13) ta có : $z = \frac{mgL}{a^4\alpha^2}\left[\cos\left(\frac{\alpha a^2}{\sqrt{mL}}.t\right) - 1\right]$ (14)

90. Cho cơ hệ như hình vẽ, khung dây không điện trở ABDE có AB // ED đặt nằm ngang; tụ điện điện dung C, lò xo độ cứng K; đoạn dây MN dài l không khối lượng tiếp xúc với khung và chuyển động ma sát tịnh tiến dọc khung.



Hệ đặt trong từ trường đều $\vec{B}$ có hướng vuông góc với mặt khung. Kích thích MN dao động. Chứng minh MN dao động điều hòa và tìm tần số góc của dao động.

Giải

+ Khi MN chuyển động cắt vuông góc với các đường cảm ứng, trong MN xuất hiện suất điện động cảm ứng ξ_c

$$\xi_c = Bvl \qquad (1)$$

+ Do có ξ_c = u (hiệu điện thế 2 đầu tụ) nên tụ mang điện tích

$$q = C\xi_c = CBvl \qquad (2)$$

Trong mạch có dòng điện do tụ tích điện và phóng điện.

Vậy MN chịu 1 lực từ tác dụng $\vec{F_1}$ trong mặt khung :

$$F_1 = Bli = Bl\frac{dq}{dt} = Blq' = C(Bl)^2v' = C(Bl)^2x''$$

+ MN còn chịu thêm lục đàn hồi $\vec{F_2}$ trong mặt khung : $F_2 = -Kx$

+ Vậy phương trình chuyển động của MN là :

$$-C(Bl)^2x'' - Kx = ma = mx'' \qquad (3)$$

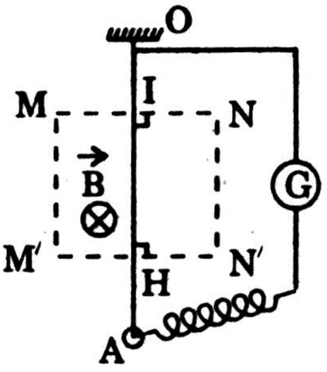
+ Do thanh MN không có khối lượng nên (3) trở thành :

$$-C(Bl)^2x'' - Kx = 0 \quad \rightarrow \quad x'' + \frac{K}{C(Bl)^2}x = 0 \qquad (4)$$

+ (4) chứng tỏ MN dao động điều hòa với tần số góc ω :

$$\omega = \frac{1}{Bl}\sqrt{\frac{K}{C}} \qquad (5)$$

91. Cho 1 từ trường đều nằm ngang $\vec{B}$ (B = 0,5T) giới hạn trong vùng chấm chấm hình vuông MM'N'N cạnh 10 (cm). Một con lắc toán học chiều dài dây treo OA = l = 25 (cm), OI = 10 (cm), dao động trong mặt phẳng vuông góc với $\vec{B}$ với biên độ góc $\alpha_o = 0,1$ (rad).



1. Viết biểu thức li độ góc α(t). Chọn t = 0 lúc con lắc qua vị trí cân bằng theo chiều dương.
2. Nối O và A bằng 1 dây dẫn nhẹ qua điện kế Ⓖ. OA cũng là dây dẫn nhẹ. Cho điện trở mạch kín là R = 3 (Ω).
   - a) Chứng minh rằng khi con lắc dao động, trong mạch kín có suất điện động cảm ứng ξ_c
   - b) Viết biểu thức $\xi_c(t)$ và dòng i(t) trong mạch.
   - c) Ở vị trí nào của con lắc thì i cực đại, bằng 0 ?
3. Chứng minh rằng con lắc dao động trong từ trường sẽ tắt dần ? Tính độ giảm năng lượng trong 1 chu kì. Bỏ qua mọi ma sát, lấy $g = \pi^2$ (m/s²).

Giải

1.* $\alpha(t) = \alpha_o \sin(\omega_o t + \varphi)$

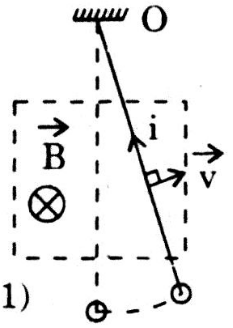
* $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{l}} = \sqrt{\dfrac{\pi^2}{0,25}} = 2\pi$ (rad/s); $\alpha_0 = 0,1$ (rad).

* $t = 0, \quad \alpha = 0 = \alpha_0 \sin\varphi$ và $\alpha' = \alpha_0\omega_0 \cos\varphi > 0$,

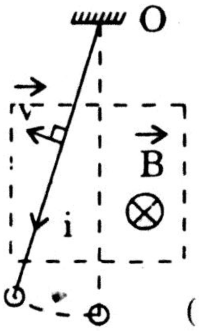
$\sin\varphi = 0 \rightarrow \varphi = 0$ và π ; với $\cos\varphi > 0$ ta lấy $\varphi = 0$

* Phương trình : $\alpha(t) = 0,1.\sin(2\pi t)$ (rad) (1)

2.a) Phần dây trong từ trường khi dao động cắt vuông góc với các đường sức nên sinh ra trong OA suất điện động cảm ứng, biến thiên, đổi chiều. Vậy trong mạch kín có dòng đổi chiều và độ lớn với chu kì như của con lắc (dùng quy tắc bàn tay trái, tìm chiều của i) (hình 1, 2)



(H.1)



(H.2)

b) Xét tại thời điểm bất kì t, (xem H.3), góc lệch α bất kì.

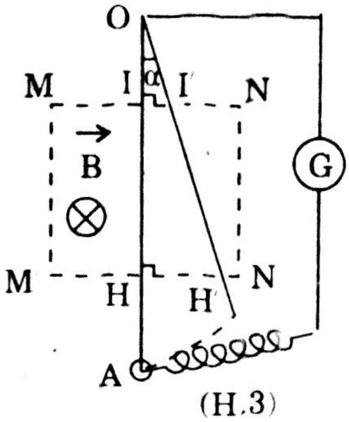
+ Tìm diện tích dây quét được $S_{II'H'H}$ và chú ý vì $\alpha <<$ nên $tg\alpha \approx \alpha$ (rad) ta có S ấy là :

$$S = \frac{3}{2}.OI.\alpha.IH$$

$$S = \frac{3}{2}.0,1.0,1.\alpha \Rightarrow$$

$$S = \frac{3}{2}.10^{-2}.10^{-1}\sin 2\pi t$$

hay $\quad S = 1,5.10^{-3}\sin 2\pi t$ (m²) (2)



(H.3)

+ Từ thông qua mạch biến thiên 1 lượng nên có ξ_c

$$\Phi = BS = 0,5.1,5.10^{-3}\sin 2\pi t$$

$$\Phi = 0,75.10^{-3}\sin 2\pi t \text{ (Wb)}$$

+ $$\xi_c = -\frac{d\Phi}{dt} = -1,5\pi.10^{-3}\cos 2\pi t \text{ (v)}$$

+ Dòng điện qua mạch : $i = \dfrac{\xi_c}{R} = -1,57.10^{-3}\cos 2\pi t$ (A) (3)

c)* $i_{max} \leftrightarrow |\cos 2\pi t| = 1$; $\sin 2\pi t = 0 \rightarrow \alpha = 0$

Vậy dòng max khi con lắc qua vị trí cân bằng.

* $i = 0 \leftrightarrow \cos 2\pi t = 0$; $|\sin 2\pi t| = 1 \rightarrow \alpha = \alpha_0$

i = 0, dòng triệt tiêu khi con lắc ở vị trí biên bên phải hay bên trái.

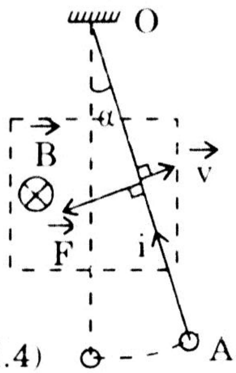
3.* Trong từ trường, có i qua mạch nên có lực điện từ chống lại chuyển động (H.4) chuyển động của OA.

* F có vai trò như lực ma sát làm cho con lắc tắt dần.

* Độ giảm năng lượng trong 1 chu kì bằng nhiệt lượng tỏa ra trong 1 chu kì (do mạch có R = 3Ω)

$$\Delta E = Q = I^2RT = \frac{I_0^2}{2}R.\frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{(1,75.10^{-3})^2}{2}.3.\frac{2\pi}{2\pi}$$

$$\Delta E \approx 3,6.10^{-6}\,(J).$$



(H.4)

92. Một con lắc toán học có dây treo bằng kim loại, vật nặng có thể tích $V = 1(cm^3)$ khối lượng riêng $\rho = 8\ (g/cm^3)$. Khi dao động trong chân không và trên mặt đất, nó có chu kì $T_0 = 2(s)$.

1. Cho con lắc dao động trong bình chứa khí thì thấy chu kì của nó tăng thêm $\Delta T = 2,5.10^{-4}\,(s)$. Tìm khối lượng riêng ρ' của chất khí.

2. Con lắc vẫn dao động trong bình khí đó và lại ở độ cao h so với mặt đất, ở đó nhiệt độ thấp hơn 20°C so với mặt đất thì thấy chu kì trở lại 2(s). Tìm h ? Biết dây treo có hệ số nở dài $\alpha = 2.10^{-5}$ (1/độ C), trái đất coi là hình cầu, bán kính R = 6400 (km).

Giải

1.* Chu kì trong chân không $$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1)$$

* Chất khí :

+ Lực đẩy Acsimet $\vec{F_A}$ thẳng đứng lên trên, có :

$$F_A = m_K.g = \rho' vg = ma = \rho va$$

+ Gia tốc $\vec{a}$ hướng lên do $\vec{F_A}$ sinh ra cho vật m là :

$$a = \frac{\rho' g}{\rho} \quad (2)$$

+ $\vec{a}$ và $\vec{g}$ ngược hướng, gia tốc hiệu dụng $\vec{g}_{hd} = \vec{g} + \vec{a}$ có độ lớn là :

$$g_{hd} = g - a = g\left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right)$$

+ Chu kì của con lắc trong chất khí là : T'

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{hd}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \times \left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right)^{-\frac{1}{2}} = T_0\left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3)$$

- * Theo giả thiết T' > T 1 lượng ΔT và chú ý chất khí có ρ' rất bé so với ρ của vật nặng nên :

$$T' \approx T_o\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\varrho'}{\varrho}\right) \tag{4}$$

Và $$\Delta T = T' - T_o = \frac{1}{2}\frac{\varrho'}{\varrho}T_o \quad \rightarrow \quad \varrho' = \frac{2.\Delta T.\varrho}{T_o} \tag{5}$$

- * Khối lượng riêng của chất khí :

$$\varrho' = \frac{2 \times 2{,}5.10^{-4} \times 8.10^3}{2} = 2\ (kg/m^3) = 2.10^{-3}\ (g/cm^3)$$

2.* Lên cao con lắc ảnh hưởng bởi 3 yếu tố : lực đẩy Acsimet, độ cao, nhiệt độ.

- * Ảnh hưởng F_A : như câu 1 thì :

$$\frac{\Delta T}{T_o} = \frac{1}{2}\frac{\varrho'}{\varrho} \tag{5'}$$

- * Ảnh hưởng độ cao : $$\frac{T_h}{T_o} = \frac{2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g_h}}}{2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g_h}} \tag{6}$$

Do $g_h = g\left(\dfrac{R}{R+h}\right)^2$ nên $$\frac{T_h}{T_o} = \frac{R+h}{R} = 1 + \frac{h}{R} \tag{7}$$

Vậy $$\frac{\Delta T_h}{T_o} = \frac{T_h - T_o}{T_o} = \frac{h}{R} \tag{7'}$$

- * Ảnh hưởng nhiệt độ (chú ý $\alpha << 1$)

$$\frac{T'}{T_o} = \frac{2\pi\sqrt{\dfrac{l'}{g}}}{2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} = \sqrt{\frac{l_o(1+\alpha t')}{l_o(1+\alpha t)}} \approx 1 + \frac{1}{2}\alpha(t' - t^o)$$

$$\rightarrow \quad \frac{T'}{T} = 1 + \frac{1}{2}\alpha.\Delta t^o \tag{8}$$

$$\frac{T' - T_o}{T_o} = \frac{T'}{T_o} - 1 = \frac{1}{2}\alpha.\Delta t^o = \frac{\Delta T'}{T_o} \tag{8'}$$

- * Muốn chu kì trở lại như cũ $T_o = 2(s)$ thì :

$$\frac{\Delta T}{T_o} + \frac{\Delta T_h}{T_o} + \frac{\Delta T'}{T_o} = 0 = \frac{1}{2}\frac{\varrho'}{\varrho} + \frac{h}{R} + \frac{1}{2}\alpha.\Delta t^o$$

$$\rightarrow \quad h = -\frac{R}{2}\left[\frac{\rho'}{\rho} + \alpha.\Delta t^o\right] \tag{9}$$

* Với $\Delta t^o = -20^oC$, thay số vào (9) ta có : $h = 480.10^{-3}$ (km) = 480 (m).

93. Một con lắc đơn dây treo không dãn nở không có khối lượng; vật nặng kích thước nhỏ, khối lượng riêng $D = 8,4$ (kg/dm^3). Đặt con lắc vào thùng chân không ở 27°C thì chu kì con lắc $T_o = 2$ (s).

1. Cho không khí vào thùng đến $p = 70$ (cmHg) ở 27°C. Tìm độ biến thiên chu kì của con lắc. Biết khối lượng riêng của không khí ở điều kiện chuẩn là $D_o = 1,292$ (g/l). Coi không khí như khí lí tưởng.

2. Khi áp suất không khí biến thiên 1 mmHg thì độ biến thiên của chu kì con lắc là bao nhiêu ?

Giải

1.* Khối lượng riêng D_1 của không khí trong thùng :

+ Khí ở điều kiện chuẩn : khối lượng riêng D_o, p_o, T_o có khối lượng m. Ở điều kiện đã cho có D_1, p_1, T_1. Phương trình trạng thái cho m :

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_oV_o}{T_o} \rightarrow \frac{V_o}{V_1} = \frac{p_1T_o}{p_oT_1} \tag{1}$$

+ Ta lại có : $$m = D_1V_1 = D_oV_o \rightarrow \frac{V_o}{V_1} = \frac{D_1}{D} \tag{2}$$

+ (1) và (2) thu được : $$D_1 = D_o.\frac{p_1}{p_o}\frac{T_o}{T_1} = D_o\frac{p_1}{p_o}\frac{273}{(273+t^o)} \tag{3}$$

* Gia tốc $\vec{a}$ do $\vec{F_A}$ (lực đẩy Acsimet) gây ra :

$$F_A = D_1Vg = D_1\frac{m}{D}g = ma \rightarrow a = \frac{D_1}{D}g \tag{4}$$

* $\vec{a}$ và $\vec{g}$ ngược hướng, $\vec{g}_{hd} = \vec{g} + \vec{a}$ có :

$$g_{hd} = g - a = g - \frac{D_o}{D}\frac{p_1}{p_o}\frac{273}{(273+t^o)}g \tag{5}$$

* Chu kì con lắc trong chân không và trong không khí là T_o và T :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{hd}}} \tag{6}$$

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{7}$$

Suy ra : $$\frac{T}{T_o} = \sqrt{\frac{g}{g_{hd}}} = \sqrt{\frac{g}{g - \Delta g}} \tag{8}$$

* Vì $\Delta g << g$ nên :

$$\frac{T}{T_o} = \sqrt{\frac{1}{1-\frac{\Delta g}{g}}} = \left(1-\frac{\Delta g}{g}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g} \qquad (9)$$

Vậy
$$\frac{\Delta T}{T_o} = \frac{T-T_o}{T_o} = \frac{T}{T_o} - 1 \approx \frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g} \quad \rightarrow \quad \Delta T = \frac{\Delta g}{2g}T_o \qquad (10)$$

* Thay $\Delta g = a$ vào (10), ta có : $\Delta T = \dfrac{D_o p_1}{2Dp_o}\dfrac{T_o}{1+\dfrac{t^o}{273}}$ (11)

* Thay số ta có : $\Delta T \approx 0{,}13.10^{-3}$ (s)

2.* Theo (11) khi p_1 biến thiên 1 lượng $\Delta p = 1$ (mmHg) và chú ý $\Delta p << p_o$ nên độ biến thiên chu kì là $\Delta T'$:

$$\Delta T' = \frac{D_o \Delta p.T_o}{2Dp_o\left(1+\frac{t^o}{273}\right)} \approx 1{,}8.10^{-6}\text{(s)}.$$

94. Hai hình trụ có bán kính R_1, R_2 quay đều, ngược chiều nhau với vận tốc góc $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Khoảng cách giữa các trục theo phương ngang bằng $2l$. Đặt 1 tấm ván lên hình trụ sao cho nó nằm ngang và tiếp xúc với bề mặt của 2 hình trụ. Hệ số ma sát giữa tấm ván với các hình trụ là μ.

1. $R_1 = R_2$: Chứng minh rằng nếu khối tâm của ván lệch khỏi vị trí cân bằng 1 chút thì tấm ván sẽ dao động điều hòa. Tìm chu kì dao động.

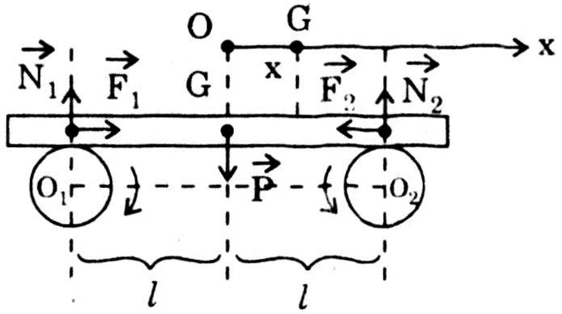
2. Nếu $R_1 > R_2$: Lúc $t = 0$ điểm giữa của ván đặt đúng trên trục của hình trụ R_2. Tìm và minh họa bằng đồ thị sự phụ thuộc độ dịch chuyển ngang của ván theo thời gian.

Áp dụng số : $\omega_1 = \omega_2 = \omega = 2$ rad/s ; $g = 10\text{m/s}^2$

$R_2 = 0{,}25$m ; $\mu = 0{,}05$; $l = 2$m

Giải

1.* Tấm ván chịu các lực : Trọng lực $\vec{P}$, các phản lực $\vec{N_1}$, $\vec{N_2}$, các lực ma sát $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$. Chú ý $\vec{N_1}$, $\vec{N_2}$ và các áp lực lên trục O_1, O_2 là trực đối ($N_1 = P_1$, $N_2 = P_2$).



* Luôn có : $\vec{P} + \vec{N_1} + \vec{N_2} = \vec{0}$ (1)

* Khi G ≡ O (vị trí cân bằng) thì theo Ox :

$$\vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = \vec{0} \qquad \text{suy ra} \qquad N_{01} = N_{02}$$

* Khi G lệch khỏi O một khoảng x (độ dời), ta có :

$$\left.\begin{array}{l} P = P_1 + P_2 \\ \dfrac{P_1}{P_2} = \dfrac{l - x}{l + x} \end{array}\right\} \rightarrow \quad P_1 = P\frac{l - x}{2l} \; ; \qquad P_2 = P\frac{l + x}{2l} \qquad (2)$$

* Các độ lớn của các lực ma sát : $F_1 = \mu N_1 = \mu P_1 = \mu P\dfrac{l - x}{2l}$ (3)

$$F_2 = \mu N_2 = \mu P_2 = \mu P\frac{l + x}{2l} \qquad (4)$$

* Hợp lực của ván : $F = F_1 - F_2 = \mu P\dfrac{l - x}{2l} - \mu P\dfrac{l + x}{2l} = -\dfrac{\mu P}{l}x = mx''$

(m : khối lượng của ván)

Vậy $x'' + \dfrac{\mu g}{l}x = 0$ (5)

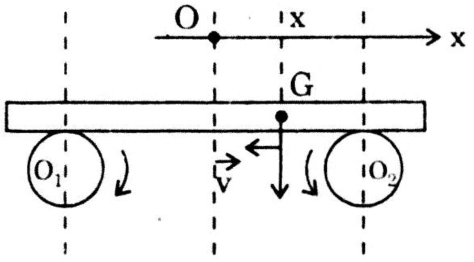
* Đặt $\omega^2 = \dfrac{\mu g}{l} \rightarrow x'' + \omega^2 x = 0$ (6)

(6) chứng tỏ ván dao động điều hòa với ω, T là :

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{l}} \quad \text{và} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\mu g}} \qquad (7)$$

2.* Chứng minh như câu 1 ta cũng có ván dao động điều hòa với

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{l}} = \sqrt{\frac{0{,}05 \times 10}{2}} = 0{,}5 \text{ (rad/s)}$$



* Phương trình dao động là :

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad (8)$$

* Chọn t = 0 khi x = l, v = 0 (G và O_2 trên cùng đường thẳng đứng).

$$t = 0 \quad \begin{cases} \rightarrow x = l = A\sin\varphi & (9) \\ \rightarrow v = 0 = A\omega\cos\varphi & (10) \end{cases}$$

(9) và (10) suy ra $A = l$ và $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$

Vậy $x = l\sin\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right) = 2\sin\left(0{,}5t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (m)

Hay $x = 2\cos(0{,}5t)$ (m) (11)

* Tấm ván dao động điều hòa nếu vận tốc của ván v_t bé hơn vận tốc dài

của các điểm trên vành hình trụ nhỏ

$$v_t < (v_2 = \omega R_2) < \omega R_1$$

* Khi $v_t = v_2$ thì ván không trượt trên trục O_2 nữa. Lúc đó F_2 chỉ là ma sát nghỉ, $F_2 < \mu N_2$; $\vec{F_2}$ cân bằng với $\vec{F_1}$ nên ván chuyển động đều với vận tốc v_t

$$v_t = v_2 = -\omega R_2 = -2 \times 0,25 = -0,5 \text{ (m/s)}$$

$$v_t = -\omega l \sin\omega t = -1 \sin 0,5t \text{ (m/s)}$$

$$v_2 = -0,5 \text{ (m/s)}$$

Vậy $v_t = v_2 \rightarrow \sin(0,5t_1) = 0,5 \rightarrow 0,5t = \frac{\pi}{6} \rightarrow t_1 = \frac{\pi}{3}$ (s)

và $x_1 = 2\cos(0,5t_1) = 2.\cos\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$ (m)

* Sau thời gian t_1 ván chuyển động đều về vị trí cân bằng với vận tốc 0,5 (m/s). Trong quá trình này, x giảm, F_1 tăng, F_2 cũng tăng, suy ra sẽ có thời điểm t_2 để F_{2max}.

$$F_1 = \mu N_1 = F_{2max} = \mu N_2 \rightarrow N_1 = N_2$$

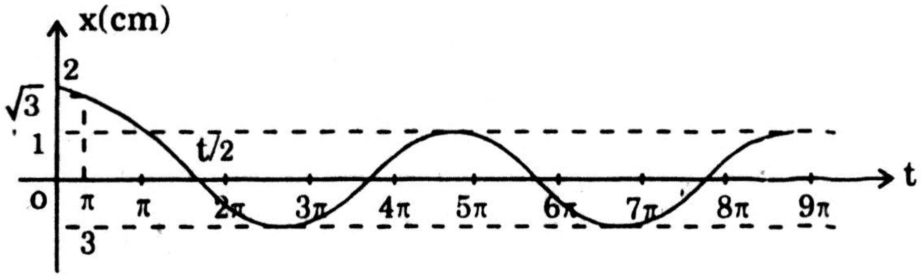
Điều đó xảy ra khi $x_G = x_2 = 0$

$$t_2 = t_1 + \frac{x_1}{v_{t_1}} = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{0,5} \approx 4,4 \text{ (s)}$$

* Bắt đầu từ t_2 tấm ván sẽ trượt và thanh dao động điều hòa với tần số ω, chu kì 4π :

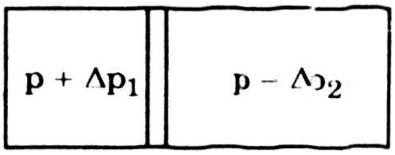
Biên độ dao động tính theo $v_{t_1} = \omega A' \rightarrow A' = \frac{v_{t_1}}{\omega} = \frac{0,5}{0,5} = 1$ (m)

* Đồ thị :



95. Một xi lanh nằm ngang chứa đầy khí lí tưởng được ngăn đôi bằng một piston ở chính giữa xi lanh.

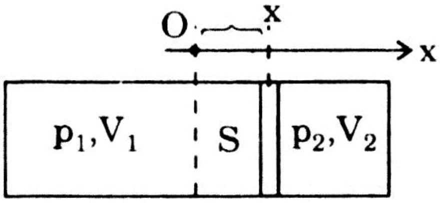
Đưa piston lệch khỏi vị trí cân bằng 1 đoạn nhỏ, rồi buông ra. Coi quá trình là đẳng nhiệt.



1. Chứng minh piston dao động điều hòa.

2. Lập biểu thức tìm chu kì dao động của piston theo các thông số khác nhau lúc thí nghiệm.

Giải



1.* Piston cân bằng (O) áp suất 2 phía như nhau $p_1 = p_2 = p$; $V_1 = V_2 = V$.

* Piston có độ dời x bé.

$$F = p_1S_1 - p_2S_2 = (p - \Delta p_1)S - (p + \Delta p_2)S$$

Hay $\quad F = -(\Delta p_1 + \Delta p_2)S \qquad (*)$

* Vì pV ở hai phía lúc đầu như nhau nên $p_1V_1 = p_2V_2$

$$(p - \Delta p_1)(V + Sx) = (p + \Delta p_2)(V - Sx)$$

$$\rightarrow \quad 2pSx = (\Delta p_1 + \Delta p_2)V - (\Delta p_1 - \Delta p_2)Sx \qquad (1)$$

* Vì $(\Delta p_1 - \Delta p_2)Sx$ rất bé nên :

$$(\Delta p_1 + \Delta p_2)V \approx 2pSx \quad \rightarrow \quad (\Delta p_1 + \Delta p_2) = \frac{2pSx}{V} \qquad (2)$$

* Thay (2) vào (*) ta có : $\quad F = -\dfrac{2pS^2}{V}x \qquad (3)$

* Như vậy phần áp lực khí tính theo (3) có đặc điểm của 1 lực kéo về. Theo định luật II Newton, m là khối lượng của piston, ta có :

$$-\frac{2pS^2}{V}x = ma = mx'' \quad \rightarrow \quad x'' + \frac{2pS^2}{mV}x = 0 \qquad (4)$$

* Tần số góc của dao động điều hòa dạng vi phân : $\quad x'' + \omega^2x = 0 \qquad (5)$

là $\omega = S\sqrt{\dfrac{2p}{mV}}$ (S : thiết diện của piston, m khối lượng của piston; p, V là áp suất và thể tích ban đầu khi piston ở vị trí cân bằng của chất khí)

2.* Nếu biết m, p, V, S thì chu kì dao động của piston :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{S}\sqrt{\frac{mV}{2p}}$$

* Nếu cho m, V, S và số mol khí n ở 1 phía thì do :

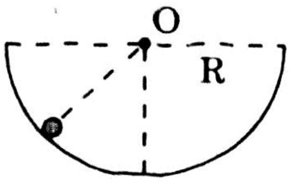
$$pV = nRT \quad \rightarrow \quad p = \frac{nRT}{V}$$

Vậy : $\quad T = 2\pi\dfrac{V}{S}\sqrt{\dfrac{m}{2nRT}}$

(R : hằng số khí phổ biến, T là nhiệt độ tuyệt đối của chất khí)

* Nếu cho m, V, d (chiều dài $\frac{1}{2}$ xi lanh), thì : $\quad T = 2\pi\sqrt{\dfrac{md^2}{2pV}} = 2\pi d\sqrt{\dfrac{m}{2pV}}$

96. Một mặt cầu lõm, nhẵn, bán kính R bên trong có một vật nhỏ khối lượng m có thể trượt không ma sát.



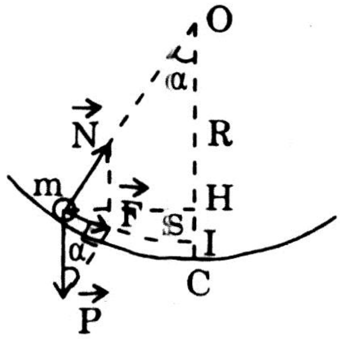
1. Đưa vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ rồi thả vật tự do. Chứng minh dao động điều hòa. Tìm chu kì dao động.
2. Thay vật bằng 1 vành cùng khối lượng m, có bán kính r << R. Chứng tỏ vành dao động điều hòa. Tính chu kì dao động. So sánh hai chu kì.

Giải

1. *Vật nhỏ trượt không ma sát :*

* Xét vật ở vị trí bất kì, vật chịu lực $\vec{P}$, $\vec{N}$; Hợp lực : $\vec{F} = \vec{P} + \vec{N}$

* α bé → $\sin\alpha \approx \alpha = \dfrac{S}{R}$; $\vec{F}$ ngược chiều với S, vậy :



$$-mg\sin\alpha \approx -mg\frac{S}{R} = ma = mS''$$

$$\rightarrow \quad S'' + \omega^2 S = 0 \; ; \qquad \omega = \sqrt{\frac{g}{R}} \; ; \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

→ Vật dao động điều hòa.

2. *Vành tròn :*

* Khối tâm của vành tròn ở tâm vành tròn, chọn thế năng hấp dẫn ở I bằng 0, cơ năng bảo toàn nên :

$$E = mv^2 + mg(R - r)(1 - \cos\alpha)$$

$$\approx mv^2 + mg(R - r)\frac{\alpha^2}{2} = mv^2 + mg(R - r)\frac{S^2}{2(R - r)^2}$$

$$\rightarrow \quad E = mv^2 + \frac{mg}{2(R - r)}S^2 = \text{const} \qquad (1)$$

(chú ý động năng của vành gồm động năng tịnh tiến và động năng quay : $\dfrac{mv^2}{2} + \dfrac{I\omega^2}{2} = mv^2$).

* Đạo hàm (1) theo thời gian t ta có : $2mv.v' + \dfrac{mgS.S'}{(R - r)} = 0$ (2)

Chú ý : $v' = S''$; $S' = v$ ta có : $S'' + \dfrac{g}{2(R - r)}S = 0$ (3)

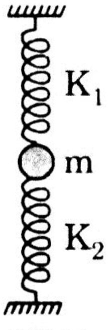
* Tần số dao động điều hòa của vành và chu kì của nó :

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{2(R - r)}} \quad \text{và} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{2(R - r)}{g}} \qquad (4)$$

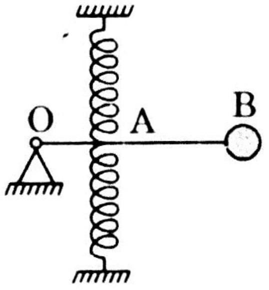
97. Cho cơ hệ như hình 1, 2 : Các lò xo không có khối lượng và các độ cứng $K_1 = 6$ (N/m); $K_2 = 4$ (N/m). Vật nặng m = 100 (g).

Thanh cứng nhẹ OB = l = 80 (cm);

OA = d = 20 (cm). Lấy g = 10 (m/s^2). Bỏ qua mọi ma sát và sức cản. Tìm chu kì dao động, chứng minh cơ hệ dao động điều hòa.



(H.1)



(H.2)

Giải

1. *Hình 1 :*

* Gọi x_{01}, x_{02} là độ biến dạng ban đầu của K_1 và K_2. Ở vị trí cân bằng :

$$mg - K_1 x_{01} - K_2 x_{02} = 0 \qquad (1)$$

* Qui ước $E_t = 0$ khi m ở vị trí cân bằng. Gọi A, x là biên độ và độ dời của vật (m dịch xuống 1 đoạn x so với vị trí cân bằng). Cơ năng ở vị trí này là :

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{K_1}{2}(x + x_{01})^2 + \frac{K_2}{2}(x + x_{02})^2 - mg\,x = \text{const} \qquad (2)$$

* Khai triển (2) và chú ý x_{01}, x_{02} là các hằng số nên $\frac{K_1x_{01}^2}{2}$; $\frac{K_2x_{02}^2}{2}$ là các hằng số. Chú ý từ (1) ta cũng có : $mgx - K_1 x_{01}x - K_2 x_{02}x = 0$;

nên chỉ còn : $\frac{mv^2}{2} + \left(\frac{K_1}{2} + \frac{K_2}{2}\right)x^2 = \text{const}$ (3)

* Chú ý $v' = x''$; $x' = v$; $x = x(t)$; $v = v(t)$; đạo hàm (3) theo t ta có :

$$x'' + \frac{K_1 + K_2}{m}x = 0 \qquad (4)$$

Đặt $\omega^2 = \frac{K_1 + K_2}{m}$ nên $x'' + \omega^2 x = 0$ (5)

(5) chứng tỏ m dao động điều hòa.

* Chu kì dao động :

$$\omega = \sqrt{\frac{K_1 + K_2}{m}} \;;\qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1 + K_2}} \qquad (6)$$

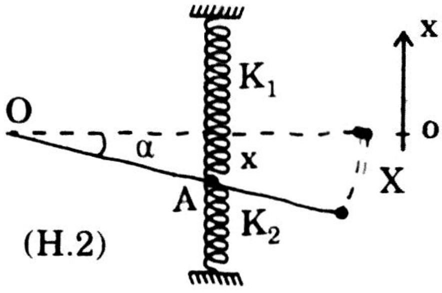
Thay số ta có : $T \approx 0{,}628$ (s)

2. *Hình 2 :*

* Khi m dịch 1 đoạn X thì A dịch 1 đoạn x : $\left.\begin{matrix} X = \alpha l \\ x = \alpha d \end{matrix}\right\} \rightarrow x = \frac{Xd}{l}$ (7)

* Chứng minh như trên ta sẽ thấy thế năng của vật mgX đã khử 1 phần thế năng đàn hồi ban đầu của các lò xo. Cơ năng của hệ bảo toàn chỉ còn phần :

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{K_1x^2}{2} + \frac{K_2x^2}{2} = \text{const}$$



(H.2)

* Đưa (7) vào (8) ta có : $$\frac{mv^2}{2} + \frac{K_1 + K_2}{2} \cdot \frac{d^2}{l^2} X^2 = \text{const} \qquad (9)$$

* Chú ý $v = v(t)$; $X = X(t)$; $v' = X''$; $v = X'$.

Đạo hàm (9) theo t ta có : $$X'' + \frac{K_1 + K_2}{m} \times \frac{d^2}{l^2} \times X = 0 \qquad (10)$$

* Đặt $\omega^2 = \frac{(K_1 + K_2)}{m}\frac{d^2}{l^2}$ ta có $X'' + \omega^2 X = 0$ (11)

(11) chứng tỏ m dao động điều hòa với chu kì :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{l}{d}\sqrt{\frac{m}{K_1 + K_2}} \qquad (12)$$

Thay số ta có : $T = 0{,}8\pi$ (s) ≈ 2,512 (s)

Chủ đề 9

DAO ĐỘNG TẮT DẦN – DAO ĐỘNG CƯỠNG BỨC – CỘNG HƯỞNG

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Khi có lực cản Fe : ta lập phương trình vi phân, đổi biến số để có phương trình vi phân. Nghiệm của phương trình vi phân x giảm theo t.

2. Dựa vào bài toán mà tính độ giảm của biên độ ΔA và số dao động thực hiện được.

3. Khi có dao động cưỡng bức thì :

* Tần số cưỡng bức là tần số của ngoại lực.

* "Biên độ" của dao động cưỡng bức phụ thuộc vào tần số cưỡng bức của ngoại lực và độ lớn của lực ma sát.

* Cộng hưởng : Biên độ cưỡng bức cực đại khi tần số ngoại lực trùng với tần số riêng của hệ.

II. CÁC BÀI TOÁN

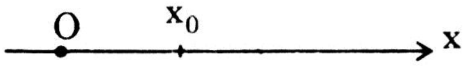
98. Khảo sát dao động tắt dần của 1 con lắc lò xo nằm ngang. Lò xo có độ cứng $K = 500$ (N/m), vật nặng $m = 50$ (g). Hệ số ma sát của vật và mặt phẳng ngang là $\mu = 0{,}3$. Kéo vật để lò xo dãn 1 đoạn $x_0 = 1$ (cm) so với độ dài tự nhiên rồi thả ra.

1. Chứng minh "chu kì" của vật không đổi.

2. Chứng tỏ biên độ dao động của vật giảm theo cấp số cộng.

Giải

1.* Chọn Ox, O là vị trí của vật khi lò xo không co dãn.



(*) Giả sử t = 0, vật có li độ x và đang chuyển động sang trái $v < 0$. Hợp lực

$$F = -Kx + \mu mg = mx'' = -K\left(x - \frac{\mu mg}{K}\right) \qquad (1)$$

* Đặt $x^* = \dfrac{\mu mg}{K}$ và $X = x - x^*$. Với $x^* = \text{const}$ thì $X'' = x''$, suy ra

$$mX'' = -KX \quad \rightarrow \quad X'' + \frac{K}{m}X = 0 \qquad (2)$$

* $$\omega^2 = \frac{K}{m} \quad \rightarrow \quad X'' + \omega^2 X = 0 \qquad (3)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \text{và nghiệm của (3) là : } \quad X = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad (4)$$

* $$(4) \rightarrow \quad x = X + x^* = A\sin(\omega t + \varphi) + \frac{\mu mg}{K} \qquad (5)$$

(*) Giả sử nếu vật sang phải ($v > 0$) ; lập luận tương tự ta có : $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}}$

$$\text{Và : } \quad x = A_1\sin(\omega t + \varphi_1) - \frac{\mu mg}{K} \qquad (6)$$

(*) Vậy "chu kì" của dao động : $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}} = \text{const}$

$$T = 2 \times 3{,}14\sqrt{\frac{0{,}05}{500}} \approx 0{,}0628 \text{ (s)}$$

2. *Độ giảm của biên độ :*

a) * Xét khi $t = 0$, $x = x_0 = 1\text{cm}$, $v_0 = 0$.

* Dùng điều kiện ban đầu này và dùng (5) ta có :

$$x = 0{,}97\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + 0{,}03 \text{ (cm)}$$

* t_1 là thời điểm dừng lần 1 : $v = x' = 0 \quad \rightarrow \quad t_1 = \dfrac{T}{2}$

Khi đó $\quad x_1 = -0,94$ (cm).

b)* Sau t_1, vật sang phải, dùng (6) và điều kiện ban đầu : $t_1 = \dfrac{T}{2} = \dfrac{\pi}{\omega}$; $v = 0$

ta có : $\quad x = 0,91.\sin\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right) - 0,03$ (cm)

* Gọi t_2 là thời điểm vật dừng lần 2, ta có : $\quad t_2 = \dfrac{2\pi}{\omega} = T$

Khi đó $\quad x_2 = 0,88$ (cm)

c) Sau t_2 vật sang trái, tương tự ta có t_3 là thời điểm vật dừng lần 3, khi đó : $\quad x = 0,85 \sin\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right) + 0,03$ (cm)

$$t_3 = \frac{3\pi}{\omega} = \frac{3T}{2} \quad \text{và} \quad x_3 = -0,82 \text{ (cm)}$$

Tiếp tục như vậy . . . . ta có :

$t = 0 \quad \rightarrow \quad x_o = 1$ (cm) ; $\quad A_o = 0,97$ (cm)

$t_1 = \dfrac{\pi}{2} = \dfrac{T}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = -0,94$ (cm) ; $\quad A_1 = 0,91$ (cm)

$t_2 = \dfrac{2\pi}{\omega} = T \quad \rightarrow \quad x_2 = 0,88$ (cm) ; $\quad A_2 = 0,85$ (cm)

$t_3 = \dots\dots\dots\dots$

d) Độ giảm của biên độ :

$$\Delta A = A_o - A_1 = A_1 - A_2 = \dots\dots = 0,06 \text{ (cm)} = \text{const}$$

Vậy $\quad \Delta A = \dfrac{2\mu mg}{K}$

Như thế là biên độ giảm theo cấp số cộng, công sai là $\Delta A = 0,06$ (cm). Từ trên ta cũng thấy li độ cực đại cũng giảm theo cấp số cộng, công sai là ΔA.

99. Con lắc lò xo thẳng đứng có K, m.

1. Tìm tần số góc dao động riêng ω_o của nó ?

2. Vật đang ở vị trí cân bằng, tác dụng vào vật 1 ngoại lực thẳng đứng $F_n = F_o \sin\omega t$. Chứng minh vật dao động điều hòa với tần số góc ω. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản.

3. Tìm biên độ dao động cưỡng bức, vẽ đồ thị biến thiên của biên độ theo ω.

Giải

1. $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{K}{m}}$

2. * Trục Ox : thẳng đứng hướng xuống, O vị trí cân bằng của vật, t = 0 lúc bắt đầu tác dụng F_n.

* Ở vị trí cân bằng : $\vec{P} + \vec{F}_{dh} + \vec{F}_n = \vec{0}$

Khi t = 0 ; $F_n = 0$ → $mg - K.\Delta l_0 = 0$ (1)

* Khi vật có tọa độ x : $mg - K(\Delta l_0 + x) + F_0 \sin\omega t = mx''$ (2)

* Do (1), (2) còn lại : $-Kx + F_0 \sin\omega t = mx''$

$$\rightarrow \quad x'' + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\sin\omega t \qquad (3)$$

* Nghiệm của (3) phải là : $x = A \sin\omega t$ (4)

Vậy vật dao động điều hòa (cưỡng bức) với tần số của ngoại lực.

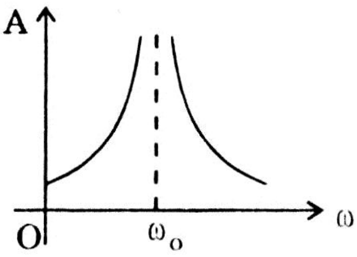
3. *Biên độ của dao động cưỡng bức :*

* Đạo hàm x'' và thay x'', x vào (3) ta có :

$$-\omega^2 \sin\omega t + \omega_0^2 A \sin\omega t = \frac{F_0}{m}\sin\omega t \qquad (5)$$

* Từ (5) suy ra : $A = \dfrac{F_0}{m\left|\omega_0^2 - \omega^2\right|}$ (6)

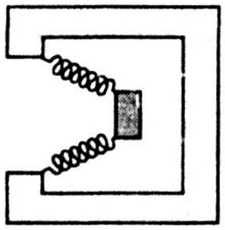
* Khi $\omega \rightarrow \omega_0$ thì theo (6) ; $A \rightarrow \infty$. Vậy đồ thị của biên độ của dao động cưỡng bức như hình bên (chú ý nếu $\omega = 0$ thì $A = \dfrac{F_0}{m\omega_0^2}$).



100. Một chiếc loa có màng với diện tích mặt $S = 300\ (cm^2)$, khối lượng m = 5 (g). Tần số cộng hưởng của màng là $f_0 = 50$ (Hz).

Hỏi tần số cộng hưởng này bằng mấy nếu gắn vào thành 1 hộp kín có thể tích $V_0 = 40$ (lít).

Giả sử t_0 = const trong hộp khi màng loa rung động.



Giải

* Coi màng loa và ống là 1 con lắc lò xo, f_0 ứng với ω_0 :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_0}{m}} \quad ; \quad \text{với} \quad K_0 = \omega_0^2 m \text{ là độ cứng của màng loa.}$$

* Đặt loa vào hộp, loa rung động làm cho áp suất không khí biến thiên,

tạo nên lực phụ cưỡng bức màng loa.

$$F = (p - p_o)S \; ; \quad p,\ p_o \text{ là áp suất không khí trong hộp và ngoại hộp.}$$

* Do $t^o = const$, nên theo định luật Bôi - Mariôt :

$$pV = p_oV_o \quad \rightarrow \quad p = \frac{p_oV_o}{V}$$

Với độ dịch của màng là x thì $V_o - V = Sx$

Vậy : $F = \left(p_o\frac{V_o}{V} - p_o\right)S = p_oS\frac{V_o - V}{V} = \frac{p_oS^2x}{V_o}$ (Coi x bé và $V \approx V_o$)

* Đặt $K_1 = \dfrac{p_oS^2}{V_o}$ thì $F = K_1x$. Không khí trong hộp tác dụng như 1 lò xo độ cứng K_1.

* Độ cứng tương đương của màng loa là : $K = K_o + K_1 = \omega_o^2m + \dfrac{p_oS^2}{V_o}$

* Tần số cộng hưởng của màng loa khi có hộp là f :

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\omega_o^2m + \frac{p_oS^2}{V_o}}{m}} = \sqrt{f_o^2 + \frac{p_oS^2}{4\pi^2V_om}}$$

* Với $f_o = 50$ (Hz) ; $p_o = 1atm = 1{,}03.10^5$ (N/m) ; $S = 300$ (cm^2) ; $m = 5$ (g) ; thay số ta có : $f \approx 115$ (Hz).

Chủ đề 10

SÓNG CƠ HỌC

1. *Sóng cơ học*

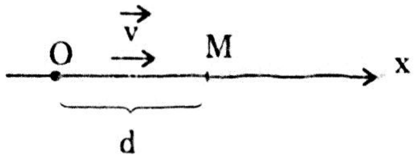
* Sự lan truyền các dao động cơ điều hòa trong môi trường vật chất.

* Là sự truyền năng lượng, là sự truyền pha dao động.

* Các phần tử môi trường vật chỉ dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng của nó, chứ không dịch chuyển theo sóng.

* Bước sóng : Khoảng cách giữa 2 điểm gần nhất dao động cùng pha.

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$



2. *Phương trình sóng*

Coi biên độ dao động không đổi.

* Tại O : $u = a\sin\omega t = a\sin\frac{2\pi}{T}t = a\sin 2\pi ft$

* Tại M : $u_M = a\sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$

* Hai điểm M, N có hiệu số pha là : $\Delta\varphi = \frac{2\pi(d_1 - d_2)}{\lambda}$

Chúng dao động cùng pha khi : $\Delta\varphi = 2n\pi$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$

Chúng dao động ngược pha khi : $\Delta\varphi = (2n + 1)\pi$

101. Cần rung có gắn mũi nhọn S với điểm A chạm vào mặt nước. Tần số cần rung f = 100 (Hz), tạo nên sóng trên mặt nước với biên độ a = 0,4 (cm). Khoảng cách giữa 2 ngọn sóng liên tiếp là 0,5 (cm). Tính :

1. Vận tốc truyền sóng trên mặt nước.

2. Tìm phương trình dao động ở M cách A một khoảng d = 5 (cm); coi a = const.

3. Tìm khoảng cách giữa 2 điểm trên mặt nước dao động cùng pha, ngược pha ?

4. Chiếu sáng mặt nước bằng đèn nhấp nháy phát ra 25 chớp sáng trong 1 (s). Khi đó người ta quan sát được gì ?

Giải

1. *v* :

+ Giữa 2 ngọn sóng liên tiếp là 1λ ; λ = 0,5 (cm)

+ $\lambda = \frac{v}{f}$ → $v = \lambda f = 0,5.10^{-2}.10^2 = 0,5$ (m/s)

2. *u_M* :

* Tại A giả sử $u_A = a\sin\omega t = a\sin 2\pi ft$

* Tại M : $u_M = a\sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$.

Với $2\pi f = 2\pi.100 = 200\pi$ (rad/s) ; $\frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{2\pi.5}{0,5} = 20\pi$

→ $u_M = 0,4\sin 200\pi(t - 0,1)$ (cm)

3. + Gọi MN = d ; hiệu số pha giữa M và N là : $\Delta\varphi = \frac{2\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} = \frac{2\pi d}{\lambda}$

+ M, N cùng pha khi : $\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} = 2\pi n$ $(n \in N)$

→ $d = n\lambda = 0,5n$ (cm) (d = 0; d = 0,5cm; d = 1cm; ...)

+ M và N ngược pha khi : $\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} = (2n + 1)\pi \rightarrow d = (n + 0{,}5)\lambda$

$$d = 0{,}5(n + 0{,}5) \text{ (cm)}$$

4. *Quan sát :*

+ Thời gian giữa 2 lần chớp sáng là t_o : $t_o = \frac{1}{25} = 0{,}04$ (s)

+ Chu kì của sóng : $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100} = 0{,}01$ (s)

+ Vậy $t_o = 4T$. Vậy trong khoảng 2 lần chớp sáng t_o, sóng đã truyền đi 4λ; các ngọn sóng đổi chỗ cho nhau. Như vậy khi có chớp sáng ta có cảm giác hình như sóng không lan truyền trên mặt nước (các ngọn sóng hay gợn lồi, các lõm sóng hay gợn lõm hình như đứng yên).

102. Tại O là nguồn phát sóng ngang trên mặt nước yên lặng, tần số f = 50 (Hz). Khoảng cách giữa 11 ngọn sóng là 20cm.

1. Tìm vận tốc truyền sóng.

2. Tại A cách O một khoảng 1 cm, biên độ của sóng là 2cm. Tìm biên độ của sóng tại M cách O một khoảng d = OM. Biết năng lượng không mất mát nhưng phân bố đều trên mặt đầu sóng.

3. Tìm biểu thức sóng tại M và vẽ dạng mặt nước theo 1 thiết diện thẳng qua O vào lúc t = 0,06 (s). Cho rằng t = 0 từ lúc O bắt đầu dao động theo chiều dương.

Giải

1.* Trong khoảng 11 ngọn sóng có $10\lambda = 20 \rightarrow \lambda = 2$ (cm)

* $\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow v = \lambda f = 2 \times 50 = 100$ (cm/s) = 1 (m/s)

2.* Gọi R là bán kính của các gợn sóng tròn. Năng lượng W của nguồn phân bố đều trên vòng tròn này nên trên 1 đơn vị chiều dài có năng lượng :

$$\omega = \frac{W}{2\pi d} \quad \text{(trong cùng 1s)}$$

* Năng lượng của sóng ở 1 điểm thì bằng Ka^2 (a là biên độ) :

$$\left.\begin{array}{l} Ka_A^2 = \dfrac{W}{2\pi d_A} \\ Ka_M^2 = \dfrac{W}{2\pi d_M} \end{array}\right\} \rightarrow a_M = a_A\sqrt{\frac{d_A}{d_M}}$$

$$a_M = 2\sqrt{\frac{1}{d}} = \frac{2}{\sqrt{d}} \text{ (cm)}$$

3.* Ở O có : $u_0 = a_0 \sin\omega t = a_0 \sin 100\pi t$ (1)

* Ở M : $u_M = a_M \sin 100\pi t\left(t - \frac{d}{v}\right) = \frac{2}{\sqrt{d}} \sin(100\pi t - \pi d)$ (cm)

* Dạng mặt nước là 1 đường sin trong mặt phẳng đã cho, với chu kì không gian $\lambda = 2$ (cm).

* Lúc t = 0,06 (s) thì :

$$x_M = \frac{2}{\sqrt{d}} \sin(100\pi.0{,}06 - \pi d) = \frac{2}{\sqrt{d}} \sin(6\pi - \pi d) = -\frac{2}{\sqrt{d}} \sin\pi d$$

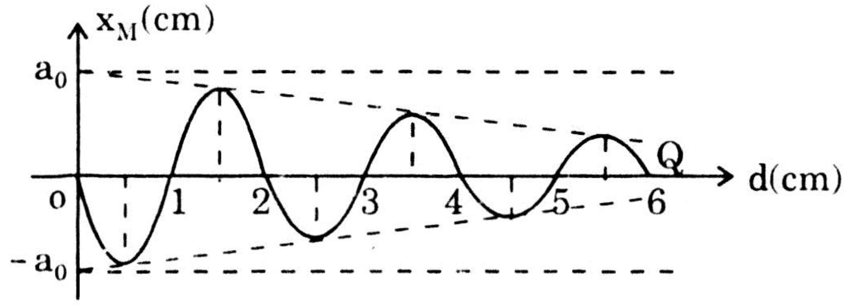
* Điều kiện của d là : $d \leq vt = 100 \times 0{,}06 = 6$ (cm)

Sau t = 0,06 (s) sóng mới chỉ truyền đi 1 đoạn d = 6 (cm) từ O. Xét M dịch từ O (d = 0) trở đi, giả sử trong 1 chu kì λ ; cho d = 0, $\frac{1}{2}$, 1, $\frac{3}{2}$, 2 (cm) ; tìm a_M theo $\frac{2}{\sqrt{d}}$ và x_M ; ... cho đến khi d = 6 (cm).

* Vẽ dạng sóng lên đồ thị :

d (cm)	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2
x_M (cm)	0	$-2\sqrt{2}$	0	$\frac{4}{\sqrt{6}}$	0

* Nhìn từ trên nhìn xuống mặt nước ta thấy có 3 vòng gợn lồi và 3 vòng gợn lõm. Sóng mới chỉ truyền đến điểm Q.



103. O là nguồn phát sóng ngang trên mặt nước tần số f = 16 (Hz).

1. Hai điểm có sóng đi qua M, N cách nhau 6 (cm) trên đường thẳng đi qua O luôn luôn dao động cùng pha.

Tìm vận tốc truyền sóng, biết $0{,}4 \leq v \leq 0{,}6$ (m/s).

2. M cách O một khoảng 6 (cm). So sánh biên độ dao động ở M và N.

Giải

1.* Theo giả thiết : MN = Kλ.

* Do $\lambda = \frac{v}{f}$ nên $MN = \frac{Kv}{f} \rightarrow v = \frac{f.MN}{K} = 16.\frac{0,06}{K} = \frac{0,96}{K}$ (m/s)

* Điều kiện : $0,4 \le \frac{0,96}{K} \le 0,6 \rightarrow 1,6 \le K \le 2,4$

Vậy $K = 2$ và $v = \frac{0,96}{2} = 0,48$ (m/s)

2.* Tương tự bài 92 : biên độ tỉ lệ nghịch với căn bậc 2 của khoảng cách đến nguồn O :

$$\frac{a_M}{a_N} = \sqrt{\frac{r_N}{r_M}}$$ với $r_N = MN + MO = 12$ (cm), $r_M = 6$ (cm)

* Vậy $\frac{a_M}{a_N} = \sqrt{\frac{12}{6}} = \sqrt{2} = 1,41$

Chủ đề 11

GIAO THOA SÓNG CƠ HỌC

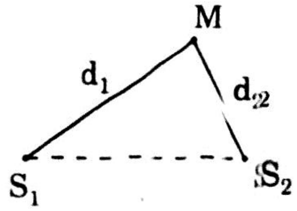
I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. *Điều kiện*

* Có 2 nguồn kết hợp $\begin{cases} \text{có cùng } T(f, \lambda) \\ \text{có } \Delta\varphi = \text{const theo thời gian} \end{cases}$

* 2 nguồn kết hợp sinh ra 2 sóng kết hợp.

2. *Sự giao thoa*



* Hai nguồn S_1, S_2 kết hợp.

* M có sự chồng chất của 2 sóng kết hợp.

* Hiệu số pha của 2 sóng :

+ Giả sử S_1, S_2 có phương trình dao động : $u = a \sin 2\pi ft$ (1)

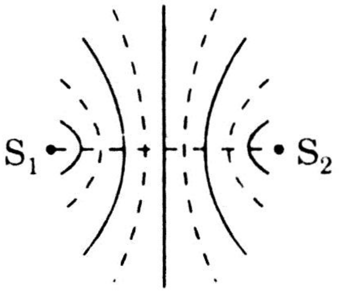
+ M trễ pha so với S_1 : $\Delta\varphi_1 = 2\pi\frac{d_1}{\lambda}$

M trễ pha so với S_2 : $\Delta\varphi_2 = 2\pi\frac{d_2}{\lambda}$

+ M có độ lệch pha 2 sóng là : $\Delta\varphi_{12} = \Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)$ (2)

+ Coi biên độ a = const.

- Nếu $\Delta\varphi_{12} = 2\pi n$ ($n \in N$) thì $d_1 - d_2 = n\lambda$: Biên độ dao động tổng hợp cực đại. Quỹ tích các điểm này là vân giao thoa (các đường dao động cực đại, đường liền nét)
- Nếu $\Delta\varphi_{12} = 2\pi\left(n + \frac{1}{2}\right) \rightarrow d_1 - d_2 = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$: Biên độ tổng hợp ở đó bằng O, các điểm này đứng yên. Quỹ tích các điểm này là những đường không dao động (vân đứng yên).
- Có thể viết phương trình dao động từ S_1, S_2 gửi tới M, cộng ly độ, dùng phép biến đổi lượng giác tìm dao động tổng hợp rồi biện luận biên độ dao động.



II. CÁC BÀI TOÁN

104. Hai nguồn sóng kết hợp A và B trên mặt nước rộng có tần số f. Coi biên độ sóng không đổi a = const là biên độ của hai nguồn.

1. Khoảng cách giữa 2 ngọn sóng liên tiếp là 2mm, vận tốc truyền sóng v = 0,9 (m/s). Tìm f ?
2. M_1 và M_2 là 2 điểm trên mặt nước :

   $M_1A = d_1 = 3{,}5$ (cm) ; $M_1B = d_1' = 6{,}9$ (cm) ; $M_2A = d_2 = 3$ (cm);

   $M_2B = d_2' = 6{,}5$ (cm). Tìm biên độ dao động của M_1, M_2 ?
3. Khoảng cách giữa A, B là AB = 4 (cm). Tìm số gợn sóng trong khoảng AB.

Giải

1. Do $\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow f = \frac{v}{\lambda}$ (1)

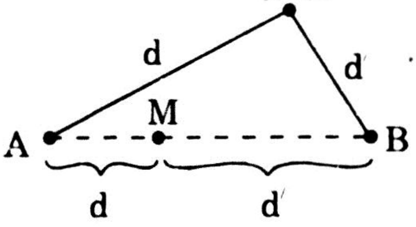
- Giả thiết cho $\lambda = 2\text{mm} \rightarrow f = \frac{0{,}9}{2.10^{-3}} = 450$ (Hz)

2. Phương trình dao động ở A và B : $u = a\sin 2\pi ft$ (2)

- Phương trình sóng ở M truyền từ A, B là :

$$u_1 = a\sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) \qquad (3)$$

$$u_2 = a\sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi d'}{\lambda}\right) \qquad (4)$$



- 2 dao động này cùng phương (sóng ngang) nên dao động tổng hợp là :

$$u = u_1 + u_2 = a\left[\sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) + \sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi d'}{\lambda}\right)\right] \qquad (5)$$

* Biến đổi lượng giác (5) ta có :

$$u = 2a\cos\frac{\pi(d'-d)}{\lambda}\cdot\sin\left(2\pi ft - \frac{\pi(d'+d)}{\lambda}\right) \qquad (6)$$

* Biên độ dao động tổng hợp là : $\mathcal{A} = 2a\left|\cos\frac{\pi(d'-d)}{\lambda}\right|$ (7)

* Áp dụng (7) cho M_1, M_2 ta có :

$$+\ M_1 \rightarrow \quad \mathcal{A}_1 = 2a\left|\cos\frac{\pi(d_1'-d_1)}{\lambda}\right| = 2a\left|\cos\frac{\pi(6,9-3,5)}{0,2}\right| = 2a\left|\cos 17\pi\right| = 2a$$

$$+\ M_2 \rightarrow \quad \mathcal{A}_2 = 2a\left|\cos\frac{\pi(d_2'-d_2)}{\lambda}\right| = 2a\left|\cos\frac{\pi(6,5-3)}{0,2}\right| = 2a\left|\cos 17,5\pi\right| = 0$$

3.* Có các gợn sóng trên AB khi $d - d' = K\lambda$ (8)

* Hơn nữa ta cũng có : $d + d' = AB$ (9)

* Từ (8) và (9) suy ra : $d = \frac{AB}{2} + \frac{K\lambda}{2}$ (10)

* Mặt khác : $0 < d < AB$ (trừ A, B)

nên : $0 < d = \frac{AB}{2} + \frac{K\lambda}{2} < AB$ (11)

* Thay số và giải (11) ta có : $-20 < K < 20$

Vậy K nguyên có các giá trị sau : $K = -19, -18, \ldots, -1, 0, 1, \ldots, 18, 19$

Nghĩa là trên AB có $N = 2 \times 19 + 1 = 39$ (gợn sóng).

105. Hai nguồn sóng kết hợp A và B trên mặt nước có phương trình $u = a\sin\omega t$. Biên độ do 2 sóng từ A và B truyền tới M đều bằng 1 (mm). Vận tốc truyền sóng là 3 (m/s). $MA = d_1 = 2$ (m); $MB = d_2 = 2,5$ (m). Tần số dao động là 20 (Hz).

1. Viết phương trình dao động ở M.

2. d_1 và d_2 phải thế nào để dao động do A và B gây ra ở M cùng pha, ngược pha ? Khi đó biên độ tổng hợp ở M bằng bao nhiêu ?

Gợi ý

* Tương tự bài 94, ta có : $u_M = 2a_o\cos\frac{\pi(d_2-d_1)}{\lambda}\sin\left(\omega t - \frac{\pi(d_1-d_2)}{\lambda}\right)$

* $\lambda = 0,15$ (m) ; $\omega = 40\pi$ (rad/s)

$d_2 - d_1 = K\lambda$ $(K = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$ có $\mathcal{A}_{max} = 2a_o = 2$ (mm)

$d_2 - d_1 = \left(K + \frac{1}{2}\right)\lambda$ có $\mathcal{A} = 0$

106. Trên mặt thoáng chất lỏng có hai nguồn kết hợp A, B cách nhau 20cm. Phương trình dao động của A và B là : $u_A = u_B = \sin 100\pi t$ (cm/s) vận tốc truyền sóng v = 4 (m/s).

1. Tìm biên độ và pha ban đầu của sóng tạo tại trung điểm O của AB.

2. Gọi M là một điểm trên đường trung trực của AB và cách O một đoạn x. Tìm x để M dao động cùng pha với 2 nguồn.

Giải

1.* $\omega = 100\pi = 2\pi f \quad \rightarrow \quad f = 50$ (Hz)

* $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{4}{50} = 0{,}08$ (m)

* Sóng từ A, B đến O : $u_1 = \sin(100\pi t - \dfrac{2\pi}{\lambda} l) = u_2$

* Sóng tổng hợp ở O là : $u_o = u_1 + u_2 = 2\sin(100\pi t - \dfrac{2\pi}{\lambda} l)$

Biên độ ở O là $\mathcal{A}$ = 2cm ; pha ban đầu :

$$\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda} l = -\frac{2\pi}{0{,}08}.0{,}1 = -2{,}5\pi \text{ (rad)}$$

2.* Ở M : $r = \sqrt{l^2 + x^2}$

* Sóng từ A và B tới M : $u_1 = \sin\left(100\pi t - \dfrac{2\pi}{\lambda} r\right) = u_2$

* Sóng tổng hợp ở M là : $u_M = u_1 + u_2 = 2\sin\left(100\pi t - \dfrac{2\pi}{\lambda} r\right)$

* Muốn M dao động cùng pha với A, B thì hiệu số pha của nó với A, B phải là : $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda} r - 0 = 2K\pi \quad \rightarrow \quad r = K\lambda$

$$\sqrt{l^2 + x^2} = K\lambda \quad \rightarrow \quad x^2 = K^2\lambda^2 - l^2$$

Với x thỏa mãn $K^2\lambda^2 - l^2 > 0$

$$K > \frac{l}{\lambda} = \frac{0{,}1}{0{,}08} = 1{,}25 \quad \text{hay} \quad |K| > 1$$

(K = ± 2, ± 3, ± 4, ...)

107. Hai âm thoa dao động tại S_1 và S_2 cách nhau một đoạn $S_1S_2 = 10\lambda$

Phương trình dao động của S_1, S_2 là : $u_{S1} = a\sin\omega t$

$u_{S2} = a\sin(\omega t + \pi/2)$

Coi a = const. Tìm trên S_1S_2 có mấy điểm nghe âm to nhất, không nghe được âm.

Giải

* Phương trình sóng ở M do S_1 và S_2 gửi tới là :

$$u_1 = a\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}d_1\right)$$

$$u_2 = a\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{\lambda}d_2\right)$$

* Dao động tổng hợp ở M là :

$$u = u_1 + u_2 = a\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}d_1\right) + a\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{\lambda}d_2\right)$$

$$u = 2a\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - \frac{\pi}{4}\right]\sin\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) + \frac{\pi}{4}\right] \qquad (1)$$

* Điểm nghe âm to nhất khi

$$\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - \frac{\pi}{4}\right] = \pm 1 = \cos k\pi$$

$$\rightarrow \quad \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - \frac{\pi}{4} = k\pi \quad \rightarrow \quad d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda \quad (k \in Z)$$

* Số điểm cực đại : $-10\lambda < d_2 - d_1 < 10\lambda$

$$-10\lambda < \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda < 10\lambda \quad \rightarrow \quad -10{,}25 < k < 9{,}75$$

Chọn k = −10, −9, ..., −1, 0, 1, . ., 8, 9 → có 20 điểm nghe âm to nhất.

* Nghe âm bé nhất (không nghe) khi :

$$\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - \frac{\pi}{4}\right] = 0 = \cos\left(m + \frac{1}{2}\right)\pi$$

$$\rightarrow \quad d_2 - d_1 = \left(m + \frac{3}{4}\right)\lambda$$

$$-10\lambda < \left(m + \frac{3}{4}\right)\lambda < 10\lambda \quad \rightarrow \quad -10{,}75 < m < 9{,}25$$

Chọn m = −10, −9, ..., −1, 0, 1, ..., 8, 9. Vậy có 20 điểm không nghe được âm.

108. 1. Ở S có nguồn dao động f = 440 (Hz) tạo nên sóng nước. Khoảng cách giữa 2 ngọn sóng liên tiếp là 2 (mm). Tìm vận tốc truyền sóng v?

2. Có 2 nguồn S_1, S_2 giống S cách nhau S_1S_2 = 4cm tạo nên 2 sóng kết hợp trên mặt nước. Coi a = const. Tìm số gợn sóng trên đoạn S_1S_2 ?

3. M_1, M_2 là 2 điểm trên mặt nước : $M_1A = d_1 = 3{,}25$ (cm) ; $M_1B = d'_1 = 6{,}75$ (cm) và $M_2A = d_2 = 3{,}3$ (cm) ; $M_2B = d'_2 = 6{,}7$ (cm). Trạng thái dao động ở M_1 và M_2 có gì đáng chú ý ?

4. Giả sử v = const, tăng tần số 2 nguồn S_1, S_2 lên p lần thì số gợn sóng ở câu 2 thay đổi thế nào ?

Giải

1.* Giả thiết cho $\lambda = 2$ (mm)

* $\lambda = \dfrac{v}{f} \quad \rightarrow \quad v = \lambda f = 2.10^{-3} \times 440 = 0{,}88$ (m/s)

2.* Trên mặt nước có giao thoa.

* Biên độ tổng hợp ở $M \in S_1S_2$ là cực đại khi :

$$\left.\begin{aligned} d' - d &= K\lambda = 0,2K \\ \text{và } d' + d &= S_1S_2 = 4\text{cm} \end{aligned}\right\} \rightarrow \quad d' = 2 + 0{,}1K \qquad (1)$$

* Điều kiện : $0 < d' < 4$ (2)

* (1) và (2) suy ra : $-20 < K < 20$ (3)

K = −19, −18, ..., 0, ..., 18, 19. Trên AB có 39 gợn sóng.

3.* Ở S_1 và S_2 có phương trình dao động : $u = a\sin 2\pi ft$ (4)

* Các sóng từ S_1, S_2 gửi đến M là : $u_1 = a\sin\left(2\pi ft - \dfrac{2\pi d}{\lambda}\right)$ (5)

$$u_2 = a\sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi d'}{\lambda}\right) \qquad (6)$$

* Dao động tổng hợp ở M :

$$u = 2a\cos\frac{\pi(d' - d)}{\lambda}.\sin\left[2\pi ft - \frac{\pi(d' + d)}{\lambda}\right] \qquad (7)$$

* Tại M_1 : $\left|\cos\dfrac{\pi(d'_1 - d_1)}{\lambda}\right| = \left|\cos\dfrac{\pi(6,75 - 3,25)}{0,2}\right| = |\cos 17{,}5\pi| = 0$

→ M_1 có $\mathcal{A} = 0$; M_1 không dao động.

* Tại M_2 : Tương tự thay số : $\cos\dfrac{\pi(d'_2 - d_2)}{\lambda} = \cos 17\pi = -1$

$$\frac{\pi(d'_2 + d_2)}{\lambda} = 50\pi \quad \rightarrow \quad u_{M2} = -2a\sin(2\pi ft - 50\pi) = -2a\sin 2\pi ft$$

* Vậy : $\begin{cases} M_1 \text{ đứng yên.} \\ M_2 \text{ dao động ngược pha với } S_1, S_2 \text{ nhưng có biên độ gấp đôi.} \end{cases}$

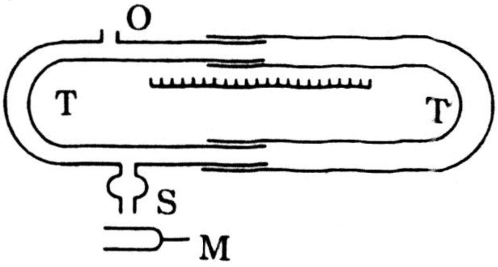
4.* Bây giờ $f' = pf$ nên $\lambda' = \dfrac{v}{f'} = \dfrac{v}{pf} = \dfrac{\lambda}{p}$

* Vậy : $\left.\begin{matrix} d' - d = K\lambda' = \dfrac{K\lambda}{p} \\ d' + d = 4 \end{matrix}\right\} \rightarrow \quad d' = 2 + 0{,}1\dfrac{K}{p}$ (8)

* Do $0 < d' < 4$ nên : $-20p < K < 20p$ $(K = 0, \pm1, \pm2, \ldots)$

Vậy có tất cả là $20p \times 2 + 1 - 2 = 40p - 1$. Do đó trên S_1S_2 bây giờ có $40p - 1$ gợn sóng.

109. Muốn tìm bước sóng và vận tốc âm ta dùng ống Köenig : T là 1 ống thủy tinh dạng chữ U có 2 lỗ hở : S nguồn âm, O để tai nghe. T' là ống thủy tinh chữ U lồng khít vào ống T, dịch chuyển được với độ dịch đo bằng thước.



1. Âm thoa M dao động tạo nguồn phát âm. Tai nghe đặt ở O. Ống chứa chất khí. Dịch T' ta thấy lúc nghe âm rất nhỏ, lúc không nghe âm nữa. Giải thích hiện tượng.
2. Trong ống chứa không khí khô ở 0^oC. Ống được chỉnh để không nghe âm. Dịch T' đến vị trí mới gần nhất, lại không nghe được âm. Khoảng dịch là 33cm. Biết vận tốc âm là $v = 330$ (m/s). Tìm tần số f của âm thoa.
3. Thay không khí khô bằng khí Hyđrô ở 0^oC. Khoảng cách 2 lần liên tiếp im lặng khi dịch T' là 125,6 (cm). Tìm vận tốc âm trong khí Hyđrô.
4. Bây giờ ống lại chứa không khí khô ở θ^oC. Khoảng cách giữa 2 lần liên tiếp im lặng là 36,3 (cm) khi dịch T'. Tìm θ^o ? Biết vận tốc âm trong cùng một chất khí tỉ lệ với $\sqrt{T^oK}$.

Giải

1.* Sóng âm từ S truyền theo 2 con đường : $S \rightarrow T \rightarrow O$ (d_1) và $S \rightarrow T' \rightarrow O$ (d_2). Tại O, 2 sóng dao động cùng phương (cộng được ly độ). Dao động tổng hợp ở O có biên độ $\mathcal{A} = 0$ khi : $d_1 - d_2 = (2K + 1)\dfrac{\lambda}{2}$

và có biên độ $\mathcal{A}_{max}$ khi : $d_1 - d_2 = K\lambda$

* Vậy sẽ nghe âm to nhất $(\mathcal{A}_{max})$ nếu : $d_1 - d_2 = K\lambda$

Sẽ không nghe được âm $(\mathcal{A} = 0)$ nếu : $d_1 - d_2 = \left(K + \dfrac{1}{2}\right)\lambda$

2. *Không khí khô ở 0^oC :* dịch T' thì d_2 đổi, $d_1 = \text{const}$.

* Lúc đầu không nghe âm : $d_1 - d_2 = (2K + 1)\dfrac{\lambda}{2}$ (1)

* Lần không nghe âm tiếp theo : $d_1 - d'_2 = [(2K + 1) + 1]\frac{\lambda}{2}$ (2)

* (1) và (2) → $d_2 - d'_2 = \lambda = 2a$ (a : khoảng dịch 1 nhánh ống T')

Vậy $\lambda = 2a = 66$ (cm) = 0,66 (m)

* Do $\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{330}{0,66} = 500$ (Hz)

3. *Khí Hydrô :*

* a_1 là khoảng dịch 1 nhánh ống T'. Lập luận tương tự ta có :

$$\lambda_1 = 2a_1 = 251,2cm = 2,512\ (m)$$

* Do $v_1 = \lambda_1 f$ nên : $v_1 = 2,512 \times 500 = 1256$ (m/s) (f = 500 (Hz) = const)

4. *Không khí khô ở 0°C :*

* Lập luận tương tự câu 2, a_2 khoảng dịch 1 nhánh ống T' ở 0°C có

$$\lambda_2 = 2a_2 = 72,6\ (cm).$$

* Vận tốc âm ở θ°C là : $v_\theta = \lambda_2 f = 0,726 \times 500 = 363$ (m/s)

Vận tốc âm ở 0°C là : $v_o = 330$ (m/s)

* Theo giả thiết : $$\left.\begin{matrix} v_\theta = K\sqrt{\theta^o + 273^o} \\ v_o = K\sqrt{273^o} \end{matrix}\right\} \rightarrow \frac{\theta^o + 273^o}{273^o} = \left(\frac{v_\theta}{v_o}\right)^2$$

Vậy : $$\frac{\theta^o + 273^o}{273^o} = \left(\frac{363}{330}\right)^2 \rightarrow \theta^o = 57,33^oC.$$

110. Hai âm nhỏ (coi là 2 nguồn sóng âm) S_1, S_2 cách nhau $S_1S_2 = 16m$, cùng phát ra âm cơ bản f = 420 (Hz), cùng biên độ a, cùng pha ban đầu φ. Vận tốc âm trong không khí là v = 336 (m/s).

1. Chứng minh rằng trên đoạn S_1S_2 có các điểm không nhận được âm. Tìm các điểm đó (trừ S_1, S_2). Coi a = const.

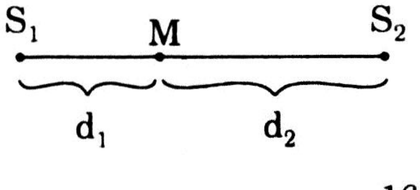
2. Xác định biểu thức dao động âm tại trung điểm M_o của S_1S_2 và tại M' trên S_1S_2 và cách M_o một khoảng 20cm.

Giải

1.* Cho rằng phương trình dao động ở S_1, S_2 như nhau là :

$$S = a\sin\omega t \qquad (1)$$

* Chú ý : $\lambda = \frac{v}{f}$; $\omega = 2\pi f$; ta có sóng từ S_1, S_2 gửi tới M là:



$$S_1 = a\sin 2\pi\left(ft - \frac{d_1}{\lambda}\right) \qquad (2)$$

$$S_2 = a\sin 2\pi\left(ft - \frac{d_2}{\lambda}\right) \quad (3)$$

* Dao động S_1, S_2 ở M cùng phương (dùng được phương pháp cộng ly độ), và biến đổi lượng giác, ta có :

$$S_M = S_1 + S_2 = 2a\cos\left[\frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda}\right]\sin\left[2\pi ft - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda}\right] \quad (4)$$

* M có $\mathcal{A} = 0$ khi $\mathcal{A} = 2a\left|\cos\frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda}\right| = 0$ (không nghe âm)

và $d_1 - d_2 = (2K + 1)\frac{\lambda}{2}$ (5)

* M có $\mathcal{A}_{max} = 2a$ khi $\left|\cos\frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda}\right| = 1$ (nghe âm to nhất)

và $d_1 - d_2 = K\lambda$ (6)

* Vậy trên S_1S_2 sẽ có những điểm M không nhận được âm thỏa mãn biểu thức (5).

* Ta có : $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{336}{420} = 0,8$ (m) ; $S_1S_2 = 16$ (m)

* Không nghe âm khi : $d_1 - d_2 = (2K + 1)\frac{\lambda}{2} = 0,4(2K + 1)$ (7)

và $d_1 + d_2 = S_1S_2 = 16$ (8)

Từ (7) và (8) ta có : $d_1 = 8,2 + 0,4K$ (9)

* Với $0 < d_1 < 16$ và (9) ta có : $0 < 8,2 + 0,4K < 16$ (10)

Nghiệm của (10) là : $-20,5 < K < 19,5$ (11)

* Do K nguyên nên ta có :

K	–20	–19	–18	....	–1	0	1	......	18	19
d_1 (m)	0,2	0,6	1,0	....	7,8	8,2	8,6	......	15,4	15,8

Trên S_1S_2 có 40 điểm không nhận được âm, các điểm này cách nhau $0,4\text{ (m)} = \frac{\lambda}{2}$

2.* Ở M_o : $d_1 = d_2 = 8$ (m) $= 10\lambda$ và $d_1 - d_2 = 0$; $\left|\cos\frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda}\right| = 1$

Vậy ở M_o có $\mathcal{A} = 2a$; $d_1 + d_2 = 16$ (m) $= 20\lambda$

$$S_{M_o} = 2a\cos\left(\frac{\pi.10\lambda}{\lambda}\right)\sin\left(2\pi ft - \frac{\pi.20\lambda}{\lambda}\right)$$

$$S_{M_o} = 2a\sin(2\pi ft)$$

Điểm M_0 dao động tổng hợp có biên độ cực đại và cùng pha với 2 nguồn S_1, S_2.

* Ở M' cách M_0 một khoảng 0,2m nghĩa là $d_1 = 7{,}8$ (m) hay $d_1 = 8{,}2$ (m). Vậy theo câu 1, M' không nhận được âm (đứng yên).

Chủ đề 12

SÓNG DỪNG

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Sóng có các nút và các bụng cố định trong không gian gọi là sóng dừng. (Sóng tổng hợp "dừng" tại chỗ).

2. Để có sóng dừng phải có 2 đoàn sóng tới và phản xạ kết hợp, chồng chất nhau. Khi đó sẽ có điểm bụng (với biên độ dao động tổng hợp cực đại) và có điểm nút (biên độ dao động tổng hợp bằng 0).

3. Điều kiện có sóng dừng :

* Dây 2 đầu cố định, l là độ dài của dây thì : $l = n\dfrac{\lambda}{2}$ $(n = 1, 2, ...)$

Chiều dài của dây bằng số nguyên lần nửa bước sóng. (Hay dây chứa số nguyên lần bó sóng hay múi sóng. Bó sóng là khoảng giữa 2 nút gần nhau nhất).

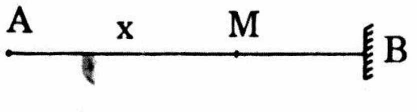
* Dây có 1 đầu cố định, một đầu tự do (bụng) thì : $l = \left(n - \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda}{2}$

Chiều dài của dây bằng một số bán nguyên lần nửa bước sóng.

II. CÁC BÀI TOÁN

111. Một sợi dây mảnh AB không dãn chiều dài l, đầu B cố định, đầu A dao động (xem hình). Phương trình dao động tại đầu A là :

$$u_A = U_0 \sin\omega t$$



Với $\omega = 2\pi f$; u_A và U_0 là ly độ và biên độ dao động. Dao động có phương trình vuông góc với dây.

1. Viết phương trình dao động tại M cách A khoảng x do sự giao thoa của sóng tới và sóng phản xạ. Biết tốc độ truyền sóng trên dây là v. Coi U_0 = const. Coi A và B là các nút.

2. Tìm điều kiện để trên dây có sóng dừng.

3. Biết $l = 1{,}2$ (m) ; $f = 100$ (Hz) ; $v = 40$ (m/s) ; $U_0 = 1{,}5$ (cm).

a) Trên dây có sóng dừng không ? Nếu có hãy xác định số điểm nút và bụng trên dây.

b) Xác định bề rộng của 1 bụng sóng và tốc độ dao động cực đại của bụng sóng.

c) Nếu muốn trên dây có 12 bụng sóng thì f phải bằng bao nhiêu ?

Giải

1. *Phương trình dao động :*

* Sóng tới M là :

$$u_1 = U_0 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad (1)$$

* Sóng phản xạ tại M :

$$u_2 = -U_0 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi(2l - x)}{\lambda}\right) \quad (2)$$

* Dao động tổng hợp ở M; cộng ly độ, biến đổi lượng giác để có :

$$u_M = u_1 + u_2 = 2U_0 \sin\frac{2\pi}{\lambda}(l - x).\cos\left(\omega t - \frac{2\pi l}{\lambda}\right) \quad (3)$$

* Vậy dao động tổng hợp ở M là dao động điều hòa, cùng tần số với dao động ở A, có biên độ dao động tổng hợp là $\mathcal{A}$:

$$\mathcal{A} = 2U_0\left|\sin\frac{2\pi}{\lambda}(l - x)\right| \quad (4)$$

2. *Điều kiện để có sóng dừng :*

* Do ở A có x = 0, theo (4) ở đó có $\mathcal{A} = 0$ và

$$\sin\frac{2\pi l}{\lambda} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{2\pi l}{\lambda} = n\pi \quad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

* Vậy $l = n\dfrac{\lambda}{2}$ (5)

(5) → điều kiện có sóng dừng là chiều dài của dây bằng một số nguyên lần nửa bước sóng.

3.a) *Dây có sóng dừng không ?*

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{40}{100} = 0{,}4 \text{ (m)} = 40 \text{ (cm)}$$

$$l = 1{,}2 \text{ (m)} = 3 \times 0{,}4 = 6 \times 0{,}2 = 6\frac{\lambda}{2} \quad (6)$$

(6) theo đúng (5) nên trên dây có sóng dừng và chứa 6 bó sóng. Vậy trên dây có 7 nút (kể cả A và B) và có 6 bụng sóng.

b) *Bề rộng của bụng sóng :*

* Bụng sóng có biên độ $\mathcal{A} = 2U_0$ nên bề rộng của bụng bằng :

$$2\mathcal{A} = 4U_0 = 4 \times 1{,}5 = 6 \text{ (cm)}.$$

* Vận tốc cực đại của bụng sóng là :

$$v_{max} = \mathcal{A}\omega = \mathcal{A}2\pi f = 4\pi U_0 f$$

$$v_{max} = 4 \times 3{,}14 \times 1{,}5.10^{-2} \times 10^{2} = 18{,}84 \text{ (m/s)}$$

c) *f = ? để có 12 bụng sóng :*

* Điều kiện sóng dừng cho ta : $l = n\dfrac{\lambda}{2} = \dfrac{n}{2}\dfrac{v}{f}$

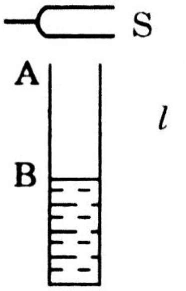
* Vậy $f = \dfrac{nv}{2l}$

* Ở đây $f' = \dfrac{n'v}{2l}$

Phần trên : $f = \dfrac{nv}{2l}$

$$\left.\begin{aligned} f' &= \frac{n'v}{2l} \\ f &= \frac{nv}{2l} \end{aligned}\right\} \rightarrow \quad f' = f\frac{n'}{n} = 100.\frac{12}{6} = 200 \text{ (Hz)}.$$

112. Âm thoa trên miệng ống khí hình trụ AB. Chiều dài l = AB; cột khí trên ống nước thay đổi được nhờ dịch chuyển mực nước đầu B. Âm thoa phát ra âm cơ bản. Trong không khí có sóng dừng.



1. Giải thích hiện tượng.
2. Khi cho l ngắn nhất là l_0 = 13 (cm) thích hợp thì ta nghe âm do S phát ra to nhất. Tìm tần số dao động f của âm thoa S. Biết B là 1 nút, A hở là 1 bụng. Vận tốc âm trong cột khí AB là v = 340 (m/s).
3. Dịch B cho l = 65 (cm) lại nghe âm to nhất. Tìm số bụng sóng trong AB.

Gợi ý

* Có giao thoa → có sóng dừng

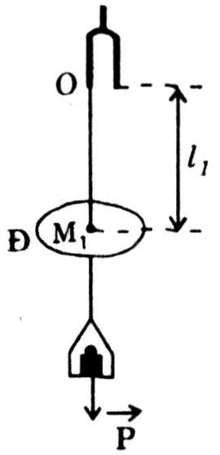
* $l_0 = \dfrac{\lambda}{4} \rightarrow \lambda \rightarrow f = 653{,}85 \text{ (Hz)}$

* So sánh ta có $l = 5l_0$; có 2,5 bó sóng

A → B có 3 bụng (A là bụng) và 3 nút.

113. Một sợi dây không dãn, thẳng đứng gắn vào đầu 1 âm thoa dao động với tần số f = 50 (Hz). Lỗ thủng nhỏ trên đĩa kim loại Đ để gửi cho đầu M_1 của dây bất động.

1. Khi trọng lượng vật treo P = 20 (N), dịch đĩa và để $M_1O = l_1 = 1$ (m), ta có sóng dừng mà O và M_1 là các nút, giữa dây có 1 bụng sóng.



a) Tìm vận tốc truyền sóng trên dây ?

b) Biết $v = \sqrt{\frac{P}{\mu}}$ với P là trọng lượng làm căng dây, μ là khối lượng của 1m chiều dài dây. Tìm μ ?

2. Với trọng lượng treo P' bằng mấy thì OM_1 có 4 bụng sóng và O, M_1 là các nút.

3. Vẫn P = 20N ngưng dịch Đ tới M_2 sao cho $OM_2 = l_2$ ta thấy trên OM_2 có 2 bụng sóng và O, M_2 là các nút. Tìm l_2.

Gợi ý

1.* $l_1 = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f}$ → v = 100 (m/s) ; λ = 2 (m)

* Công thức suy ra $\mu = \frac{\rho}{v^2}$ = 2 (g/m)

2. Có 4 bó sóng → ρ' = 1,25 (N)

3. f = const, v = const → l_2 = 2 (m)

114. Một nam châm điện có điện trở R = 2Ω được mắc vào cuộn thứ cấp của 1 máy biến thế mà số vòng của cuộn sơ cấp và thứ cấp lần lượt là n_1 = 2400 (vòng) và n_2 = 120 (vòng). Dòng điện qua nam châm I_2 = 2 (A), công suất của nam châm điện là P_2 = 8 (W) khi cuộn sơ cấp mắc vào nguồn xoay chiều U = 120 (V), f = 50 (Hz).

1. Tìm L của cuộn dây nam châm điện, cường độ dòng qua cuộn sơ cấp, góc lệch pha φ_2 giữa dòng qua nam châm và hiệu điện thế 2 đầu nam châm điện.

2. Đặt nam châm điện trên sợi dây thép căng ngang giữa 2 điểm A, B cố định cách nhau 1,2 (m). Dây rung và trên dây hình thành sóng dừng với 4 bụng sóng. Tìm vận tốc truyền dao động trên dây.

3. Dùng nam châm nói trên kích thích 1 âm thoa mà ở 2 đầu 1 nhánh có gắn mẩu dây nhỏ chữ U để tạo ra 1 hệ vân giao thoa trên mặt chất lỏng. Ta thấy 1 gợn sóng thẳng, mỗi bên gợn đó có 4 gợn sóng hình hypebol. Khoảng cách giữa 2 nhánh chữ U là 3,6 (cm). Tính vận tốc truyền sóng trên mặt chất lỏng. Coi vị trí mỗi nhánh chữ U ở rất gần nút sóng. Biết $\frac{1}{\pi} = 0,32$.

Giải

1.* U_1, I_1, n_1 và U_2, I_2, n_2 là hiệu điện thế hiệu dụng, dòng điện hiệu dụng và số vòng dây của cuộn sơ cấp và thứ cấp.

* Do $$\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow U_2 = U_1\frac{n_2}{n_1} = 120.\frac{120}{2400} = 6\ (V)$$

* $$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} \rightarrow I_1 = I_2\frac{U_2}{U_1} = 2.\frac{6}{120} = 0{,}1\ (A)$$

* $$P_2 = U_2I_2\cos\varphi_2 \rightarrow \cos\varphi_2 = \frac{P_2}{U_2I_2} = \frac{8}{6\times 2} = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow \varphi_2 = \arccos\left(\frac{2}{3}\right) \approx 48^0 \quad (= 0{,}84\ \text{rad})$$

* $$P = I_2^2R \rightarrow R = 2\Omega$$

* $$\tan\varphi_2 = \frac{\omega L}{R} \rightarrow L = \frac{R\tan\varphi_2}{\omega} = \frac{R\tan\varphi_2}{2\pi f}$$

Thay số ta có : $L = 7{,}1$ (mH).

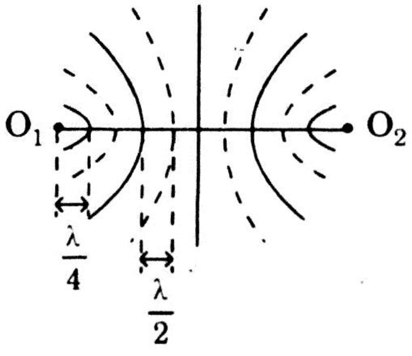
2.* Dòng xoay chiều qua cuộn dây, nó gây nên lực từ tác dụng lên mẩu dây có I đi qua, F từ này biến thiên với tần số $f' = 2f = 100$ (Hz), tạo nên sóng tới và phản xạ trên dây kết hợp nên có sóng dừng.

* Vì trên dây có 4 bụng sóng, A và B là nút nên trên dây có 4 bó sóng và

$$AB = 4\frac{\lambda}{2} = 2\lambda \rightarrow \lambda = \frac{AB}{2} = \frac{1{,}2}{2} = 0{,}6\ (m)$$

* Vận tốc truyền sóng trên dây là :

$$v = \lambda f' = 0{,}6 \times 100 = 60\ (m/s)$$



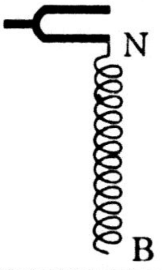
3.* Không kể nguồn, có 9 gợn sóng liên tiếp cách nhau $\frac{\lambda}{2}$.

Vậy trong khoảng O_1O_2 có 9 nửa bước sóng.

$$3{,}6 = 9\frac{\lambda}{2} \rightarrow \lambda = 0{,}8\ (cm)$$

* Vận tốc truyền sóng : $v = \lambda f' = 0{,}8 \times 100 = 80$ (cm/s) = 0,8 (m/s).

15. Một lò xo dài 1m (coi là không có khối lượng) được treo thẳng đứng vào đầu 1 nhánh âm thoa dao động với tần số 50 (Hz). Ta thấy đầu dưới lò xo là 1 bụng và 3 nút (kể cả ở N coi là 1 nút).



1. Tìm vận tốc truyền sóng trên lò xo.

2. Nếu giữ B cố định, phải thay âm thoa trên bằng âm thoa có tần số bao nhiêu để sóng dừng xuất hiện và vẫn có 2 nút ở giữa (trừ N và B)

Gợi ý

1. Có 2,5 bó sóng → $\lambda = 0{,}8\ (m)$; $v = 40\ (m/s)$

2. 3 bó sóng → $f' = 60\ (Hz)$.

Chủ đề 13

SÓNG ÂM

116. Nguồn âm N coi như nguồn điểm. A cách N khoảng NA = 1 (m) có mức cường độ âm $L_A = 90$ (dB). Biết ngưỡng nghe của âm là $I_o = 10^{-10}\ (W/m^2)$.

1. Tìm cường độ âm I_A của âm đó ở A.

2. Tìm cường độ âm I_B và mức cường độ âm L_B ở B cách N khoảng NB = 10 (m) trên NA. Coi môi trường hoàn toàn không thu âm.

3. Coi N là nguồn đẳng hướng. Tìm công suất phát âm của N.

Giải

1.* Biết $L_A = 10\lg\dfrac{I_A}{I_o} = 90 \quad \rightarrow \quad \lg\dfrac{I_A}{I_o} = 9 = \lg I_A - \lg I_o$

* Vậy $\lg I_A = 9 + \lg I_o = 9 + \lg 10^{-10} = -1$

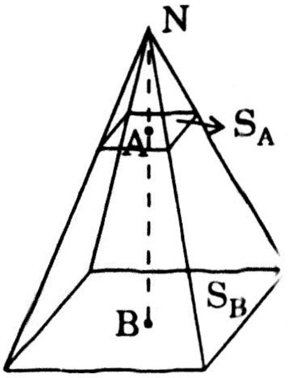
* Vậy $I_A = 10^{-1} (W/m^2)$

2.* Phần năng lượng qua S_A vuông góc với phương truyền sóng trong 1s là E_A thì :

$$I_A = \frac{E_A}{S_A} \qquad (2)$$

* Cũng phần năng lượng này qua mặt S_B trong 1s :

$$I_B = \frac{E_A}{S_A} \qquad (3)$$



$$* \quad \frac{I_B}{I_A} = \frac{S_A}{S_B} = \left(\frac{NA}{NB}\right)^2 = \left(\frac{1}{10}\right)^2 = 0{,}01 = \frac{I_B}{I_A}$$

$$\rightarrow \quad I_B = 0{,}01.10^{-1} = 10^{-3}\ (W/m^2)$$

$$* \quad L_B = 10\lg\frac{I_B}{I_o} = 10\lg\frac{10^{-3}}{10^{-10}} = 10\lg 10^7 = 70\ (dB)$$

3. * Lấy mặt cầu tâm N bán kính NA có diện tích

$$S = 4\pi(NA)^2 = 4\pi.1^2 = 4\pi\ (m^2)$$

* Năng lượng âm qua mặt cầu này là E_A nên công suất bức xạ là :

$$W = \frac{I_A.S}{t} = \frac{10^{-1}.4\pi}{1} \approx 1,26\ (W).$$

117. Một ống sáo dọc, miệng lỗ thổi hơi (nguồn âm) cách lỗ ứng với âm La cao là 19 (cm).

1. Tính tần số của La cao đó, biết rằng ở 2 đầu cột không khí trong ống sáo (đầu chỗ nguồn âm và đầu ở nốt La cao) là hai bụng sóng dừng. Vận tốc âm trong không khí ở nhiệt độ phòng là 331 (m/s).

2. Tính khoảng cách giữa miệng lỗ thổi hơi và lỗ ứng với âm Đô cao (có tần số 518 (Hz)) trên ống sáo đó.

3. Biết rằng có âm La trầm và âm Đô trầm có tần số bằng nửa tần số của âm La cao và Đô cao. Hãy tính khoảng cách giữa 2 lỗ ứng với hai âm La, và khoảng cách giữa 2 lỗ ứng với hai âm Đô trên ống sáo đó.

Giải

1. *Tần số âm La cao :*

* Gọi λ_1, f_1 : bước sóng, tần số ứng với âm La cao.

* Theo giả thiết : khoảng cách 2 bụng sóng đã cho là l_1 :

$$l_1 = K\frac{\lambda_1}{2} = \frac{K}{2}\frac{v}{f_1} \qquad \rightarrow \qquad f_1 = K\frac{v}{2l_1}$$

* Với âm La cơ bản, K = 1

$$f_1 = \frac{v}{2l_1} = \frac{331}{2\times 0,19} \approx 871\ (Hz)$$

2. *Từ lỗ thổi đến lỗ âm Đô cao :*

* Tương tự với âm Đô cao (cơ bản)

$$f_2 = \frac{v}{2l_2} = \frac{2l_1f_1}{2l_2} = \frac{l_1f_1}{l_2} \qquad \rightarrow \qquad l_2 = l_1\frac{f_1}{f_2}$$

* $$l_2 = 19.\frac{871}{518} \approx 31,9\ (cm)$$

3. *Các khoảng cách :*

* *La trầm :*

$$+\quad f_3 = \frac{1}{2}f_1\ ; \qquad \frac{l_3}{l_1} = \frac{f_1}{f_3} = 2 \qquad \rightarrow \qquad l_3 = 2l_1 = 38\ (cm)$$

+ Khoảng cách 2 lỗ La trầm và La cao là Δl_1 :

$$\Delta l_1 = l_3 - l_1 = 38 - 19 = 19\ (\text{cm})$$

* *Đô trầm :*

+ $f_4 = \frac{1}{2}f_2$; $\frac{l_4}{l_2} = \frac{f_2}{f_4} = 2 \rightarrow l_4 = 2l_2 = 2 \times 31{,}9 = 63{,}8\ (\text{cm})$

+ Khoảng cách giữa 2 lỗ Đô trầm, Đô cao là Δl_2 :

$$\Delta l_2 = l_4 - l_2 = l_2 = 31{,}9\ (\text{cm}).$$

118. Có 1 ống sáo bằng nhôm ở 15°C. Cột không khí trong ống là 1 hộp cộng hưởng có hai bụng sóng ở hai đầu.

1. Tìm khoảng cách từ miệng lỗ thổi hơi (nguồn âm) đến lỗ ứng với nốt La_3 (có tần số 440 (Hz)). Vận tốc truyền âm trong không khí tỉ lệ thuận với $\sqrt{T}$ (T là nhiệt độ tuyệt đối của không khí). Ở 0°C vận tốc âm là 330 (m/s).
2. Ở nhiệt độ 35°C thì âm ứng với nốt La_3 của ống sáo đó sẽ có tần số là bao nhiêu ? Hệ số nở dài của nhôm là $2{,}3.10^{-5}\ K^{-1}$.

Giải

1. *Khoảng cách từ miệng lỗ đến nốt La_3 :*

* Theo giả thiết l phải tìm : $l = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f}$

* v, v_o : vận tốc âm ở 15°C = 288°K và 0°C = 273°K

$$\frac{v}{v_o} = \sqrt{\frac{T}{T_o}} = \sqrt{\frac{288}{273}} \rightarrow v = v_o\sqrt{\frac{288}{273}} = 330\sqrt{\frac{288}{273}} = 339\ (\text{m/s})$$

* Vậy $l = \frac{v}{2f} = \frac{339}{2 \times 440} \approx 0{,}385\ (\text{m}) = 38{,}5\ (\text{cm})$

2. *Tần số âm ở 35°C :*

* Chiều dài từ miệng lỗ đến La_3 ở 15°C và 35°C là l và l' :

$$\left.\begin{aligned} l &= l_o(1 + \alpha \times 15) \\ l' &= l_o(1 + \alpha \times 35) \end{aligned}\right\} \rightarrow l' = l\frac{1 + 35\alpha}{1 + 15\alpha} \approx l(1 + 20\alpha)$$

$$l' = 38{,}5(1 + 20 \times 2{,}3.10^{-5}) \approx 38{,}67\ (\text{cm})$$

* Vận tốc âm ở 35°C = 308°K là v'.

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{308}{288}} \rightarrow v' = v\sqrt{\frac{308}{288}} = 339\sqrt{\frac{308}{288}} \approx 350{,}5\ (\text{m/s})$$

* Tần số âm La_3 lúc 35°C là f' :

$$f' = \frac{v'}{2l'} = \frac{350{,}5}{2 \times 0{,}3867} \approx 452\ (\text{Hz})$$

Chương II

DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Hiệu điện thế u biến đổi điều hòa theo thời gian :

$u = U_0\sin\omega t$ là hiệu điện thế xoay chiều dạng sin.

2. Đặt hiệu điện thế này vào mạch, nó sẽ cưỡng bức dao động sinh ra dòng xoay chiều dạng sin :

$$i = I_0\sin(\omega t + \varphi)$$

3. I_0, φ tùy thuộc vào cấu trúc của mạch xoay chiều.

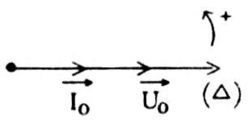
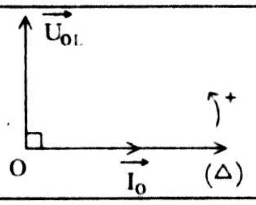
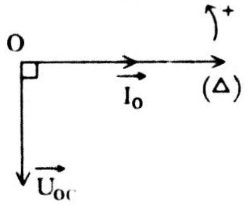
ω = tần số góc của u; nó quan hệ với chu kì T và tần số f của dòng xoay chiều theo biểu thức :

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}; \quad \omega = 2\pi f$$

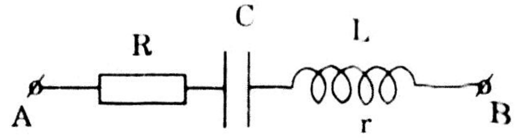
4. Các giá trị hiệu dụng không phụ thuộc chiều dòng điện xoay chiều, đánh giá hiệu quả sử dụng của dòng xoay chiều :

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}, \quad E = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$$

5. *Các loại mạch xoay chiều đơn giản :* $i = I_0\sin\omega t$

Mạch	Điện trở	Định luật Ohm cho	Giản đồ Fresnel
Chỉ có điện trở hoạt động	$R(\Omega)$ Tiêu hao năng lượng. Không làm lệch pha u và i	$i = \frac{u}{R}$ $I = \frac{U}{R}$ $I_0 = \frac{U_0}{R}$	 $\overrightarrow{I_0}$ $\overrightarrow{U_0}$ (Δ) +
Chỉ thuần cảm kháng	$Z_L = \omega L\ (\Omega)$ Không tiêu hao năng lượng. Làm u_L sớm pha hơn i một góc $\pi/2$	$I = \frac{U}{Z_L}$ $I_0 = \frac{U_0}{R}$	 $\overrightarrow{U_{0L}}$ O $\overrightarrow{I_0}$ (Δ) +
Chỉ thuần dung kháng	$Z_C = \frac{1}{\omega C}(\Omega)$ Không tiêu hao năng lượng. Làm u_C muộn pha hơn i một góc $\pi/2$	$I = \frac{U}{Z_C}$ $I_0 = \frac{U_0}{Z_C}$	 O $\overrightarrow{I_0}$ (Δ) + $\overrightarrow{U_{0C}}$

6. *Mạch R, L, C nối tiếp :*

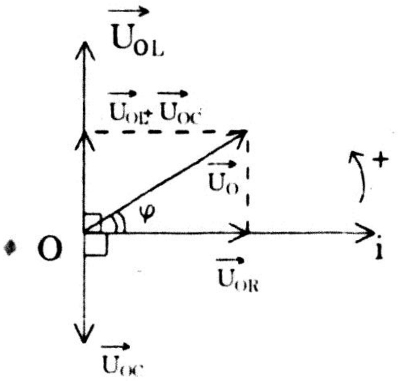


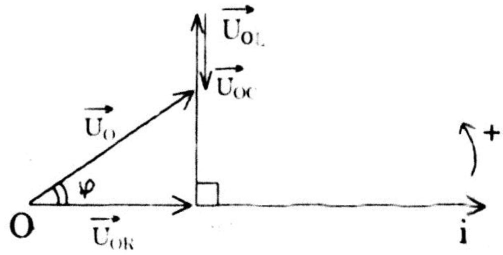
+ Cho $\quad i = I_o \sin \omega t$

thì $\quad u = U_o \sin(\omega t + \varphi)$

(u : hiệu điện thế giữa A, B)

+ Với $U_o = I_o Z$


$\vec{U}_{OL}$
$\vec{U}_{OL} + \vec{U}_{OC}$
$\vec{U}_O$
φ
+
O
i
$\vec{U}_{OR}$
$\vec{U}_{OC}$


$\vec{U}_{OL}$
$\vec{U}_{OC}$
$\vec{U}_O$
φ
+
O
$\vec{U}_{OR}$
i

Z là tổng trở của mạch : $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

+ Và φ xác định qua : $\quad \tan\varphi = \dfrac{Z_L - Z_c}{R}$ $\quad$ (xem giản đồ véctơ)

* Nếu $\varphi > 0$; $Z_L > Z_C$; $\quad$ u sớm pha hơn i

* Nếu $\varphi < 0$; $Z_L < Z_C$; $\quad$ u trễ pha hơn i

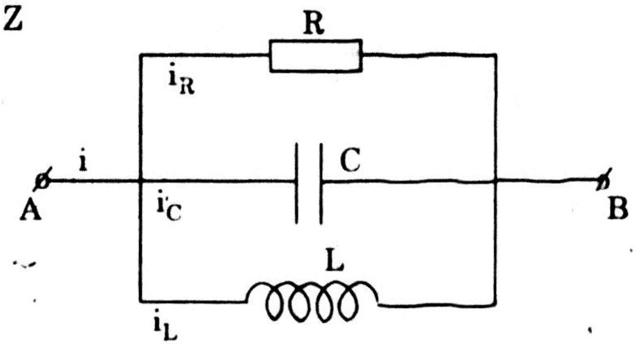
* Nếu $\varphi = 0$; $Z_L = Z_C$; $\quad \omega L = \dfrac{1}{\omega C}$ hay $\omega^2 LC = 1$……

Mạch có cộng hưởng điện (u và i cùng pha) :

$$I_{o\,max} = \frac{U_o}{Z_{min}} = \frac{U_o}{R}$$

* Chú ý có thể dùng : $\quad \cos\varphi = \dfrac{R}{Z}$

Nếu trong mạch cuộn dây có r thì trong Z; R được thay bằng $R_o = R + r$.


R
i_R
i
C
A
i_C
B
L
i_L

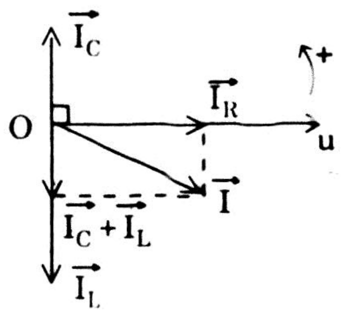
7. *Mạch có R , L , C song song :*

+ Cho $\quad u = U_o \sin \omega t$

thì $\quad i = I_o \sin(\omega t + \varphi)$

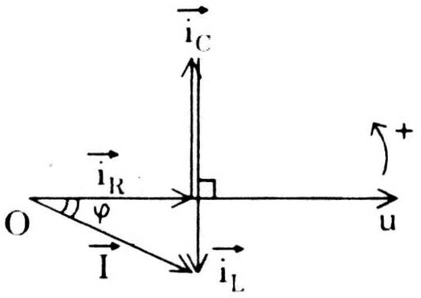
+ Với $I_o = \dfrac{U}{Z}$; Z là tổng trở của mạch tính theo công thức :

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{Z_C} - \frac{1}{Z_L}\right)^2$$


$\vec{I}_C$
+
$\vec{I}_R$
O
u
$\vec{I}$
$\vec{I}_C + \vec{I}_L$
$\vec{I}_L$

Và φ tính theo : $\operatorname{tg}\varphi = R\left(\frac{1}{Z_C} - \frac{1}{Z_L}\right)$

+ Khi $Z_L = Z_C$ hay $\omega^2 LC = 1$ thì $\varphi = 0$ (u và i cùng pha). Ta có cộng hưởng trong mạch song song.



8. *Công suất của dòng xoay chiều :*

$$P = UI\cos\varphi; \qquad \cos\varphi = \frac{R}{Z} \quad \text{và} \quad P = I^2R$$

9. *Dòng ba pha :*

* Ba dòng lệch pha $\frac{2\pi}{3}$.

* Mắc hình sao, nếu ba tải cân đối thì ở dây trung hòa có i = 0.

* $U_d = \sqrt{3}U_P$ (U_d, U_P là hiệu điện thế giữa hai dây pha và hiệu điện thế giữa một dây pha và một dây trung hòa).

10. *Máy biến thế :*

* Dòng cuộn sơ và hiệu điện thế cuộn thứ có cùng tần số.

* Mạch thứ cấp hở : $\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}$

* Mạch thứ cấp kín, bỏ qua hao phí : $\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$

II. CÁC LOẠI BÀI TOÁN

Chủ đề 1

MẠCH XOAY CHIỀU NỐI TIẾP

119. Một đoạn mạch nối tiếp gồm một cuộn cảm và một điện trở R. Hiệu điện thế hiệu dụng trên toàn mạch là $U = \sqrt{7}$ (V), trên cuộn cảm là $U_{L,r} = 2$ (V), trên điện trở là $U_R = 1$ (V). Cường độ dòng qua mạch ở thời điểm t bất kì là : $i = 10^{-3}\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (A)

Tính : **a)** R.

b) r của cuộn cảm.

c) L của cuộn cảm.

d) $u_{L,r}$ ở thời điểm bất kì.

Gợi ý

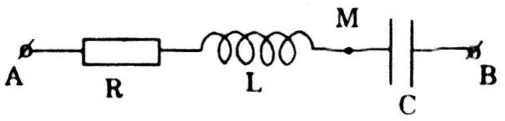
* Tìm : $Z_{rL} = 2000$ (Ω) ; $Z = 1000\sqrt{7}$ (Ω) ; $R = 1000$ (Ω)

* Giải phương trình của Z_{rL} và $Z \rightarrow r = 1000\Omega$

* Tìm trở lại : $Z_L = 1000\sqrt{3}\ \Omega$, $\quad L = \dfrac{10\sqrt{3}}{\pi}$ H

* Tìm : $U_{0Lr} = 2\sqrt{2}$ V ; $\varphi_{cd} = +\dfrac{\pi}{3} \quad \rightarrow \quad u_{rL} = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t + \dfrac{\pi}{3})$ (V)

120. Cho mạch điện như hình vẽ, cuộn dây thuần cảm kháng có độ tự cảm L, tụ điện có điện dung C, điện trở có giá trị R.



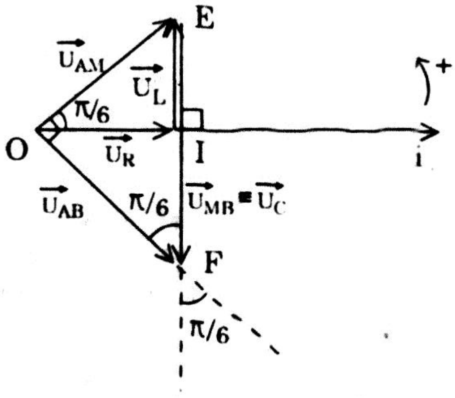
Hai đầu A, B duy trì hiệu điện thế $u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

Giá trị hiệu dụng của cường độ dòng điện là 0,5 (A). Biết hiệu điện thế giữa A và M sớm pha hơn dòng điện một giá trị π/6 (rad); hiệu điện thế giữa hai đầu M và B trễ pha hơn giữa hiệu điện thế giữa A và B một góc π/6 (rad). Tìm R và C. Viết biểu thức hiệu điện thế giữa A và M.

Giải

* Giả thiết suy ra : $\omega = 100\pi$ (rad/s); $U_{AB} = \dfrac{U_0}{\sqrt{2}} = 100$ (V)

* Vẽ giản đồ theo giả thiết.



* Từ giản đồ suy ra $\vec{U}_{AM} \perp \vec{U}_{AB}$

Và : $\quad U_{AM} = \dfrac{1}{2}U_{MB}$

$$U_{MB}^2 = U_{AB}^2 + U_{AM}^2 = U_{AB}^2 + \frac{1}{4}U_{MB}^2$$

$$\rightarrow \quad U_{MB} = \frac{2}{\sqrt{3}}U_{AB} = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ (V)}$$

Vậy : $\quad U_{AM} = \dfrac{1}{2}U_{MB} = \dfrac{100}{\sqrt{3}}$ (V)

$$* \qquad Z_C = \frac{U_{MB}}{I} = \frac{1}{\omega C} \quad \rightarrow \quad C = \frac{I}{\omega U_{MB}} = \frac{0,5}{100\pi.\dfrac{200}{\sqrt{3}}}$$

Vậy : $\quad C = \dfrac{\sqrt{3}}{4\pi}.10^{-4}$ (F)

* Từ Δ vuông OIE ta có :

$$U_L = \frac{1}{2}.U_{AM} = \frac{1}{2}.\frac{100}{\sqrt{3}} = \frac{50}{\sqrt{3}}\text{ V}$$

$$U_R = \sqrt{U_{AM}^2 - U_L^2} = \sqrt{\left(\frac{100}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{50}{\sqrt{3}}\right)^2} = 50\text{ V}$$

$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{50}{0,5} = 100\,\Omega$$

* $U_{0AM} = U_{AM}\sqrt{2} = 100\sqrt{\frac{2}{3}}$ V. Do u có $\varphi = 0$; $\vec{U}_{AM} \perp \vec{U}_{AB}$ nên U_{AM} sớm pha hơn U_{AB} một góc $\frac{\pi}{2}$. Do đó : $u_{AM} = 100\sqrt{\frac{2}{3}}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$ (V)

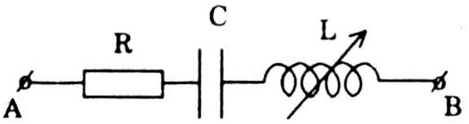
* *Đáp số :* $C = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}.10^{-4}$(F) ; $R = 100\Omega$

$$u_{AM} = 100\sqrt{\frac{2}{3}}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})\text{ (V)}$$

121. Cho đoạn mạch như hình. Hai đầu A, B có hiệu điện thế :

$u = 170\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V); $R = 80$ (Ω);

$C = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}$ (F); $L = 0 \rightarrow \frac{5}{\pi}$(H)



1. Điều chỉnh $L = L_o$ để công suất của mạch cực đại. Tìm L_o và công suất lúc này ? Khi đó hiệu điện thế hiệu dụng trên tụ bằng mấy ?
2. Giả sử tụ chỉ chịu được $U_{Cmax} = 220\sqrt{2}$ (V) thì L thay đổi trong khoảng nào để tụ không bị hư hỏng ?

Giải

1.* Từ giả thiết ta có : $\omega = 100\pi$ (rad/s) ; $U = 170$ (V)

* $$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{2\pi}.10^{-4}} = 200\,(\Omega)$$

* $P = I^2R$, P_{max} khi I_{max} và là lúc $Z_{Lo} = Z_C = \omega L_o$

$$\rightarrow \quad L_o = \frac{Z_C}{\omega} = \frac{200}{100\pi} = \frac{2}{\pi}\text{ (H)}$$

* Khi $L = L_o$ thì $I_{max} = I_m = \frac{U}{R} = \frac{170}{80} = \frac{17}{8}$ (A)

$$P_{max} = I_m^2R = \left(\frac{17}{8}\right)^2 \times 80 \approx 361\text{ (W)}$$

* $$U_C = I_mZ_C = \frac{17}{8} \times 200 \approx 425\text{ (V)}$$

2.* $U_{C\max} = U_m = 220\sqrt{2}\,(V) \rightarrow I_m = \dfrac{U_{C\max}}{Z_C} = \dfrac{220\sqrt{2}}{200} = 1{,}1\sqrt{2}\,(A)$

* Vậy để tụ không hỏng thì :

$U_C \le U_m$ và $I \le 1{,}1\sqrt{2}\,(A)\ (I \le I_m)$

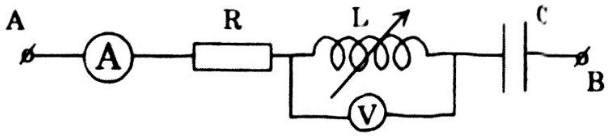
* $$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \le I_m \rightarrow Z_L \ge Z_C + \sqrt{\left(\frac{U}{I_m}\right)^2 - R^2}$$

$$Z_L \ge 200 + \sqrt{\left(\frac{170}{1{,}1\sqrt{2}}\right)^2 - (80)^2} \approx 274{,}5\,(\Omega)$$

* Với $Z_L = \omega L \ge 274{,}5\,(\Omega) \rightarrow L \ge \dfrac{274{,}5}{\omega}$

$$L \ge \frac{274{,}5}{100\pi} = \frac{2{,}745}{\pi}\,(H)$$

* Vậy để tụ không bị thủng thì $L = \dfrac{2{,}745}{\pi}\,(H) \rightarrow \dfrac{5}{\pi}\,(H)$



122. Cho mạch R, L, C như hình. Cuộn dây thuần cảm L, vôn kế có $R_V = \infty$; ampe kế có $R_a = 0$.

Khi $L \approx L_1 = \dfrac{1}{\pi}$ (H) thì số chỉ của ampe kế là cực đại, công suất mạch lúc đó là 200W. Khi $L = L_2 = \dfrac{2}{\pi}$ (H) thì số chỉ của vôn kế là cực đại và bằng 200 (V).

1. Tính R, ω, C.

2. Viết biểu thức u_{AB}, xem pha ban đầu bằng 0.

Giải

1.* *$L = L_1$:*

+ Ampe kế chỉ I_{max} khi $Z_{L_1} = Z_C$, khi đó : $I_{max} = I_1 = \dfrac{U}{R}$ (1)

+ Công suất của mạch : $P = I_1^2 R = \dfrac{U^2}{R}$ (2)

* *$L = L_2$:*

+ Vôn kế chỉ : $U_L = I_2 Z_L = \dfrac{U^2 Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \dfrac{U^2}{\sqrt{y}}$ (3)

+ Với : $y = \dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2}$ (4)

+ Lấy đạo hàm (4) theo Z_L ta có :

$$y' = \frac{2Z_LZ_C - 2Z_C^2 - 2R^2}{Z_L^3} = \frac{2Z_LZ_{L1} - 2Z_{L1}^2 - 2R^2}{Z_L^2} \qquad (5)$$

- Khi $y' = 0$ là khi $L = L_2$ và do (5) cho nó bằng 0, ta có :

$$Z_{L2} = \frac{R^2 + Z_{L1}^2}{Z_{L1}} \qquad (6)$$

Hay : $R^2 = Z_{L1}Z_{L2} - Z_{L1}^2$ (7)

Khi đó $U_{Lmax} = 200$ (V)

Thay (7) vào (3) ta có :

$$U_{Lmax} = \frac{U}{\sqrt{1 - \dfrac{Z_{L1}}{Z_{L2}}}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \dfrac{L_1}{L_2}}} \qquad (\text{với } Z_{L1} = Z_C) \qquad (8)$$

Thay số vào (8) :

$$200 = \frac{U}{\sqrt{1 - \dfrac{1/\pi}{2/\pi}}} \rightarrow U = 100\sqrt{2} \text{ (V)} \qquad (9)$$

+ Tính R từ (2) : $R = \dfrac{U^2}{P} = \dfrac{(100\sqrt{2})^2}{200} = 100 (\Omega)$ (10)

+ Từ (7) ta có : $R^2 = \omega^2(L_1L_2 - L_1^2)$

$$\rightarrow \omega = \frac{R}{\sqrt{L_1L_2 - L_1^2}} = \frac{100}{\sqrt{\dfrac{1}{\pi}.\dfrac{2}{\pi} - \left(\dfrac{1}{\pi}\right)^2}} = 100\pi \text{ (rad/s)} \qquad (11)$$

+ $Z_{L1} = Z_C \rightarrow C = \dfrac{1}{\omega^2L_1} = \dfrac{1}{(100\pi)^2.\dfrac{1}{\pi}} = \dfrac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F)

2.+ Đã có $\varphi = 0$, $U = 100\sqrt{2}$ (V) $\rightarrow$ $U_o = U\sqrt{2} = 200$ (V)

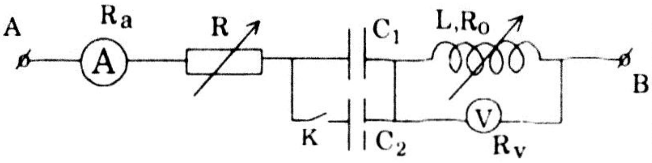
$\omega = 100\pi$ (rad/s) nên :

+ $u_{AB} = 200\sin 100\pi t$ (V)

Đáp số : $R = 100$ (Ω) ; $\omega = 100\pi$ (rad/s) ; $C = \dfrac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F)

$u_{AB} = 200\sin 100\,\pi t$ (V)

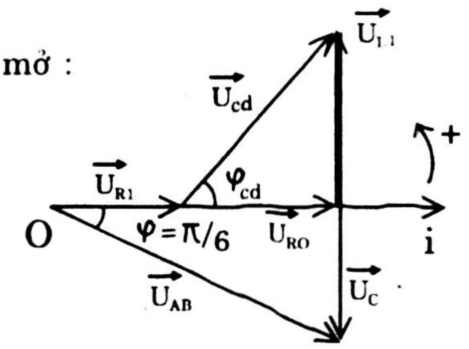
123. Cho mạch như hình. Cho $u_{AB} = 160\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).



1. Để R ở giá trị R_1, L ở giá trị L_1. Khóa K mở, ampe kế chỉ 1 A và dòng điện nhanh pha hơn $\pi/6$ so với hiệu điện thế u_{AB}. Vôn kế chỉ 120V và hiệu điện thế hai đầu điện kế nhanh pha $\pi/3$ so với dòng trong mạch. Tính R_1, L_1, C_1, R_o. Biết $R_a = 0$, $R_V = \infty$.

2. Thay đổi R đến giá trị R_2 và độ tự cảm L đến giá trị L_2. Khi khóa K đóng, dòng hiệu dụng trong mạch lớn gấp 3 lần khi K mở và hai dòng này vuông pha với nhau. Tìm hệ số công suất của mạch khi K mở.

Giải



1. $R = R_1$; $L = L_1$; $I = 1$ (A) ; $U_{cd} = 120$ (V) ; K mở :

+ Với giản đồ theo bài ra cho cuộn dây

$$Z_{cd} = \frac{U_{cd}}{I} = \frac{120}{1} = 120\,(\Omega)$$

$$\vec{U}_{cd} = \vec{U}_{Ro} + \vec{U}_{L1} \quad \text{và} \quad tg\varphi_{cd} = \frac{Z_{L1}}{R_o}$$

$$tg\varphi_{cd} = \frac{Z_{L1}}{R_o} = \tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3} \quad \rightarrow \quad Z_{L1} = R_o\sqrt{3}$$

$$Z_{cd}^2 = R_o^2 + Z_{L1}^2 = R_o^2 + (\sqrt{3}R_o)^2 = 4R_o^2 = (120)^2 \quad \rightarrow \quad R_o = 60\,(\Omega)$$

Vậy : $Z_{L1} = \omega L_1 \rightarrow L_1 = \dfrac{Z_{L1}}{\omega} = \dfrac{R_o\sqrt{3}}{\omega} = \dfrac{60\sqrt{3}}{100\pi} = \dfrac{0{,}6\sqrt{3}}{\pi}$ (H)

+ Với toàn mạch : $Z = \dfrac{U}{I} = \dfrac{160}{1} = 160\,(\Omega)$

$$\tan\varphi = \frac{Z_{L1} - Z_{C1}}{R_o + R_1} = tg\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \rightarrow \quad Z_{C1} = Z_{L1} + \frac{R_o + R_1}{\sqrt{3}} \quad (*)$$

Hay $\quad R_1 = R_o = -\sqrt{3}(Z_{L1} - Z_{C1}) \quad$ (1)

Mặt khác $\quad Z^2 = (R_o + R_1)^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2 \quad$ (2)

Thay (1) và (2) ta có : $\quad R_o + R_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}Z \quad \rightarrow \quad R_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}Z - R_o \quad$ (3)

Thay số vào (3) ta có : $\quad R_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}.160 - 60 = 80\sqrt{3} - 60 \approx 78{,}6\,(\Omega)$

+ Thay các giá trị $Z_{L_1} = R_o\sqrt{3} = 60\sqrt{3}\,(\Omega)$, $R_o = 60\,(\Omega)$, $R_1 \approx 78{,}6\,(\Omega)$ vào (*) ta có $\quad Z_{C1} = 184\,(\Omega)$.

$Z_{C1} = \frac{1}{\omega C_1}$ → $C_1 = \frac{1}{\omega Z_{C1}} = \frac{1}{100\pi.184} \approx 17,3.10^{-6}(F) = 17,3\ (\mu F)$

+ *Đáp số :* $R_o = 60\ (\Omega)$; $L_1 = \frac{0,6\sqrt{3}}{\pi}(H)$; $R_1 \approx 78,6\ (\Omega)$; $C_1 \approx 17,3\ (\mu F)$

2. $R = R_2$, $L = L_2$:

a) *K đóng :*

* Z_1, φ_1, I_1 : tổng trở cả mạch, góc lệch pha u và i, dòng hiệu dụng trong mạch, ta có :

* $$Z_1 = \frac{U}{I_1}; \quad \cos\varphi_1 = \frac{R_o + R_2}{Z_1} \qquad (1)$$

b) *K mở :*

* Z_2, φ_2, I_2 : tổng trở, góc lệch pha u và i, dòng hiệu dụng

* $$Z_2 = \frac{U}{I_2}; \quad \cos\varphi_2 = \frac{R_o + R_2}{Z_2} \qquad (2)$$

c) *Giải :*

* Do $I_1 = 3I_2$ nên theo (1) và (2) → $Z_2 = 3Z_1$ (3)

* Theo (1), (2) và (3) → $\cos\varphi_1 = 3\cos\varphi_2$ (4)

* Do i_2 và i_2 vuông pha với nhau nên : $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^o$ và

$$\cos\varphi_1 = \sin\varphi_2 = \sqrt{1 - \cos^2\varphi_2} \qquad (5)$$

* Kết hợp (4) và (5) : $3\cos\varphi_2 = \sqrt{1-\cos^2\varphi_2}$ → $\cos\varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{10}} \approx 0,32$

d) Đáp số : K mở, hệ số công suất là $\cos\varphi_2 \approx 0,32$.

124. Cho một cuộn dây thuần cảm L, tụ có điện dung C và một biến trở nối tiếp vào hiệu điện thế : $u_{AB} = 120\sqrt{2}\sin 120\pi t$ (V)

Biết : $L = \frac{1}{4\pi}(H)$ và $C = \frac{10^{-2}}{48\pi}(F)$

1. Cho $R = R_1 = 10\sqrt{3}(\Omega)$. Viết biểu thức dòng điện trong mạch và hiệu điện thế hai đầu tụ C.
2. Chứng tỏ rằng có hai giá trị biến trở R_2, R_3 để công suất của mạch điện cực đại $P_o = 576$ (W). Tìm hai giá trị đó. Chứng minh rằng $R_2.R_3 = (Z_L - Z_C)^2$.

   Chứng minh rằng góc lệch pha φ_2 và φ_3 (ứng với hai giá trị R_2, R_3) của dòng điện so với hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch là hai góc phụ nhau : $\varphi_2 + \varphi_3 = 90^o$.

Giải

1. *$R = R_1 = 10\sqrt{3}\,(\Omega)$; i ; u_C*

* $$\omega = 120\pi\ (\text{rad/s}) ; \qquad Z_L = \omega L = 120\pi.\frac{1}{4\pi} = 30\ (\Omega)$$

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{120\pi.\dfrac{10^{-2}}{48\pi}} = 40\,(\Omega)$$

* Tổng trở mạch :

$$Z = \sqrt{R_1^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + (30 - 10)^2} = 20\,(\Omega)$$

* Do $U_o = 120\sqrt{2}$ (V) nên dòng cực đại của mạch là I_o

$$I_o = \frac{U_o}{Z} = \frac{120\sqrt{2}}{20} = 6\sqrt{2}\,(\text{A})$$

$$\text{tg}\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R_1} = \frac{30 - 40}{10\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \qquad \varphi = -\frac{\pi}{6}$$

Hiệu điện thế toàn mạch muộn pha hơn dòng một góc π/6 nên dòng sớm pha hơn hiệu điện thế một góc π/6 :

$$i = 6\sqrt{2}\sin(120\pi t + \frac{\pi}{6})\ (\text{A})$$

* Trên tụ : $U_{oC} = I_0 Z_C = 6\sqrt{2}.40 = 240\sqrt{2}$ (V)

u_C muộn pha hơn dòng một góc π/2 nên :

$$u_C = 240\sqrt{2}\sin(120\pi t + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2})\ (\text{V})$$

Hay : $$u_C = 240\sqrt{2}\sin(120\pi t - \frac{\pi}{3})\ (\text{V})$$

2. *Khi $P_o = 576$ (W) :*

* $$P_o = I^2R = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \qquad \rightarrow \qquad 576 = \frac{(120)^2.R}{R^2 + (30 - 40)^2}$$

$$\rightarrow \qquad R^2 - 25R + 100 = 0$$

* Phương trình bậc hai có nghiệm là : $\begin{cases} R_2 = 20\,(\Omega) \\ R_3 = 5\,(\Omega) \end{cases}$

Nghĩa là khi $P_o = 576$ (W) thì có hai giá trị điện trở $R_2 = 20\ (\Omega)$ và $R_3 = 5(\Omega)$

* Ta có : $(Z_L - Z_C)^2 = (30 - 40)^2 = 100 = 20 \times 5 = R_2.R_3$

Nghĩa là $R_2.R_3 = (Z_L - Z_C)^2$ (đpcm)

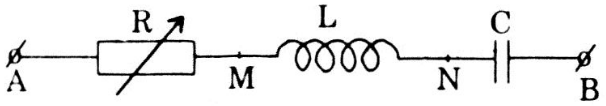
* Ta cũng có : $\left.\begin{aligned} tg\varphi_2 &= \frac{Z_L - Z_C}{R_2} \\ tg\varphi_3 &= \frac{Z_L - Z_C}{R_3} \end{aligned}\right\} \rightarrow \quad tg\varphi_2 . tg\varphi_3 = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R_2 . R_3} = 1$

Vậy : $tg\varphi_2 = \frac{1}{tg\varphi_3} = cotg\varphi_3 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 + \varphi_3 = 90^0$ (đpcm).

125. **1.** Một đèn nêon được đặt dưới hiệu điện thế xoay chiều dạng $u = 100\sin 100\pi t$ (V). Đèn sẽ tắt nếu hiệu điện thế tức thời đặt vào đèn có giá trị nhỏ hơn hoặc bằng 50 (V). Hãy xác định thời gian đèn tắt trong mỗi nửa chu kì của dòng xoay chiều.

2. Cho mạch xoay chiều như hình. Cuộn dây thuần cảm.

U_{AB} = const ; $U_{AM} = 80$ (V) ; $U_{MN} = 180$ (V) ; $U_{NB} = 120$ (V)



a) Tìm U_{AB}?

b) Tìm U_{MN} ; U_{NB} khi điều chỉnh R để $U_{AM} = 50$ (V).

Giải

1.* Xem đồ thị.

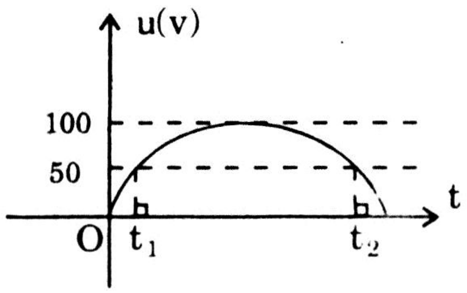
* Trong thời gian $\frac{1}{2}T$ thời gian đèn sáng là : $\Delta t = t_2 - t_1$

* Lúc đèn sáng : $u = 100\sin 100\pi t \geq 50 \quad \rightarrow \quad \sin 100\,\pi t \geq \frac{1}{2}$

$$100\pi t_1 = \frac{\pi}{6} \quad \rightarrow \quad t_1 = \frac{1}{600}\,(s)$$

$$100\pi t_2 = \frac{5\pi}{6} \quad \rightarrow \quad t_2 = \frac{5}{600}\,(s)$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{5}{600} - \frac{1}{600} = \frac{1}{150}\,(s)$$



* Chu kì của dòng xoay chiều :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{1}{50}\,(s) \quad \rightarrow \quad \frac{T}{2} = \frac{1}{100}\,(s)$$

* Vậy trong $\frac{1}{2}T$ thời gian đèn tắt là $\Delta\tau$

$$\Delta\tau = \frac{T}{2} - \Delta t = \frac{1}{100} - \frac{1}{150} = \frac{1}{300}\,(s)$$

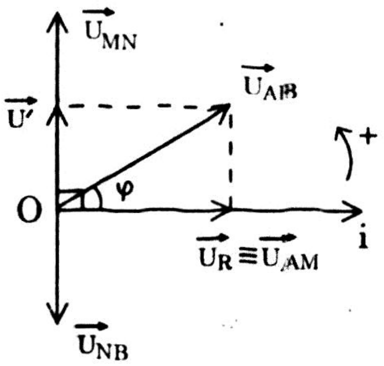
2.a) * Vẽ giản đồ, chú ý $U_{MN} > U_{NB}$

* $$U' = U_{MN} - U_{NB} = 180 - 120 = 60\ (V)$$

* $$U_{AB} = \sqrt{U'^2 + U_{AM}^2} = \sqrt{(60)^2 + (80)^2} = 100\ (V)$$

b) * Theo câu a) :

$$\left.\begin{array}{l} U_{MN} = 180 = IZ_L \\ U_{NB} = 120 = IZ_C \end{array}\right\} \rightarrow Z_L' = 1,5Z_C$$



* Vì ở đây chỉ đổi R nên quan hệ

$Z_L = 1,5Z_C$ vẫn có nên $U'_{MN} > U'_{NB}$

và $$U'_{MN} = 1,5U'_{NB}$$

* Vậy $$U'' = U'_{MN} - U'_{NB} = 0,5U'_{NB}$$

Vẫn có : $$U_{AB}^2 = U_{AM}'^2 + U'^2$$

$$\rightarrow \quad U''^2 = \sqrt{U_{AB}^2 - U_{AM}'^2} = 0,5U'_{NB}$$

$$\rightarrow \quad U'_{NB} = \frac{\sqrt{U_{AB}^2 - U_{AM}'^2}}{0,5} = \frac{\sqrt{(100)^2 - (50)^2}}{0,5} = 100\sqrt{3}\ (V)$$

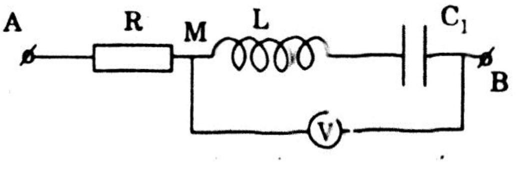
Lúc này : $U'_{MN} = 1,5U'_{NB} = 150\sqrt{3}\ (V)$

Đáp số : $$\begin{cases} U_{AB} = const = 100\,(V) \\ U'_{NB} = 100\sqrt{3}\,(V) \\ U'_{MN} = 150\sqrt{3}\,(V) \end{cases}$$

126. Cho mạch điện như hình vẽ. Biết $R = 100\sqrt{3}\,(\Omega)$, $C_1 = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}$ (F);

$R_V = \infty$. Hai đầu A, B có :

$u = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t)$ (V)



1. Biết vôn kế chỉ 50 V; u chậm pha hơn i. Hãy :

   a) Vẽ giản đồ Fresnel cho trường hợp này, từ đó tính U_R, I, L.

   b) Viết biểu thức i.

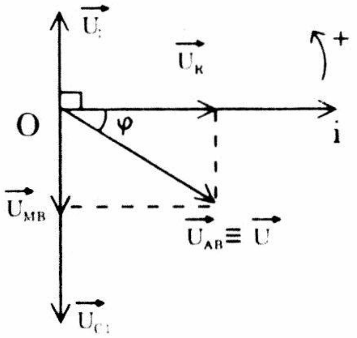
2. Phải mắc với C_1 một tụ C_2 bằng mấy và mắc thế nào để vôn kế chỉ số 0.

Giải

1. * $\omega = 100\pi$ (rad/s); $U = 100$ (V)

* $$Z_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{2\pi}.10^{-4}} = 200\ (\Omega)$$

a) * Giản đồ, chú ý $U_{C1} > U_L$, $Z_{C1} > Z_L$



* $$U_R = \sqrt{U^2 - U_{MB}^2} = \sqrt{100^2 - 50^2} = 50\sqrt{3}\ (V)$$

* $$I = \frac{U_R}{R} = \frac{50\sqrt{3}}{100\sqrt{3}} = 0{,}5\,(A)$$

* Do $Z_{C1} > Z_L$ nên :

$$Z_{C1} - Z_L = \frac{U_{MB}}{I} = \frac{50}{0{,}5} = 100\ (\Omega)$$

$$\rightarrow\quad Z_L = Z_{C1} - 100 = 200 - 100 = 100\ (\Omega)$$

* $$Z_L = \omega L \quad\rightarrow\quad L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi}\ (H)$$

* Đáp số : $U_R = 50\sqrt{3}$ V , $I = 0{,}5$A , $L = \frac{1}{\pi}$H

b) *i :*

* $$I_o = I\sqrt{2} = 0{,}5\,(A)$$

* $$tg\varphi = \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} = \frac{100 - 200}{100\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad\rightarrow\quad \varphi = -\frac{\pi}{6}$$

u muộn pha hơn i một góc π/6 hay i sớm pha hơn u một góc π/6 nên :

$$i = 0{,}5\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6})\ (A)$$

2. *Vôn kế chỉ 0 :*

* Vôn kế chỉ : $U_{MB} = I|Z_L - Z_C| = 0 \quad\rightarrow\quad Z_L = Z_C$

* Do $Z_C = \frac{1}{\omega C} \quad\rightarrow\quad C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{\omega Z_L} = \frac{1}{100\pi.100} = \frac{1}{\pi}.10^{-4}\ (F)$

* C là điện dung tương đương của C_1 và C_2, với

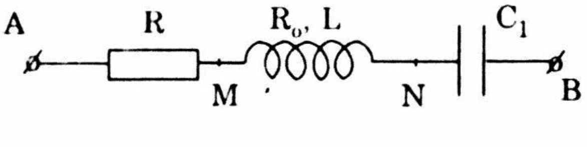
$$C = \frac{1}{\pi}.10^{-4}(F) > C_1 = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}(F)$$

nên C_1 và C_2 phải mắc song song với nhau.

$$C = C_1 + C_2 \rightarrow C_2 = C - C_1 = \left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{2\pi}\right).10^{-4} = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}\,(F)$$

Đáp số : Ghép $C_2 = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}$ (F) song song với C_1.

127. Cho mạch như hình vẽ. Đoạn mạch AM có R = 25 (Ω), MN có cuộn cảm, NB có tụ điện điện dung C_o. Bỏ qua điện trở dây nối.



Đặt giữa A và B một hiệu điện thế xoay chiều ổn định :

$$u = 170\sin100\pi t \text{ (V)}$$

thì trong mạch xảy ra cộng hưởng với giá trị hiệu dụng I = 2,4 (A). Xác định hiệu điện thế hiệu dụng giữa M và B. Thay tụ C_o bằng tụ khác $C = \frac{C_o}{2}$ thì công suất tiêu thụ trong mạch giảm đi 2 lần. Tìm C ? Viết biểu thức i qua R và u_{MN} trong trường hợp này.

Gợi ý

* Có cộng hưởng $R_O = 25\ (\Omega)$; $U_{MB} = 60\ (V)$; $P_1 = 288\ (W)$

* Thay $C = \frac{C_o}{2}$ tìm P_2 ; I_2 → $C = \frac{1}{\pi}.10^{-4}\ (F)$

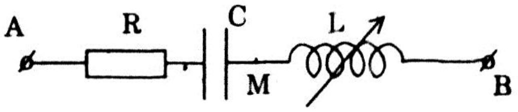
* Tìm $I_{o2} = 1{,}7\sqrt{2}\ (A)$ và $\varphi_2 = -\pi/4$. Vậy :

$$i = 1,7\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4}) \text{ (A)}$$

* Tìm Z_{MN} ; U_{oMN} ; $tg\varphi_{MN}$ và so pha với i, ta có :

$$u_{MN} = 134\sin(100\pi t + 1{,}885) \text{ (V)}.$$

128. Cho mạch điện như hình vẽ. Hai đầu A, B ổn định một hiệu điện thế u = 200sin(100πt) (V). Cuộn dây thuần cảm kháng có độ tự cảm L thay đổi được. Điện trở R = 100 (Ω) , tụ có điện dung C. Mắc vào hai điểm MB một ampe kế nhiệt ($R_a = 0$) thì số chỉ của nó là 1A. Tính C ? Lấy ampe kế ra, tìm L sao cho hiệu điện thế đo được giữa M và B cực đại. Tìm hệ số công suất của mạch khi đó. Coi dây nối không có điện trở, điện trở vôn kế rất lớn.



Giải

* *Khi mắc ampe kế vào MB*; $R_a = 0$ nên nối tắt M và B. Mạch chỉ còn R nối tiếp với C (dòng không qua L).

+ Từ giả thiết ta có : $U = \frac{U_o}{\sqrt{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{2}$ (V)

+ Tổng trở mạch : $Z = \frac{U}{I} = \frac{100\sqrt{2}}{1} = 100\sqrt{2}\ (\Omega)$

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_C^2} \rightarrow Z_C = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(100\sqrt{2})^2 - (100)^2} = 100\ (\Omega)$$

+ $Z_C = \frac{1}{\omega C}$ → $C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.100} = \frac{1}{\pi}.10^{-4}\ (F)$

* *Khi không có ampe kế mà có vôn kế mắc hai đầu MB :*

+ Mạch gồm R, Z_C , Z_L nối tiếp :

$$U_{MB} = I.Z_L = \frac{U.Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\left(\frac{R}{Z_L}\right)^2 + \left(1 - \frac{Z_C}{Z_L}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

+ $$y = \left(\frac{R}{Z_L}\right)^2 + \left(1 - \frac{Z_C}{Z_L}\right)^2 \qquad (*)$$

Lấy đạo hàm của y theo biến số của Z_L ta có :

$$y' = \frac{2Z_LZ_C - 2(R^2 + Z_C^2)}{Z_L^3} \qquad (**)$$

Cho y' = 0 → $Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{(100)^2 + (100)^2}{100} = 200\,(\Omega)$

+ $Z_L = \omega L$ → $L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{200}{100\pi} = \frac{2}{\pi}$ (H)

Xét dấu của y' ta thấy khi $Z_L = 200\Omega$ thì y cực tiểu nên U_{MB} cực đại, lúc đó $L = \frac{2}{\pi}$ (H).

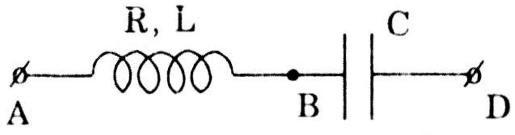
Z_L		200	
y'	−	0	+
y	↘	CT	↗

+ Công suất có hệ số lúc U_{MB} cực đại là :

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{100}{\sqrt{100^2 + (200 - 100)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

129. Cho mạch điện như hình vẽ. R = 15 (Ω). Giữa A và D có hiệu điện thế xoay chiều tần số f. Dùng ampe kế nhiệt đo được I = 5 (A). Biết $U_{AB} = 125$ (V); $U_{BD} = 150$ (V). Cho $R_a = 0$.

a) Tìm tổng trở toàn mạch, dung kháng và cảm kháng.



b) Khi đổi f đến giá trị $f_m = 61{,}28$ (Hz) thì công suất tiêu thụ trong mạch cực đại. Tìm L, C, f ban đầu.

Giải

a) *Z, Z_C, Z_L :*

+ $$Z_C = \frac{U_{BD}}{I} = \frac{150}{5} = 30\,(\Omega)$$

+ $Z_{AB} = \dfrac{U_{AB}}{I} = \dfrac{125}{5} = 25\,(\Omega)$

+ Do. $Z_{AB} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} \quad \rightarrow \quad Z_L = \sqrt{Z_{AB}^2 - R^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20\,(\Omega)$

+ Tổng trở toàn mạch:

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{15^2 + (20 - 30)^2} \approx 18\,(\Omega)$$

+ $U_{AD} = I.Z = 5 \times 18 = 90\ (V)$

+ $Z_L = \omega L$ và $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} \quad \rightarrow \quad \dfrac{L}{C} = Z_L.Z_C = 30 \times 20 = 600$ (1)

b) *L, C, f :*

+ Khi $\omega_m = 2\pi f_m$ thì I_{max} nên $Z'_L = Z'_C$ (có cộng hưởng)

+ $\omega_m L = \dfrac{1}{\omega_m C} \quad \rightarrow \quad L.C = \dfrac{1}{\omega_m^2} = \dfrac{1}{4\pi^2 f_m^2} = 6{,}66.10^{-6}$ (2)

+ Giải (1) và (2) ta có : $L = 6{,}32.10^{-2}$ H $\approx 0{,}0632$ (H) ; $C \approx 1{,}05.10^{-4}$ (F).

+ $Z_L = \omega L = 2\pi f L \quad \rightarrow \quad f = \dfrac{Z_L}{2\pi L} = \dfrac{20}{2 \times 3{,}14 \times 0{,}0632} \approx 50\,(Hz)$.

130. Một cuộn dây có $R = 10\ (\Omega)$, $L = \dfrac{0{,}1}{\pi}$ (H) và một tụ điện có điện dung $C = \dfrac{500}{\pi}$ (μF), tần số dòng điện f = 50 (Hz), hiệu điện thế hiệu dụng toàn mạch là U = 100 (V).

a) Cuộn dây và tụ mắc nối tiếp giữa hai cực của nguồn xoay chiều nói trên. Tìm :

* Tổng trở Z.

* Độ lệch pha giữa i và u toàn mạch, nếu i trong mạch $i = I_0 \sin\omega t$.

b) Phải chọn C thế nào để có cộng hưởng xảy ra trong mạch. Tìm I lúc này.

Gợi ý

a) Tìm W, Z_L, Z_C, Z, tgφ $\quad \rightarrow \quad Z = 10\sqrt{2}(\Omega)$; $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$

b) Có cộng hưởng : $C' = \dfrac{1}{\pi}.10^{-3}$(F) ; $I_{ch} = 1$ (A).

131. Đoạn mạch AB gồm một tụ, điện dung C và một cuộn dây có hệ số tự cảm L mắc nối tiếp nhau. Đặt vào A, D hiệu điện thế hiệu dụng xoay chiều U = 150 (V). Dùng vôn kế nhiệt ($R_v = \infty$) đo được các hiệu điện thế trên tụ và cuộn dây là $U_C = 70$ (V) ; $U_{cd} = 200$ (V).

1. Chứng minh cuộn dây có điện trở thuần.

2. Đo I bằng ampe kế nhiệt ($R_a = 0$) ta thấy $I = 2$ (A). Tìm Z_C, Z_{cd} và R thuần của cuộn dây.

3. Đổi tần số của nguồn xoay chiều, vẫn giữ U = const ta thấy khi tần số nguồn là 33 (Hz) thì I_{max}. Tìm I_{max} ấy, L và C ?

Giải

1. *Cuộn dây có $R \neq 0$:*

* Giả sử R = 0 thì $\vec{U} = \vec{U}_C + \vec{U}_{cd}$ và $\widehat{\vec{U}_C, \vec{U}_{cd}} = 180^\circ$

nên U phải là : $U = |U_C - U_{cd}|$

* Ở đây $U_{cd} - U_C = 200 - 70 = 130$ (V)

Còn $U = 150V$ khác với $|U_{cd} - U_C|$

* Vậy ở đây R phải khác 0.

2. *Z_C, Z_{CD}, R :*

* Với nguồn có ω thì có f.

* Từ giả thiết ta có các kết quả :

$$Z_C = \frac{U_C}{I} = \frac{70}{2} = 35(\Omega)$$

$$Z_{cd} = \frac{U_{cd}}{I} = \frac{200}{2} = 100(\Omega)$$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{150}{2} = 75(\Omega)$$

* $$Z^2 = 75^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2 + Z_L^2 + Z_C^2 - 2Z_LZ_C \qquad (1)$$

$$35^2 = Z_C^2 \qquad (2)$$

$$Z_{cd}^2 = R^2 + Z_L^2 = 100^2 \qquad (3)$$

* Cộng (3) với (2) rồi trừ cho (1) ta có :

$$Z_L = \frac{100^2 + 35^2 - 75^2}{2Z_C} = \frac{100^2 + 35^2 - 75^2}{2 \times 35} = 80(\Omega) \qquad (4)$$

* Đưa (4) vào (3) để có :

$$R = \sqrt{Z_{cd}^2 - Z_L^2} = \sqrt{100^2 - 80^2} = 60(\Omega)$$

* Chú ý :

$$Z_LZ_C = \omega L\frac{1}{\omega C} \rightarrow \frac{L}{C} = Z_L . Z_C = 80 \times 35 = 2800 \qquad (5)$$

3. *Với $f_m = 33(Hz)$, I_{max}, tìm L, C, I :*

* Do I_{max}, có cộng hưởng, $Z_{min} = R$

$$I_{max} = \frac{U}{R} = \frac{150}{60} = 2{,}5(A)$$

* Lúc này : $Z'_L = Z'_C$; $\omega_m = 2\pi f_m$

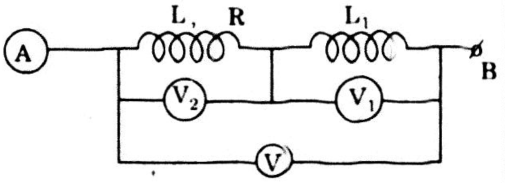
$$\frac{1}{\omega_m C} = \omega_m L \quad \rightarrow \quad LC = \frac{1}{\omega_m^2} = \frac{1}{4\pi^2 f_m^2}$$

*
$$LC = \frac{1}{4 \times 10 \times (33)^2} \tag{6}$$

* Giải (5) và (6) ta có : $L \approx 0{,}2535$ (H)

$$C = \frac{L}{2800} \approx 90,55.10^{-6}(F) \approx 90,55(\mu F)$$

132. Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



1. Hãy chỉ ra rằng có thể xác định R, L nếu biết số chỉ các đồng hồ đo và tần số dòng xoay chiều f của dòng điện.

2. Áp dụng số: Vôn kế ⓥ chỉ U = 100 (V); (V_1) chỉ $U_1 = 35$ (V); (V_2) chỉ $U_2 = 75$ (V). Ampe kế chỉ I = 0,5 (A); f = 50 (Hz); coi $R_a = 0$, $R_V = \infty$, dây nối không có điện trở.

Giải

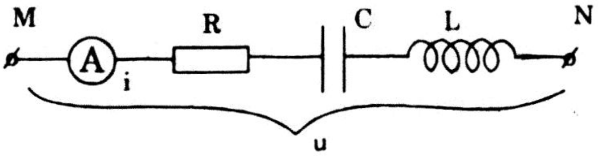
1.* Tìm được :
$$L = \frac{U^2 - U_1^2 - U_2^2}{4\pi f.U_1.I} \tag{1}$$

$$R = \frac{1}{I}\sqrt{U_2^2 - \left(\frac{U^2 - U_1^2 - U_2^2}{2U_1}\right)^2} \tag{2}$$

Từ (1) và (2) nếu biết I, U, U_1, U_2 tìm được L, R.

2. Dùng số tìm ra : L = 0,2866 (H) , R = 120 (Ω).

133. Cho mạch xoay chiều như hình vẽ :



A là ampe kế nhiệt ($R_a = 0$). Hai đầu MN có U = 200 (V).

* Khi tần số góc của dòng xoay chiều $\omega_1 = 400$ (rad/s) thì A chỉ $\sqrt{2}$ (A) và i trễ pha so với u một góc π/4.

* Khi tần số góc $\omega_2 = 200\sqrt{2}$ (rad/s) thì i đồng pha với u.

1. Tìm R, L, C ?

2. Khi tần số góc là ω_1 thì $u = 200\sqrt{2}\sin 400t$ (V). Viết biểu thức hiệu điện thế tức thời trên R, C, L lúc này.

Gợi ý

1. $R = 100\ (\Omega)$, $L = 0{,}5\ (H)$, $C = 25\ (\mu F)$

(Dùng $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z}$, $tg\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{R}$)

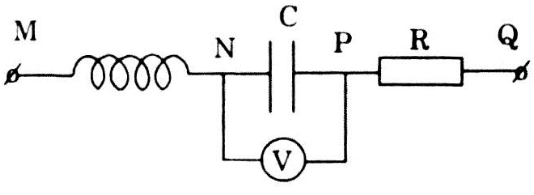
2. Viết $i = 2\sin(400t - \dfrac{\pi}{4})$ (A) rồi có

$$u_R = 200\sin(400t - \frac{\pi}{4})\ (V)$$

$$u_C = 200\sin(400t - \frac{3\pi}{4})\ (V)$$

$$u_L = 400\sin(400t + \frac{\pi}{4})\ (V).$$

134. Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



Đặt hiệu điện thế xoay chiều tần số 50 (Hz) vào hai đầu M, Q thì vôn kế Ⓥ chỉ 90 (V) ($R_v = \infty$). Khi đó U_{MN} lệch pha 150° và u_{MP} lệch pha 30° so với u_{MP}.

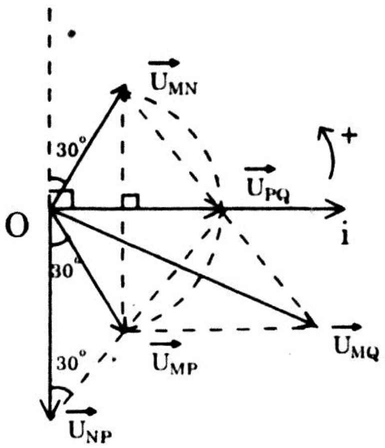
Đồng thời $U_{MP} = U_{MN} = U_{PQ}$. Biết $R = 30\ (\Omega)$.

1. Hỏi cuộn dây có điện trở thuần không ? Giải thích.

2. Tìm U_{MQ}?

3. Tìm L của cuộn dây.

Giải



1.* $u_{PQ} = iR$; u_{PQ} cùng pha với i, $\overrightarrow{U_{PQ}}$ cùng hướng với trục i.

* u_{NP} trễ pha so với i một góc $\pi/2$.

* Do u_{MN} lệch pha 150° so với u_{NP} nên $\overrightarrow{U_{MN}}$ sớm pha hơn i một góc $60^0 \neq 90^0$ nên rõ ràng cuộn dây có điện trở hoạt động r (vì nếu r = 0 thì u_{MN} phải sớm pha hơn i một góc 90°.

* Vẽ giản đồ theo giả thiết.

2.* Giản đồ : $\vec{U}_{MQ} = \vec{U}_{MP} + \vec{U}_{PQ} = \vec{U}_{MN} + \vec{U}_{NP} + \vec{U}_{PQ}$ (1)

Trong đó : $\vec{U}_{MP} = \vec{U}_{MN} + \vec{U}_{NP}$ (2)

* Theo bài ra : $U_{MP} = U_{MN} = U_{PQ} = U_1$ (3)

* Từ (2) và (3) thì : $U_1^2 = U_1^2 + U_{NP}^2 - 2U_1U_{NP}\cos 30^o$

$$U_1^2 = U_1^2 + (90)^2 - 2U_1(90).\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\rightarrow \quad U_1 = \frac{90}{\sqrt{3}} = 30\sqrt{3}(V)$$

* Từ (1) thì :

$$U_{MQ}^2 = U_{MP}^2 + U_{PQ}^2 + 2U_{MP}.U_{PQ}\cos 60^o$$

$$U_{MQ}^2 = U_1^2 + U_1^2 + 2U_1U_1.\frac{1}{2} = 3U_1^2 \rightarrow U_{MQ} = U_1\sqrt{3} = 90(V)$$

3. * Do $Z_L = \frac{U_L}{I}$; $\quad U_L = U_{MN}\cos 30^o = U_1\frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} = 45(V)$

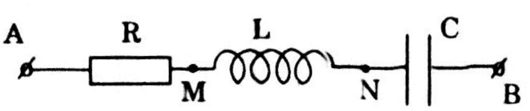
* $I = \frac{U_{PQ}}{R} = \frac{U_1}{R} = \frac{30\sqrt{3}}{30} = \sqrt{3}(A)$

* $Z_L = \frac{U_L}{I} = \frac{45}{\sqrt{3}} = 15\sqrt{3}(\Omega)$

* $Z_L = \omega L \quad \rightarrow \quad L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{15\sqrt{3}}{2\pi.50} \approx 0{,}0827(H) = 82{,}7(mH)$.

135. Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

$R = 300\ (\Omega)$, $C = \frac{1}{3\pi}.10^{-4}(F)$.



Hệ số công suất của mạch xoay chiều là $\cos\varphi = \sqrt{0{,}9}$. Dòng điện qua mạch là $i = 2\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (A).

1. Tìm L.
2. Viết biểu thức hiệu điện thế tức thời giữa A và N ; M và B; A và B.

Gợi ý

1. Dùng $\cos^2\varphi = \frac{1}{1+tg^2\varphi}$; $\quad tg\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R}$

tìm ra $Z_L = 400\ (\Omega) \rightarrow L_1 = 1{,}27\ (H)$

$Z_L = 200\ (\Omega) \rightarrow L_2 = 0{,}637\ (H)$

2. * $u_{AN_1} = 1000\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0,93)(V)$

$u_{AN_2} = 1020\sin(100\pi t + 0,59)(V)$

* $u_{MB_1} = 200\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})(V)$

$u_{MB_2} = 200\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})(V)$.

136. 1. Đặt một hiệu điện thế xoay chiều : $u = 110\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V) vào một cuộn dây có R = 10 (Ω) và L = 0,1 (H) . Tìm công suất tiêu thụ trên cuộn dây ?

2. Mắc nối tiếp cuộn dây trên với một tụ điện có điện dung C.

a) Cho C = 200 (μF). Viết i = ? trong mạch và tìm hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu cuộn dây và hai đầu tụ.

b) Tìm C để công suất trên mạch là cực đại.

Gợi ý

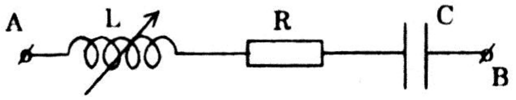
1. $P = 111,3$ (W)

2. a) $i = 5,962\sqrt{2}\sin(100\pi t - 1)$ (A)

$U_{cd} = 196,6$ (V) ; $U_C = 94,9$ (V)

b) P_{max} khi I_{max} có cộng hưởng → $C' = 101,3$ (μF).

137. Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$R = 100$ (Ω), $C = \frac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F).

Hiệu điện thế giữa A và B là $u = 200\sin 100\pi t$ (V).

a) Tìm L để hệ số công suất toàn mạch là lớn nhất. Tìm công suất P lúc đó.

b) Cho công suất toàn mạch là P = 100 (W). Tìm L và i trong mạch.

c) Khi cho L tăng dần từ 0 thì công suất P của mạch thay đổi thế nào ?

Giải

a) * *Hệ số công suất của mạch :*

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \qquad (1)$$

* cos φ lớn nhất khi $Z_{min} = R$ (cos φ = 1) và lúc đó :

$$Z_L = Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{\pi}.10^{-4}} = 100(\Omega)$$

$$\text{và } L = \frac{Z_C}{\omega} = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi}(H) \approx 0,318(H)$$

* Khi $\cos\varphi = 1$ thì $P = U.I = U.\dfrac{U}{Z_{min}} = \dfrac{U^2}{R} = \dfrac{U_o^2}{2R}$ (2)

Thay số : $P = \dfrac{200^2}{2 \times 100} = 200\,(W)$

b) * *Công suất toàn mạch :* $U = \dfrac{U_o}{\sqrt{2}} = \dfrac{200}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{2}(V)$

$$P = I^2R = \frac{U^2.R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \quad (3)$$

* Thay số : $100 = \dfrac{(100\sqrt{2})^2.100}{100^2 + (Z_L - Z_C)^2} \rightarrow Z_L - Z_C = \pm 100(\Omega)$

* Vậy : $Z_L = Z_C \pm 100 = 100 \pm 100 = \begin{cases} = 0(\Omega) \\ = 200(\Omega) \end{cases}$

* Khi $Z_L = 0$ thì $L = 0$

* Khi $Z_L = 200\,(\Omega)$ thì $L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{200}{100\pi} = \dfrac{2}{\pi}(H)$

* Do $P = I^2R \rightarrow I = \sqrt{\dfrac{P}{R}} = \sqrt{\dfrac{100}{100}} = 1(A)$ Vậy : $I_o = I\sqrt{2} = \sqrt{2}(A)$

* $\tan\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} = \pm\dfrac{100}{100} = \pm 1 \rightarrow \varphi = \pm\dfrac{\pi}{4}$

Vậy $i = \sqrt{2}\sin(100\,\pi t \pm \dfrac{\pi}{4})\,(A)$

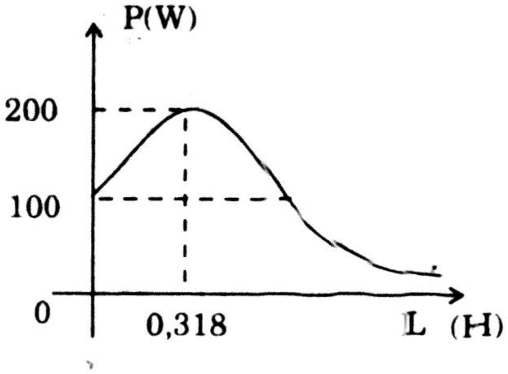
c) * Với $P = \dfrac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ (3)

* Đạo hàm P theo Z_L ta có : $\dfrac{dP}{dZ_L} = \dfrac{-2U^2R(Z_L - Z_C)}{\left[R^2 + (Z_L - Z_C)^2\right]^2}$ (4)

Cho $\dfrac{dP}{dZ_L} = 0$ thì $Z_L = Z_C = 100(\Omega)$

* Lập bảng biến thiên các số liệu tương ứng lấy ở các phần trên :

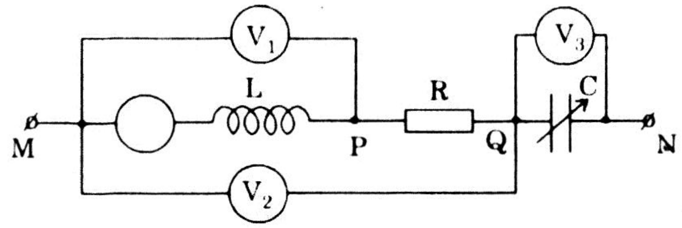
L	0		0.318(H)		+∞
Z_L	0		100(Ω)		+∞
$\dfrac{dP}{dZ_L}$		+	0	−	
P(W)	100	↗	200	↘	0



* Vậy nếu L biến thiên từ 0 thì lúc đầu P tăng từ 100W đến cực đại 200W, sau đó giảm dần đến 0 khi $L \to \infty$ (xem đồ thị).

138. Cho mạch điện như hình. $R = 100\ (\Omega)$, $L = 0{,}318\ (H)$; C thay đổi được, $R_a = 0$, điện trở dây nối $R_d = 0$, $R_V = \infty$. Giữa M, N có :

$$u = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t (V).$$



1. Chỉnh C để có giá trị $C = \dfrac{1}{2\pi}.10^{-4}(F)$ thì thấy u_{MP} sớm pha $\pi/4$ so với i toàn mạch.

a) Chứng tỏ cuộn dây có điện trở thuần. Tìm nó ?

b) Tìm số chỉ của ampe kế và các vôn kế.

c) Tìm công suất tiêu hao trên cuộn dây, trên đoạn mạch MN.

2. Tìm C để dòng trong mạch cực đại. Số chỉ của ampe kế và các vôn kế lúc đó là bao nhiêu ?

Giải

1. * $$Z_L = \omega L = 100\pi.0{,}318 = 100\pi.\frac{1}{\pi} = 100\ (\Omega)$$

* $$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{2\pi}.10^{-4}} = 200\,(\Omega)$$

a) * Gọi r: điện trở cuộn dây, φ_{cd} góc lệch pha u_{MP} và i thì :

$$tg\varphi_{cd} = \frac{Z_L}{r} \quad \to \quad r = \frac{Z_L}{tg\varphi_{cd}} = \frac{100}{tg\frac{\pi}{4}} = 100(\Omega)$$

* Nếu cuộn dây chỉ có L thì φ_{cd} phải là $\pi/2$. Ở đây $\varphi_{cd} = \pi/4$ nên cuộn dây phải có r, $r = 100\ (\Omega)$

b) * Toàn mạch có : $Z = \sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

$$Z = \sqrt{(100+100)^2 + (100-200)^2} = 100\sqrt{5}(\Omega)$$

* $$I = \frac{U}{Z} = \frac{200}{100\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \approx 0{,}894(A)$$

Vậy Ⓐ chỉ $I = 0{,}894\ (A)$

* $$Z_{cd} = \sqrt{r^2 + Z_L^2} = \sqrt{100^2 + 100^2} = 100\sqrt{2}(\Omega)$$

Vôn kế $\textcircled{V_1}$ chỉ $U_{cd} = I.Z_{cd} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}.100\sqrt{2} = 200\sqrt{0,4} \Rightarrow U_{cd} = 126,5(V)$

* $$Z_{MQ} = \sqrt{(r+R)^2 + Z_L^2} = \sqrt{(100+100)^2 + 100^2} = 100\sqrt{5}(\Omega)$$

$$U_{MQ} = I.Z_{MQ} = \frac{2}{\sqrt{5}}.100\sqrt{5} = 200(V)$$

Vôn kế $\textcircled{V_2}$ chỉ 200 (V).

* $$U_{QN} = I.Z_C = \frac{2}{\sqrt{5}}.200 \approx 179(V)$$

Vôn kế $\textcircled{V_3}$ chỉ 179 (V).

c) * Công suất trên cuộn dây : $P_{cd} = I^2r$

$$P_{cd} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2.100 = 80(W)$$

* Công suất toàn mạch MN : $P = I^2(r+R)$

$$P = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2(100+100) = 160(W)$$

2.* Có : $$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{(r+R)^2 + (Z_L - Z'_C)^2}}$$

* $$I_{max} = \frac{U}{R+r} = \frac{200}{100+100} = 1(A)$$

Ampe kế chỉ 1 (A).

* Lúc này $Z_L = 100 = \dfrac{1}{\omega C'} \rightarrow C' = \dfrac{1}{\omega Z_L}$

$$C' = \frac{1}{100\pi.100} = \frac{1}{\pi}.10^{-4}(F) = 31,8(\mu F)$$

* Số chỉ các vôn kế $\textcircled{V_1}$,$\textcircled{V_2}$,$\textcircled{V_3}$, lần lượt là :

$$U'_1 = I.Z_{cd} = 1 \times 100\sqrt{2} = 141,4\ (V)$$

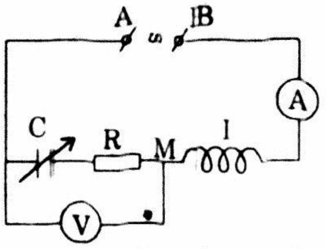
$$U'_2 = I.Z_{MQ} = 1 \times 100\sqrt{5} = 223,6\ (V)$$

$$U'_3 = I.Z'_C = 1 \times 100 = 100\ (V)$$

139. Cho đoạn mạch xoay chiều như hình vẽ.

A và B có : $u = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t - \dfrac{\pi}{6})\ (V)$

$L = \dfrac{0,6}{\pi}(H)$, $R_V = \infty$, $R_a = 0$.



1. Hệ số công suất của đoạn mạch AM và AB như nhau và bằng 0,8. Tìm R, C và viết biểu thức cường độ dòng điện.

2. Chỉnh C để ampe kế chỉ cực đại. Tìm số chỉ của ampe kế, vôn kế và viết biểu thức cường độ dòng điện khi đó.

Giải

1.* $Z_L = \omega L = \dfrac{0,6}{\pi}.100\pi = 60(\Omega)$

* AM có công suất hệ số $\cos\varphi_1$:

$$\cos\varphi_1 = \frac{R}{Z_{AM}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = 0,8 \qquad (1)$$

* AB có hệ số công suất $\cos\varphi$:

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z_{AB}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = 0,8 \qquad (2)$$

* (1) và (2) suy ra : $Z_L - Z_C = \pm Z_C \quad \rightarrow \quad Z_L = \begin{cases} 2Z_C \\ 0 \end{cases}$

$Z_L = 0$ (loại, vì $Z_L \neq 0$)

Chỉ còn $Z_L = 2Z_C \quad \rightarrow \quad Z_C = \dfrac{Z_L}{2} = \dfrac{60}{2} = 30(\Omega)$

* $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} \quad \rightarrow \quad C = \dfrac{1}{\omega Z_C} = \dfrac{1}{100\pi.30} \approx 106.10^{-6}(F)$

$\rightarrow \quad C = 106\ (\mu F)$

* (1) suy ra : $R = \dfrac{Z_C \cos\varphi_1}{\sqrt{1 - \cos^2\varphi_1}} = \dfrac{30 \times 0,8}{\sqrt{1 - (0,8)^2}} = 40(\Omega)$

* Tổng trở toàn mạch:

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{(40)^2 + (60 - 30)^2} = 50(\Omega)$$

$$I_o = \frac{U_o}{Z} = \frac{100\sqrt{2}}{50} = 2\sqrt{2}(A)$$

$$tg\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{60 - 30}{40} = 0,75 \quad \rightarrow \quad \varphi \approx 36,87^o = 0,6435(rad)$$

Vậy u sớm pha hơn i một góc 0,6435 (rad) nên i muộn pha hơn u một góc 0,6435 (rad) ; nghĩa là pha ban đầu của i là :

$$\left(-\frac{\pi}{6} - 0,6435\right) = -1,167(rad)$$

Do đó $i = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t - 1,167)(A)$.

2.* Để I_{max} ta phải có cộng hưởng :

$$Z_L = Z'_C = \frac{1}{\omega C'} \quad \rightarrow \quad C' = \frac{1}{\omega Z_L}$$

* Lúc đó : $Z = Z_{min} = R$

$$I_{max} = \frac{U}{Z_{min}} = \frac{U}{R} = \frac{100}{40} = 2{,}5(A)$$

Ampe kế chỉ 2,5 (A).

* $$Z_{AM} = \sqrt{Z_C'^2 + R^2} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{40^2 + 60^2} \approx 72{,}1(\Omega)$$

$$U_{AM} = I_{max} . Z_{AM} = 2{,}5 \times 72{,}1 \approx 108{,}3\ (V)$$

Vôn kế chỉ $U_{AM} = 108{,}3$ (V)

* Có cộng hưởng nên :

$$\tan\varphi' = \frac{Z_L - Z'_C}{R} = \frac{Z_L - Z_L}{R} = 0 \quad \rightarrow \quad \varphi = 0; \text{ u và i cùng pha.}$$

Vậy : $i = 2{,}5\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{6})(A)$.

140. Giữa A và B duy trì một hiệu điện thế xoay chiều $u = 141{,}4\sin 314t$ (V)

1. Nối A và B với mạch gồm điện trở thuần r và một cuộn dây nối tiếp. Cường độ hiệu dụng trong mạch 10A . Hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu r là 20V. Tìm r ?

2. Điện trở thuần của cuộn dây là R = 6 (Ω). Tìm L của cuộn dây. Tìm hệ số công suất của cuộn dây và của mạch AB.

3. Mắc nối tiếp thêm một tụ điện vào mạch trên.

a) Tìm điện dung C của tụ để cường độ dòng điện trong mạch là cựa đại. Tìm hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu tụ.

b) Biểu diễn các giá trị hiệu dụng của $\vec{U_r}$, U_R, U_L, U_C, U bằng giản đồ véctơ. Từ đó tìm độ lệch pha giữa u và i toàn mạch.

Giải

1.* $$r = \frac{U_r}{I} = \frac{20}{10} = 2(\Omega)$$

2.a) * Tổng trở toàn mạch : $$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_o}{\sqrt{2}.I} = \frac{141{,}4}{\sqrt{2}.10} = 10(\Omega)$$

* Do $Z = \sqrt{(R+r)^2 + Z_L^2} \rightarrow Z_L = \sqrt{Z^2 - (R+r)^2}$

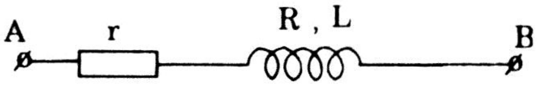
$$Z_L = \sqrt{10^2 - (6+2)^2} = 6(\Omega)$$

$Z_L = \omega L \quad \rightarrow \quad L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{6}{100\pi} \approx 0{,}0191(H) = 19{,}1\ (mH)$

b) * Cuộn dây có $\quad Z_{cd} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}(\Omega)$

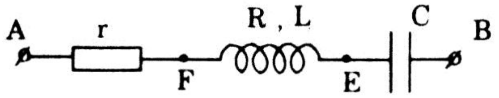
* Hệ số công suất của cuộn dây :

$$\cos\varphi_{cd} = \frac{R}{Z_{cd}} = \frac{6}{6\sqrt{2}} = 0{,}707$$



* Hệ số công suất của mạch AB là :

$$\cos\varphi = \frac{r+R}{Z} = \frac{2+6}{10} = 0{,}8$$



3.a) Tổng trở của mạch :

$$Z' = \sqrt{(r+R)^2 + (Z_L - Z'_C)^2}; \qquad Z'_{min} \text{ khi } Z_L = Z'_C = \frac{1}{\omega C'}$$

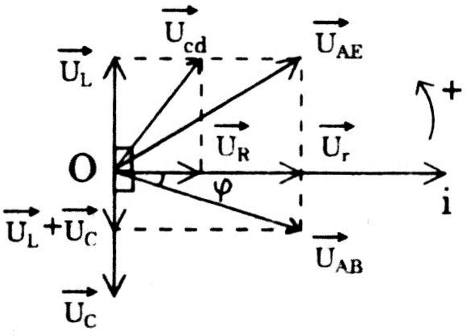
$$\rightarrow \quad C' = \frac{1}{\omega Z_L} = \frac{1}{100\pi.6} = 531.10^{-6}(F) = 531(\mu F).$$

* Khi đó có cộng hưởng : $\quad Z'_{min} = r + R = 2 + 6 = 8\ (\Omega)$

Và lúc này : $\quad I'_{max} = \frac{U}{Z'_{min}} = \frac{141{,}4}{\sqrt{2} \times 8} = 12{,}5(A)$

* Lúc này : $\quad U'_C = I'_{max} . Z'_C = 12{,}5 \times 6 = 75\ (V)$

b) Vẽ giản đồ.



* $\vec{U}_R$ và $\vec{U}_r$ cùng pha với i .

* $\vec{U}_L$ sớm pha hơn i một góc π/2.

* $\vec{U}_C$ muộn pha hơn i một góc π/2.

* $\vec{U}_{AB}$ lệch pha so với i một góc là φ.

* Từ giản đồ ta có : $\quad U_{AB}^2 = (U_r + U_R)^2 + (U_L - U_C)^2$

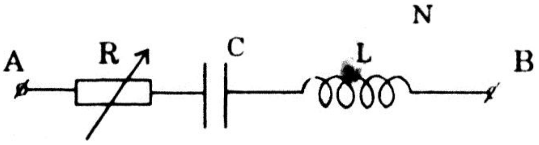
$$tg\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_r + U_R} = \frac{Z_L - Z_C}{r + R}$$

* Nếu I_{max} thì $Z_L - Z_C = 0$, $\varphi = 0$, u và i cùng pha.

141. Cho đoạn mạch xoay chiều như hình vẽ. Giữa A và B có :

$u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$

$L = \frac{3}{10\pi}\ (H); \quad C = \frac{4}{\pi}.10^{-4}\ (F)$



1. Tìm tổng trở giữa hai đầu cuộn dây và hai đầu tụ điện.
2. Tìm R để công suất tiêu thụ trên đoạn mạch là cực đại. Tính công suất và hệ số công suất.
3. Cho R = 20 (Ω). Phải ghép nối tiếp tụ C với C_1 thế nào để công suất tiêu thụ trên đoạn mạch là cực đại. Tính giá trị của công suất ?

Gợi ý

1. $Z_L = 30\ (\Omega)$; $Z_C = 25\ (\Omega)$

2. Tìm $I^2R = P$ và bất đẳng thức Cauchy, tìm được :

$$R = 5\ (\Omega), \quad P_{max} = 1000\ (W), \quad Z = R\sqrt{2}, \quad \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

3. $R = 20\Omega = const$, $P = I^2R$; P_{max} khi I_{max}, có cộng hưởng

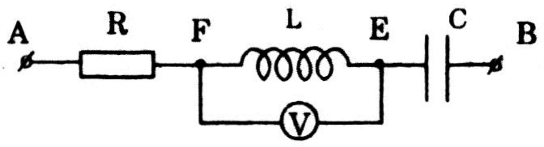
$$Z_L = Z_{C_{td}} \quad \rightarrow \quad C_{td} = 106\ (\mu F)$$

So sánh $C_{td} < C$ nên phải mắc thêm C_1 nối tiếp với C và :

$$C_{td} = \frac{CC_1}{C + C_1} \quad \rightarrow \quad C_1 = 636\ (\mu F)$$

$$P_{max} = \frac{U^2}{R} = 500\,(W).$$

142. Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



$L = \frac{1}{\pi}(H)$; $R_V = \infty$;

Giữa A và B có : $u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

Công suất tiêu thụ trên mạch là : P = 100 (W)

1. Một học sinh mắc nhầm ampe kế có $R_a = 0$ vào vị trí của vôn kế thì thấy công suất trên mạch vẫn như cũ.
   a) Tìm C, R.
   b) Viết i qua mạch và u_{EB} khi đó.
2. Lắp đúng vôn kế như hình, thay $C = C_1$ để vôn kế chỉ max. Tìm C_1.

Giải

1.a) Có Ⓥ : RntLntC

nhầm: RntC

P như cũ → I như cũ → C = 63,66 (μF) → R = 50Ω

b) Mắc nhầm $u_{EB} = 100\sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})$ (V)

2. Lắp đúng Ⓥ : $i = 2\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ (V)

$C_1 = \dfrac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F).

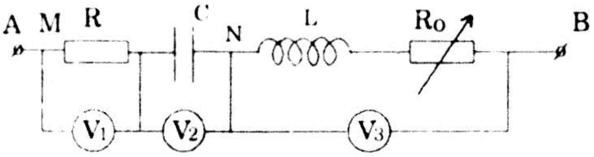
143. Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

Giữa A và B có $u = 80\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V), $R = 15$ (Ω). Số chỉ các vôn kế (V_1), (V_2), (V_3) lần lượt là $U_1 = 30$ (V); $U_2 = 30\sqrt{3}$ (V) ; $U_3 = 100$ (V). Các vôn kế có $R_V = \infty$

1. Viết i trong mạch ? Tìm C, L, R_o.

2. Viết u_{AM}, u_{MN}, u_{NB}.

3. Cho R_o đổi ; Tìm R_o để công suất tiêu thụ trên đoạn mạch NB là cực đại. Tìm giá trị cực đại đó.


A
M
R
C
N
L
Ro
B
V1
V2
V3

Giải

1. *i , C ,L ,R_o :*

a)* Ta có : $u = u_R + u_C + u_{cd}$

Suy ra : $\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3$

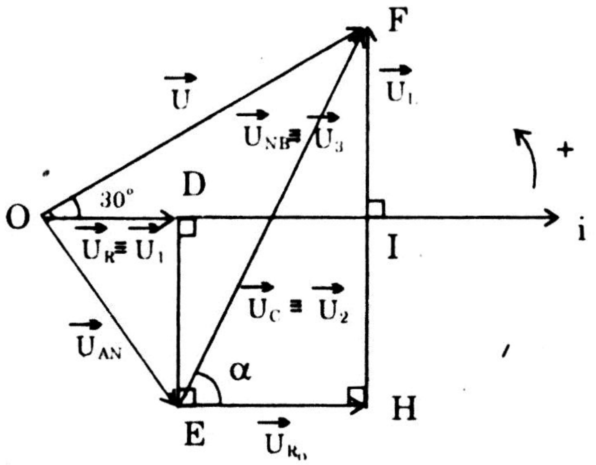
* Vẽ giản đồ véctơ.

* Bài ra :

$U_R = U_1 = 30$ (V)

$U_C = U_2 = 30\sqrt{3}$ (V)

* $U_{AN} = \sqrt{U_1^2 + U_2^2} = \sqrt{30^2 + (30\sqrt{3})^2} = 60$ (V)


F
$\vec{U}$
$\vec{U}_L$
$\vec{U}_{NB} \equiv \vec{U}_3$
+
D
30°
O
i
I
$\vec{U}_R \equiv \vec{U}_1$
$\vec{U}_C \equiv \vec{U}_2$
$\vec{U}_{AN}$
α
E
H
$\vec{U}_{R_o}$

Do $U_1 = 30 = \dfrac{1}{2}U_{AN}$ → $\widehat{DOE} = 60^o$

* $U = 80$ (V) ; $U_{AN} = 60$ (V) ; $U_{NB} = U_3 = 100$ (V)

nên ΔOEF vuông ở O.

* $I = \dfrac{U_1}{R} = \dfrac{30}{15} = 2$ (A) → $I_o = I\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ (A).

Từ giản đồ ta có i muộn pha hơn u một góc π/6 nên :

$$i = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{6}) \text{ (A)}$$

b) * $Z_C = \dfrac{U_2}{I} = \dfrac{30\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$ (V)

* $Z_C = \dfrac{1}{\omega C}$ → $C = \dfrac{1}{\omega Z_C} = \dfrac{1}{100\pi.15\sqrt{3}} \approx 122{,}5.10^{-6}$ (F) = 122,5 (μF)

c) * ΔOED vuông ở D có $\widehat{OED} = 30^o$

* ΔOFE ; $\tan\widehat{OEF} = \dfrac{U}{U_{AN}} = \dfrac{80}{60} = \dfrac{4}{3} \rightarrow \widehat{OEF} = 53,13^o$

* $\alpha = 90^o + 30^o - 53,13^o = 66,87^o = 1,167$ (rad)

* $U_{Ro} = U_3 \cos\alpha = 100.\cos 66,87^o \approx 39,28$ (V)

$$\rightarrow R_o = \frac{U_{Ro}}{I} = \frac{39,28}{2} = 19,64\,(\Omega)$$

* $U_L = U_3 \sin\alpha = 100\sin 66,87^o \approx 92$ (V)

$$Z_L = \frac{U_L}{I} = \frac{92}{2} = 46\,(\Omega)\,; \quad Z_L = \omega L \rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega}$$

$$L = \frac{46}{100\pi} \approx 0,1464\,(H)$$

Đáp số : $i = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t - \dfrac{\pi}{6})$ (A)

$C = 122,5\ (\mu F)$; $R_o = 19,64\ (\Omega)$; $L = 0,1464$ (H)

2. *u_{AM} , u_{MN} , u_{NB} :*

* u_{AM} cùng pha với i $\rightarrow$ $u_{AM} = 30\sqrt{2}\sin(100\pi t - \dfrac{\pi}{6})$ (V)

* u_{MN} muộn pha hơn i một góc $\dfrac{\pi}{2}$ nên muộn pha hơn u một góc $\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{2\pi}{3}$;

$$U_{oMN} = U_2\sqrt{2} = 30\sqrt{3}.\sqrt{2} = 30\sqrt{6}(V)$$

và $u_{MN} = 30\sqrt{6}\sin(100\pi t - \dfrac{2\pi}{3})$

* Cuộn dây có u_3 sớm pha hơn i một góc $\alpha = 1,167$ (rad) nên sớm pha hơn u một góc $(1,167 - \dfrac{\pi}{6}) = 0,644$ (rad) ; có $U_{oNB} = U_3\sqrt{2} = 100\sqrt{2}$ (V).

Vậy : $u_{NB} = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0,644)$ (V)

3. *P_{NB} :*

* Công suất trên NB là P :

$$P = I^2R_o = \frac{U^2R_o}{(R_o + R)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{R_o + \left[2R + \dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R_o}\right]}$$

Đặt : $a = R_o$; $b = 2R = \text{const}$; $c = \dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R_o}$ và $y = a + b + c$

* Để P_{max} thì y_{min}. Do b = const nên chỉ xét a và c :

$$a.c = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = \text{const} ;$$

vậy để (a + c) min làm cho y min thì theo bất đẳng thức Côsi ta phải có

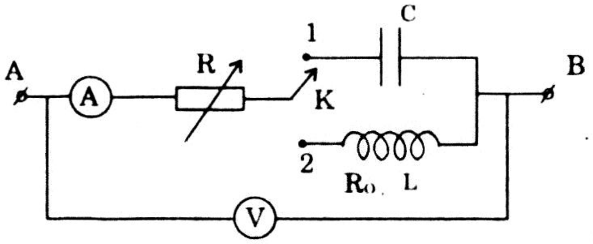
a = c hay $R_o = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$,

$$R_o = \sqrt{15^2 + (46 - 15\sqrt{3})^2} = 25\ (\Omega)$$

* Lúc này $y_{min} = R_o + 2R + R_o = 2(R + R_o) = 2\ (15 + 25) = 80\ (\Omega)$

Và $P_{max} = \dfrac{U^2}{y_{min}} = \dfrac{80^2}{80} = 80\ (W)$.

144. Cho mạch xoay chiều như hình.



Giữa A và B có :

$u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$

$R_o = 0$, $R_a = 0$, $R_V = \infty$

1. R = 60 (Ω). Cho K chuyển từ chốt 1 sang chốt 2 thì ampe kế không đổi số chỉ và hai dòng lệch pha nhau π/2.

a) Tìm L, C.

b) Cho C tăng lên $\sqrt{3}$ lần. Khóa K ở chốt 1 và 2 thì dòng điện lệch pha nhau bao nhiêu ? Viết biểu thức i'_1 , i'_2 lúc đó.

2. K ở chốt 2. Cho tần số tăng lên 2 lần, giữ nguyên $U_{AB} = 120\ (V)$. Sau đó đổi R để công suất tiêu thụ trong mạch max. Tìm R và P_{max} lúc đó.

Giải

a) * K ≡ 1 → $I_1 = \dfrac{U_{AB}}{Z_1} = \dfrac{U_{AB}}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$ (1)

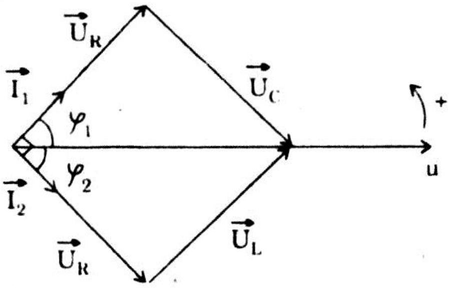
(Mạch chỉ có R nối tiếp với C)

* K ≡ 2 → $I_2 = \dfrac{U_{AB}}{Z_2} = \dfrac{U_{AB}}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}$ (2)

(Mạch chỉ có R nối tiếp với C)

* Theo giả thiết $I_1 = I_2$ nên $Z_C = Z_L$; $(U_L = U_C)$.

Chú ý vẽ giản đồ theo đúng giả thiết.



* $\text{tg}\varphi_1 = \dfrac{-Z_C}{R}$ (3)

$\text{tg}\varphi_2 = \dfrac{Z_L}{R}$ (4)

Với $Z_L = Z_C \rightarrow tg\varphi_1 = -tg\varphi_2$

$|\varphi_1| = |-\varphi_2|$ và $|\varphi_1| + |\varphi_2| = 90^\circ = 2\varphi_1$

$\rightarrow \varphi_1 = \frac{-\pi}{4}; \quad \varphi_2 = +\frac{\pi}{4}$

* $Z_C = -Rtg\varphi_1 = -60tg(-\frac{\pi}{4}) = 60\ (\Omega) = Z_L$

* $C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.60} = 53,05.10^{-6}(F) = 53,05(\mu F)$

* $L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{60}{100\pi} = \frac{0,6}{\pi}(H) \approx 0,191\ (H)$

b)* K ≡ 1

$C' = \sqrt{3}C \rightarrow Z'_C = \frac{1}{\omega C'} = \frac{1}{\omega\sqrt{3}C} = \frac{Z_C}{\sqrt{3}} = \frac{60}{\sqrt{3}} = 20\sqrt{3}\ (\Omega)$

+ $tg\varphi'_1 = -\frac{Z'_C}{R} = -\frac{20\sqrt{3}}{60} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \varphi'_1 = \frac{-\pi}{6}$

(hiệu điện thế muộn pha hơn i một góc π/6)

+ $Z'_1 = \sqrt{R^2 + Z'^2_C} = \sqrt{60^2 + (20\sqrt{3})^2} \approx 69,3\ (\Omega)$

$I'_{o1} = \frac{U_{oAB}}{Z'_1} = \frac{120\sqrt{2}}{69,3} \approx 2,45\ (A)$; i'_1 sớm pha hơn u một góc π/6 nên:

$i'_1 = 2,45\sin(100\pi t + \pi/6)\ (A)$

* K ≡ 2 : φ = π/4 (như cũ)

$Z'_2 = \sqrt{R^2 + Z^2_L} = \sqrt{60^2 + 60^2} = 60\sqrt{2}\ (\Omega)$

$I'_{o2} = \frac{U_{oAB}}{Z'_2} = \frac{120\sqrt{2}}{60\sqrt{2}} = 2\ (A)$; i'_2 muộn pha hơn u một góc π/4.

Vậy : $i'_2 = 2\sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})\ (A)$

* i'_1 sớm pha hơn i'_2 một góc $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} = \frac{5}{12}\pi$

3. K ≡ 2 , f ' = 2f :

* $Z'_L = \omega' L = 2\omega L = 2Z_L = 120\ (\Omega)$

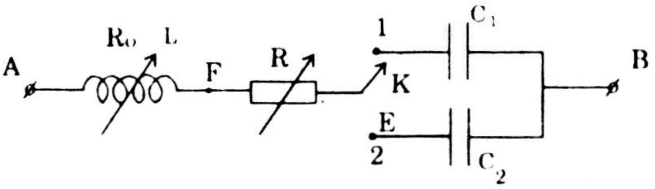
* Công suất tiêu thụ trong mạch là : $P = I^2R = \frac{U^2R}{R^2 + Z'^2_L} = \frac{U^2}{R + \frac{Z'^2_L}{R}} = \frac{U^2}{a + b}$

* $a.b = Z'^2_L$ = const nên muốn P max thì (a + b) min, lúc đó a = b nên :

$$R = Z'_L = 120\ (\Omega)$$

* $$P_{max} = \frac{U^2}{2R} = \frac{(120)^2}{2 \times 120} = 60\,(W).$$

145. Cho mạch xoay chiều như hình.


A
R₀
L
F
R
1
C₁
K
B
E
2
C₂

Giữa A và B có :

$u = 100\sqrt{3}\sin 100\pi t\ (V)$

$R_0 = 0$, L và R thay đổi được.

1. $K \equiv 1$, L có giá trị như L_1 ; R có giá trị R_1 thì :

$U_{AE} = 50\sqrt{6}\ (V)$; $U_{EB} = 100\sqrt{2}\ (V)$. Tìm U_{FB} ? u_{AE} ?

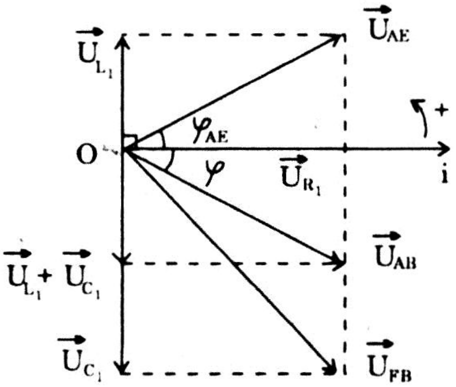
2. $K \equiv 2$, R có giá trị như $R_2 = 50\sqrt{2}\ (\Omega)$; đổi L đến giá trị $L_2 = \dfrac{3}{2\pi}$ (H) thì U_{AF} cực đại. Tìm C_2 ?

Giải

1. *$K \equiv 1$:*

* U_{FB} :

+ Giả thiết → $U_{AB} = \dfrac{100\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{6}\ (V) = U_{AE}$


$\vec{U}_{AE}$
$\vec{U}_{L_1}$
O
φ_{AE}
+
φ
$\vec{U}_{R_1}$
i
$\vec{U}_{AB}$
$\vec{U}_{L_1} + \vec{U}_{C_1}$
$\vec{U}_{C_1}$
$\vec{U}_{FB}$

+ Vẽ giản đồ véctơ, ta có :

$$U^2_{AB} = U^2_{FE} + (U_{AF} - U_{EB})^2 \qquad (1)$$

$$U^2_{AE} = U^2_{AF} + U^2_{FE} \qquad (2)$$

$$U_{AB} = U_{AE} \qquad (3)$$

+ Giải (1), (2), (3) ta có :

$$U_{AF} - U_{EB} = \pm U_{AF}$$

+ Hoặc $U_{EB} = 2U_{AF}$ → $U_{AF} = \dfrac{U_{EB}}{2} = \dfrac{100\sqrt{2}}{2} = 50\sqrt{2}\ (V)$

+ Hoặc $U_{EB} = 0$ (loại)

+ (2) → $U_{FE} = U_{R1} = \sqrt{U^2_{AE} - U^2_{AF}} = \sqrt{(50\sqrt{6})^2 - (50\sqrt{2})^2}$

⇒ $U_{R1} = 100(V)$

+ $U_{FB} = \sqrt{U^2_{R1} + U^2_{C1}} = \sqrt{U^2_{FE} + U^2_{EB}} = \sqrt{100^2 + (100\sqrt{2})^2}$

$U_{FB} = 100\sqrt{3}\ (V)$

* U_{AE} :

+ $U_{oAE} = U_{AE}\sqrt{2} = 50\sqrt{6}.\sqrt{2} = 100\sqrt{3}$ (V)

+ Mạch AE có L nối tiếp với R_1 :

$$\text{tg}\varphi_{AE} = \frac{U_L}{U_{R1}} = \frac{Z_L}{R} = \frac{U_{AF}}{U_{FE}} = \frac{50\sqrt{2}}{100} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \varphi_{AE} = 0,615 \text{ (rad)}$$

+ Toàn mạch :

$$\text{tg}\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_{R1}} = \frac{U_{AF} - U_{EB}}{U_{FE}} = \frac{50\sqrt{2} - 100\sqrt{2}}{100} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$\varphi = -0,615$ (rad)

+ Từ giản đồ u_{AE} sớm pha hơn u một góc : $\varphi' = 2 \times 0,615 = 1,23$ (rad)

Vậy : $u_{AE} = 100\sqrt{3}\sin(100\pi t + 1,23)$ (V) (4)

2. ***K ≡ 2 , $R = R_2 = 50\sqrt{2}\ (\Omega)$:***

* $$U_{AF} = U_L = I.Z_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R_2^2 + (Z_L - Z_{C2})^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R_2^2}{Z_L^2} + (1 - \frac{Z_{C2}}{Z_L})^2}} = \frac{U}{\sqrt{y}} \qquad (5)$$

* Đặt $x = \dfrac{1}{Z_L}$ thì $I = \dfrac{R_2^2}{Z_L^2} + 1 - 2\dfrac{Z_{C2}}{Z_L} + \dfrac{Z_{C2}^2}{Z_L^2}$. Viết lại thành :

$$y = (R_2^2 + Z_{C2}^2)x^2 - 2Z_Cx + 1 \qquad (6)$$

* U_L max khi y min, lúc đó ứng với x_o :

$$x_o = -\frac{(-2Z_{C2})}{2(R_2^2 + Z_{C2}^2)} = \frac{1}{Z_{L2}} \rightarrow Z_{C2}Z_{L2} = R_2^2 + Z_{C2}^2 \qquad (7)$$

* Với $R_2 = 50\sqrt{2}\ (\Omega)$; $Z_{L2} = \omega.L_2 = 100\pi.\dfrac{3}{2\pi} = 150\ (\Omega)$

thì (7) cho ta : $Z_{C2}^2 - 150Z_C + (50\sqrt{2})^2 = 0$ (8)

* (8) có nghiệm là : $Z_{C2} = 100\ (\Omega)$ hoặc $Z_{C2} = 50\ (\Omega)$

* Với Z_{C2} là 100 (Ω) thì $C_2 = \dfrac{1}{\omega Z_{C2}} = \dfrac{1}{100\pi.100} = \dfrac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F)

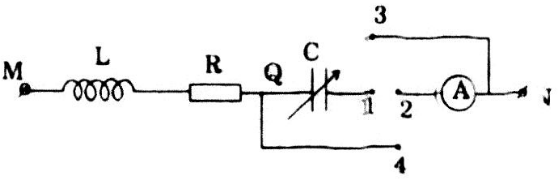
Với $Z_{C2} = 50\ (\Omega)$ thì $C_2 = \dfrac{1}{100\pi.50} = \dfrac{2}{\pi}.10^{-4}$ (F).

146. Cho mạch điện xoay chiều như hình.

$u_{MN} = 240\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V) ;

R = 120 (Ω) ;

$R_a = 0$.



a) Nối chốt 1 vào 2; chốt 3, 4 để hở. Ampe kế chỉ 1,6 (A). Tìm Z của MN ?

b) Nối chốt 1 với 3; chốt 2 và chốt 4. Ampe kế chỉ 1,2 (A). Tìm L ?

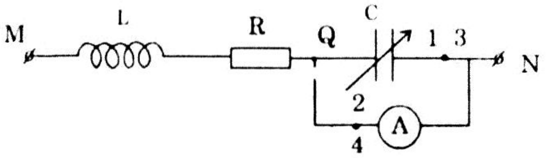
c) Mắc mạch như câu b) nhưng thay ampe kế bằng vôn kế nhiệt có $R_V = \infty$. Điều chỉnh C đến khi $C = C_x$ thì số chỉ của vôn kế cực đại. Tìm C_x và số chỉ của vôn kế lúc này.

Giải

a) * Mạch có R, L, C nối tiếp Ⓐ chỉ I toàn mạch.

* Tổng trở của toàn mạch :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{240}{1,6} = 150(\Omega)$$



b) * Nối tắt Q, M qua Ⓐ có $R_A = 0$, mạch chỉ còn L nối tiếp với R.

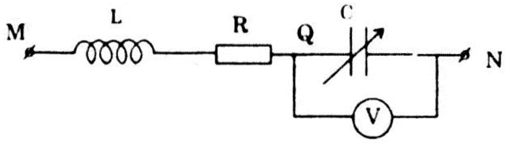
* $$Z_{MQ} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \frac{U}{I'} = \frac{240}{1,2} = 200\ (\Omega)$$

$$\rightarrow \quad Z_L = \sqrt{Z_{MQ}^2 - R^2} = \sqrt{200^2 - 120^2} = 160(\Omega)$$

$$\rightarrow \quad Z_L = \omega.L \quad \rightarrow \quad L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{160}{100\pi} = \frac{1,6}{\pi}(H) \approx 0,51(H)$$

c) * Mạch có R, L, C nối tiếp,

vôn kế đo $U_{QN} = U_C$.



* $$U_C = I.Z_C = \frac{U.Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$= \frac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2}{Z_C^2} + \left(\dfrac{Z_L}{Z_C} - 1\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{y}} \qquad (1)$$

* Với $$y = \frac{R^2}{Z_C^2} + \left(\frac{Z_L}{Z_C} - 1\right)^2 = \frac{R^2}{Z_C^2} + \frac{Z_L{}^2}{Z_C^2} - 2\frac{Z_L}{Z_C} + 1 \qquad (2)$$

Đặt $$x = \frac{1}{Z_C} \qquad (3)$$

* Đưa (3) vào (2) thì y có dạng :

$$y = (R^2 + Z_L^2)\,x^2 - 2Z_Lx + 1 = ax^2 + bx + c \qquad (4)$$

* Để U_C max thì y min, lúc đó :

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b'}{a} = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2} = \frac{1}{Z_{C_x}} \quad \rightarrow \quad Z_{C_x} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \qquad (5)$$

Khi đó $y_{min} = -\dfrac{\Delta}{4a} = -\dfrac{\Delta'}{a} = \dfrac{Z_L^2 - R^2 - Z_L^2}{-(R^2 + Z_L^2)} = \dfrac{R^2}{R^2 + Z_L^2}$ (6)

Và $U_{C max} = \dfrac{U}{\sqrt{y}} = \dfrac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}$ (7)

* Thay số : $Z_{C_x} = \dfrac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \dfrac{120^2 + 160^2}{160} = 250(\Omega)$

$$Z_{C_x} = \frac{1}{\omega C_x}$$

$\rightarrow$ $C_x = \dfrac{1}{\omega Z_{C_x}} = \dfrac{1}{100\pi \times 250} \approx 12{,}72.10^{-6}(F) = 12{,}72(\mu F)$

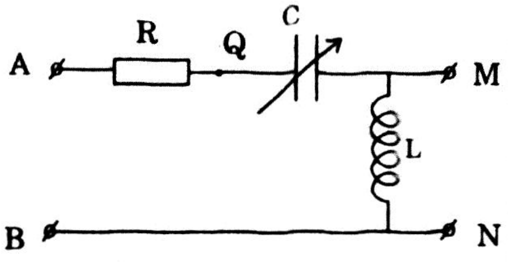
Khi đó $U_{C max} = \dfrac{240\sqrt{120^2 + 160^2}}{120} = 400(V)$

* *Đáp số :* a) $Z = 150\ (\Omega)$

b) $L \approx 0{,}51\ (H)$

c) $C_x = 12{,}72\ (\mu F)$; $U_{C max} = 400\ (V)$.

147. Cho mạch điện như hình.



Đặt vào A, B hiệu điện thế :

$$u = U\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$$

1. Cho C, L giá trị xác định. Nếu mắc vào hai đầu MN một ampe kế nhiệt ($R_a = 0$) thì nó chỉ 1(A). Mạch có hệ số công suất 0,8. Nếu bỏ ampe kế ra và mắc vào M,N một vôn kế nhiệt ($R_V = \infty$) thì vôn kế chỉ 200 (V), mạch có hệ số công suất là 0,6. Tìm U, R, L, C ?

2. Thay đổi điện dung đến giá trị C' xác định sau đó thay đổi L thì thấy số chỉ của vôn kế thay đổi và khi cuộn cảm có độ tự cảm L' thì vôn kế chỉ giá trị cực đại bằng 320 (V). Tìm L', C' lúc đó.

Giải

1. * Có ampe kế $R_a = 0$ giữa MN thì ta đã nối tắt cuộn cảm. Mạch chỉ còn R nối tiếp với C.

* Giả thiết cho ta : $\cos\varphi_1 = \dfrac{R}{Z_1} = \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = 0{,}8$ (1)

* Có vôn kế thì dòng vẫn qua R, C, L nối tiếp :

* $\cos\varphi_2 = \dfrac{R}{Z_2} = \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = 0{,}6$ (2)

Vậy $\dfrac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} = \dfrac{Z_2}{Z_1} = \dfrac{4}{3}$ (3)

Hơn nữa : $U = Z_1.I_1 = Z_2.I_2 \rightarrow \dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{Z_2}{Z_1} = \dfrac{4}{3}$ (4)

Suy ra $I_2 = \dfrac{3}{4}.I_1 = \dfrac{3}{4}.1 = 0{,}75(A)$ (5)

Vậy : $Z_L = \dfrac{U_L}{I_2} = \dfrac{200}{0{,}75} = \dfrac{800}{3}(\Omega) \approx 266{,}7(\Omega)$ (6)

$\rightarrow L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{800}{3.100\pi} \approx 0{,}849(H)$ (7)

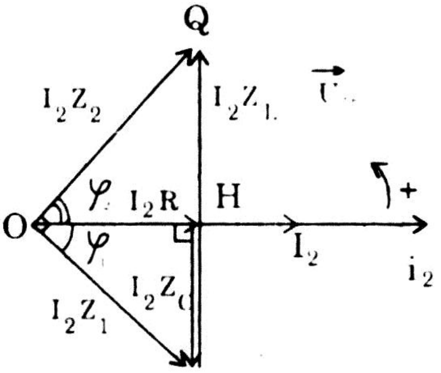
Do số liệu đã cho thì :

$\cos^2\varphi_1 + \cos^2\varphi_2 = 0{,}8^2 + 0{,}6^2 = 1$ (8)

$\cos^2\varphi_1 + \sin^2\varphi_1 = 1$ (9)

Từ (8) và (9) suy ra : $\cos\varphi_2 = \pm\sin\varphi_1$

và $|\varphi_1| + |\varphi_2| = \dfrac{\pi}{2}$ (10)



* Vẽ giản đồ khi R, L ,C nối tiếp.

Chú ý : ΔOHP, ta có : $Z_1 = \sqrt{R^2 + Z_C^2}$ nên $\widehat{HOP} = \varphi_1$

* ΔOHP → $R = Z_1\cos\varphi_1$ và $Z_1I_2 = Z_L.I_2\cos\varphi_2$

→ $R = Z_L.\cos\varphi_1\cos\varphi_2 = \dfrac{800}{3} \times 0{,}6 \times 0{,}8 = 128\ (\Omega)$

* Δ vuông OPQ cho ta : $OP^2 = PH.PQ$

hay : $I_2^2Z_1^2 = I_2Z_C.I_2Z_L \rightarrow Z_C = \dfrac{Z_1^2}{Z_L}$ (11)

Với $Z_1 = \dfrac{R}{\cos\varphi_1} = \dfrac{128}{0{,}8} = 160(\Omega)$

nên : $Z_C = \dfrac{160^2}{\dfrac{800}{3}} = 96(\Omega)$

$C = \dfrac{1}{\omega Z_C} = \dfrac{1}{100\pi.96} = 33{,}16.10^{-6}(F) = 33{,}16(\mu F)$

* $U = Z_1I_1 = 160 \times 1 = 160\ (V)$

* *Đáp số* : U = 160 (V) ; L ≈ 0,849 (H) ; R = 128 (Ω) ; C = 33.16 (μF)

2. * *Vôn kế chỉ giá trị U'_L :*

$$U'_L = I'Z_L = \frac{U.Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z'_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2}{Z_L^2} + \left(1 - \frac{Z'_C}{Z_L}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{y}} \qquad (12)$$

* Vì L biến thiên, ta đặt $x = \frac{1}{Z_L}$, biến đổi y ta có :

$$y = (R^2 + Z'^2_C)x^2 - 2Z'_C x + 1 = ax^2 + bx + c \qquad (13)$$

* Để U'_L max thì y min, khi đó :

$$x = -\frac{b'}{a} = \frac{Z'_C}{R^2 + Z'^2_C} = \frac{1}{Z'_L} \qquad (14)$$

và
$$y_{min} = -\frac{\Delta'}{a} = \frac{R^2}{R^2 + Z'^2_C} = \frac{U^2}{U'^2_L} = \frac{160^2}{320^2} = 0,25 \qquad (15)$$

* Ta có từ (15) :

$$Z'_C = R\sqrt{\frac{1}{y_{min}} - 1} = 128\sqrt{\frac{1}{0,25} - 1} \approx 221,7\,(\Omega)$$

$$\rightarrow \quad C' = \frac{1}{\omega Z'_C} = \frac{1}{100\pi.221,7} = 14,36.10^{-6}(F) = 14,36\,(\mu F)$$

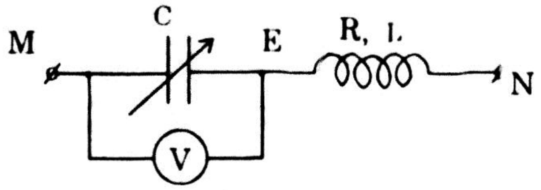
* Từ (14) suy ra :

$$Z'_L = \frac{R^2 + Z'^2_C}{Z'_C} = \frac{(128)^2 + (128\sqrt{3})^2}{128\sqrt{3}} \approx 295,6(\Omega)$$

$$L' = \frac{Z'_L}{\omega} = \frac{295,6}{100\pi} \approx 0,941(H)$$

* *Đáp số :* C' = 14,36 (μF) ; L' = 0,941 (H).

148. Cho mạch điện như hình.



$R = 10\ (\Omega)$; $L = \frac{0,1}{\pi}(H)$

$u_{MN} = 10\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$

a) Cho $C_1 = \frac{10^{-3}}{\pi}$ (F). Tìm tổng trở của mạch, độ lệch pha giữa u và i toàn mạch. Viết biểu thức u_{ME}, u_{EN}.

b) Thay đổi C để số chỉ của vôn kế ($R_V = \infty$) chỉ cực đại. Tìm C khi đó và viết biểu thức i ?

Gợi ý

a) $Z = 10\ (\Omega)$; $\varphi = 0$

$u_{EM} = 10\sqrt{2}\sin(100\pi t - \pi/2)\ (V)$

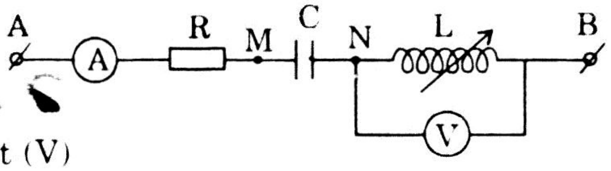
$u_{EN} = 20\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4})\ (V)$

b) Dùng đạo hàm hay đưa về hàm bậc 2.

Tìm $Z_C = 20\ (\Omega)$; $C = \frac{1}{2\pi}.10^{-3}(F)$

và $i = 1.\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4})\ (A)$.

149. Cho mạch như hình.



$R_a = 0$, $R_V = \infty$

Giữa A và B có $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$

1. Khi $L = \frac{3}{\pi}(H)$ thì u_{AN} trễ pha $\pi/3$ so với u_{AB} ; u_{MB} sớm pha $\pi/3$ so với u_{AB}. Tìm R và C.

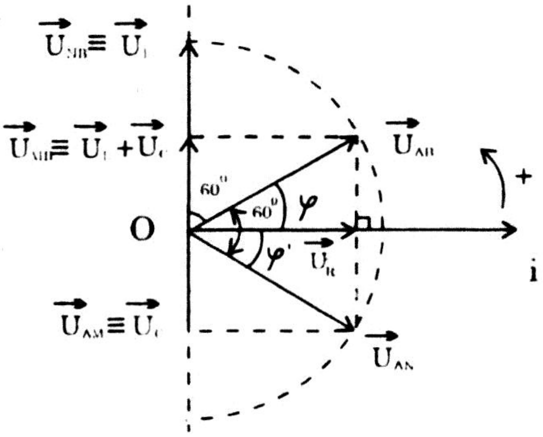
2. Thay đổi L. Tìm L để số chỉ của ampe kế là cực đại. Tìm giá trị cực đại đó.

3. Mắc song song với R một điện trở R_o. Thay đổi R, ta thấy chỉ số vôn kế thay đổi và có giá trị cực đại bằng 240 (V). Tìm R_o, L và số chỉ của ampe kế khi đó.

Giải

1. * $Z_L = \omega.L = 100\pi.\frac{3}{\pi} = 300\ (\Omega)$

* Vẽ giản đồ theo giả thiết.


$\vec{U}_{NB} \equiv \vec{U}_L$
$\vec{U}_{MB} \equiv \vec{U}_L + \vec{U}_C$
$\vec{U}_{AB}$
60^0
60^0
φ
φ'
O
$\vec{U}_R$
i
+
$\vec{U}_{AM} \equiv \vec{U}_C$
$\vec{U}_{AN}$

* Từ giản đồ suy ra :

$U_L > U_C$; $Z_L > Z_C$;

$|\varphi| = |\varphi'| = \frac{\pi}{6}$

* u sớm pha so với i một góc $\pi/6$.

$$tg\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{U_{MB}}{U_R} = tg|\varphi'| = \frac{U_C}{U_R} = tg\frac{\pi}{6}$$

$\rightarrow$ $U_L - U_C = U_C$ $\rightarrow$ $U_L = 2U_C$ (1)

$Z_L I = 2IZ_C$ $\rightarrow$ $Z_L = 2Z_C$ (2)

* (2) → $Z_C = \dfrac{Z_L}{2} = \dfrac{300}{2} = 150\,(\Omega)$

$$C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.150} = 21{,}22.10^{-6}(F) = 21{,}22\,(\mu F)$$

$$\frac{U_C}{U_R} = tg\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad\rightarrow\quad U_C = \frac{U_R}{\sqrt{3}} \text{ hay } IZ_C = \frac{IR}{\sqrt{3}}$$

$$\rightarrow\quad R = Z_C\sqrt{3} = 150\sqrt{3} \approx 259{,}8\,(\Omega)$$

* **Đáp số :** $C = 21{,}22\,(\mu F)$ và $R = 259{,}8\,(\Omega)$

2. * I_{max} khi $Z_{min} = R$ (có cộng hưởng), lúc đó $Z_L = Z_C$

$$Z_L = Z_C = 150\,(\Omega) \quad\rightarrow\quad L = \frac{Z_C}{\omega} = \frac{150}{100\pi} = \frac{1{,}5}{\pi}(H) \approx 0{,}48\,(H$$

* $$I_{max} = \frac{U}{R} = \frac{120}{150\sqrt{3}} \approx 0,462\,(A)$$

3. * Gọi R_t là điện trở tương đương của $R_o // R$:

$$R_t = \frac{RR_o}{R + R_o}\;; \qquad Z = \sqrt{R_1^2 + (Z_L - Z_C)^2} \qquad (3)$$

* Vôn kế chỉ U_L :

$$U_L = I.Z_L = \frac{U.Z_L}{\sqrt{R_1^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{R_1^2}{Z_L^2} + \left(1 - \dfrac{Z_C}{Z_L}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{y}} \qquad (4)$$

* Do L biến thiên, Z_L là biến số, đặt $x = \dfrac{1}{Z_L}$ và biến đổi y ta có:

$$y = (R_t^2 + Z_C^2)x^2 - 2Z_Cx + 1 = ax^2 + bx + c \qquad (5)$$

* y_{min} khi $U_L = 240V(max)$, khi đó:

$$x = -\frac{b'}{a} = \frac{Z_C}{R_t^2 + Z_C^2} = \frac{1}{Z_L} \quad\rightarrow\quad Z_L = \frac{R_t^2 + Z_C^2}{Z_C} \qquad (6)$$

$$y_{min} = -\frac{\Delta'}{a} = \frac{R_t^2}{R_t^2 + Z_C^2} \quad\Rightarrow\quad y_{min} = \frac{U^2}{U_L^2} = \frac{120^2}{240^2} = \frac{R_t^2}{R_t^2 + 150^2}$$

$$\rightarrow\; R_t = 50\sqrt{3}\,(\Omega)$$

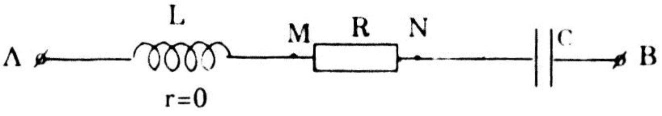
* (3) → $R_o = \dfrac{R_t.R}{R - R_t} = \dfrac{50\sqrt{3} \times 150\sqrt{3}}{150\sqrt{3} - 50\sqrt{3}} = 75\sqrt{3} \approx 129,9\,(\Omega)$

* Từ (6) → $Z_L = \dfrac{(50\sqrt{3})^2 + (150)^2}{150} = 200\,(\Omega)$

$$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{200}{100\pi} = \frac{2}{\pi} \approx 0,637\,(H)$$

$$I = \frac{U_L}{Z_L} = \frac{240}{200} = 1,2\,(A).$$

150. Đặt vào A, B một hiệu điện thế :



$u = U\sqrt{2}\sin\omega t$;

U = const, $\omega \neq$ const.

Điều chỉnh ω lần lượt đến giá trị ω_1, ω_2, ω_3 để U_R (giữa N và M), U_L (giữa A và M) ; U_C (giữa N và B) đạt giá trị cực đại.

Chứng minh rằng : $\omega_1^2 = \omega_2 . \omega_3$

Các giá trị R , L, C không đổi thỏa mãn điều kiện $\frac{2L}{C} > R^2$, bỏ qua điện trở dây nối.

Giải

* Tổng trở của mạch : $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ (1)

* Dòng toàn mạch : $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$ (2)

* Với $\omega = \omega_1$:

+ $U_R = IR = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2}}$ (3)

+ U_R max khi $\omega_1 L = \frac{1}{\omega_1 C} \rightarrow \omega_1^2 = \frac{1}{LC}$ (4)

* Với $\omega = \omega_2$:

+ $y = \frac{1}{L^2C^2}\frac{1}{\omega^4} + \left(\frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC}\right)\frac{1}{\omega^2} + 1 = \frac{1}{L^2C}x^2 + \left(\frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC}\right)x + 1$ (5)

+ $U_{L\,max}$ khi y_{min}. Đặt $x = \frac{1}{\omega^2}$, biến đổi y để có :

$$y = \frac{1}{L^2C^2}\frac{1}{\omega^4} + \left(\frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC}\right)\frac{1}{\omega^2} + 1 = \frac{1}{L^2C}x^2 + \left(\frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC}\right)x + 1$$

$= ax^2 + bx + c$ (6)

+ $a = \dfrac{1}{L^2C^2} > 0$, y_{min} khi $\omega = \omega_2$ và :

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{\dfrac{2}{LC} - \dfrac{R^2}{L^2}}{2.\dfrac{1}{L^2C^2}} = \frac{2LC - R^2C^2}{2} = \frac{1}{\omega_2^2}$$

$$\rightarrow \quad \omega_2^2 = \frac{2}{2LC - R^2C^2} \qquad (7)$$

Trong (7) : do $\dfrac{2L}{C} > R^2 \quad \rightarrow \quad 2LC - R^2C^2 > 0$

* Với $\omega = \omega_3$:

$$+ \quad U_C = IZ_C = \frac{U}{\omega C\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$= \frac{U}{\sqrt{R^2\omega^2C^2 + (\omega^2LC - 1)^2}} = \frac{U}{\sqrt{y_1}} \qquad (8)$$

+ Đặt $x = \omega^2$, biến đổi y_1 và chú ý U_{Cmax} khi y_{1min} nên ta có :

$$y_1 = L^2C^2\omega^4 + (R^2C^2 - 2LC)\omega^2 + 1$$

$$= L^2C^2x^2 + (R^2C^2 - 2LC)x + 1 = ax + bx + c$$

$$U_{Cmax} \quad \text{khi} \quad y_{1min} \quad \text{và} \quad x = \omega_3^2 = \frac{2LC - R^2C^2}{2L^2C^2} \qquad (9)$$

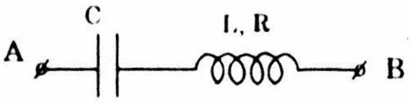
* Từ (4), (7), (9) ta có :

$$\omega_1^2 = \frac{1}{LC}\ ; \qquad \omega_2^2\omega_3^2 = \frac{2}{2LC - R^2C^2}.\frac{2LC - R^2C^2}{2L^2C^2} = \frac{1}{L^2C^2}$$

$$\rightarrow \quad \omega_1^2 = \frac{1}{LC} = \omega_2\omega_3 \text{ (đpcm).}$$

151. Cho mạch điện như hình.

Giữa A và B có hiệu điện thế xoay chiều U = 120 (V), f chưa biết. Khi đó trong mạch có I = 0,2 (A) ; $U_C = U_1 = 56$ (V) ; $U_{cd} = U_2 = 160$ (V). Điện trở dây nối không đáng kể.



1. Tính Z_C, Z_L, R ? Tìm hệ số công suất của toàn mạch.
2. Giữ nguyên mạch, đổi tần số ω đến giá trị có ω' = 250 (rad/s) thì i cùng pha với u toàn mạch. Tìm L, C, f ban đầu. Lúc này nếu U = const, tìm công suất toàn mạch.

Gợi ý

1. Có $Z_C = 280\ (\Omega)$; $Z_L = 640\ (\Omega)$; $R = 480\ (\Omega)$; $\cos\varphi = 0,8$

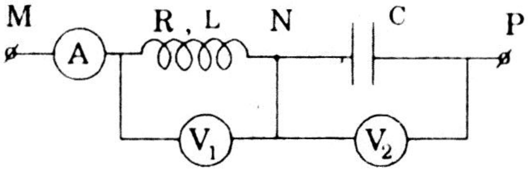
2. $f = 60\ (Hz)$; $L = 1,693\ (H)$; $P_{max} = 30\ (W)$.

152. Cho mạch xoay chiều như hình. Biết $U_{MP} = 60\ (V)$. Vôn kế (V_1) chỉ $U_{MN} = 80\ (V)$; vôn kế (V_2) chỉ $U_{NP} = 28\ (V)$; $R_V = \infty$; $R_A = 0$.

1. Cuộn dây có điện trở thuần không ? Vì sao ?

2. Tìm Z_C, Z_L, R ?

3. Khi dòng điện có tần số $\omega_0 = 250\ (rad/s)$ thì i và u toàn mạch cùng pha. Tìm L, C ?



Giải

1. * Tổng trở của mạch : $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

* $Z = \dfrac{U_{MP}}{I} = \dfrac{60}{0,1} = 600(\Omega)$

* Nếu R = 0 thì $Z = |Z_L - X_C|$ và $U_{MP} = |U_{MN} - U_{NP}|$

Ở đây $U_{MP} = 60(V) \neq |U_{MN} - U_{NP}| = 80 - 28 = 52\ (V)$.

Vậy $R \neq 0$.

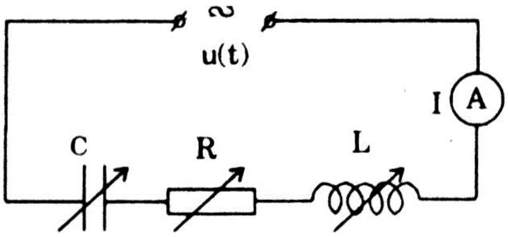
2,3. Phương pháp giải như bài 139, ta có câu kết quả :

* 2) $R = 480\ (\Omega)$, $Z_L = 640\ (\Omega)$, $Z_C = 280\ (\Omega)$

* 3) $L = 1,693\ (H)$, $C = 9,45\ (\mu F)$.

153. Cho mạch như hình.

$u(t) = 200\sin(100\pi t)\ (V)$. Bỏ qua điện trở ampe kế và dây nối.



1. Với $R = 100\ (\Omega)$, $L = \dfrac{2}{\pi}(H)$ thì $I = 1(A)$.

a) Z_C, C ?

b) Độ lệch pha φ bằng mấy giữa u(t) và i(t) toàn mạch. Viết i(t).

2. Cho $L = \dfrac{1}{\pi}(H)$, $C = \dfrac{10^{-4}}{2\pi}\ (F)$. Phải chọn R thế nào thì công suất tỏa nhiệt P là cực đại ? Tìm công suất đó ?

Gợi ý

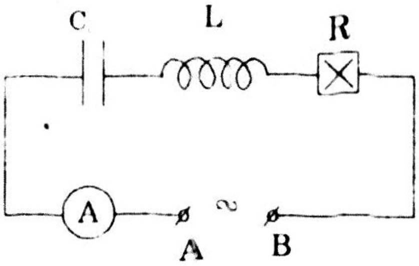
1.a) $Z_C = 100\ (\Omega)$; $C = \dfrac{1}{\pi}.10^{-4}\ (F)$

b) $\varphi_1 = -\frac{\pi}{4}$ và $i_1 = \sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4})(A)$

$\varphi_2 = \frac{\pi}{4}$ và $i_2 = \sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})(A)$

2. $R = 100\Omega$ và $P_{max} = 100W$.

154. Cho mạch như hình.



Giữa A và B có $u = 200\sin 100\pi t$ (V). Cuộn dây thuần cảm kháng có L = 0,636 (H), tụ có C = 31,8 (μF). Đoạn mạch X chứa 2 trong 3 phần tử R, L, C nối tiếp.

a) Tìm các phần tử trong X ? Biết ampe kế chỉ 2,8 (A), hệ số công suất toàn mạch bằng 1. Lấy $\sqrt{2} \approx 1,4$.

b) Viết biểu thức hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch X.

Giải

a)* Cuộn dây $Z_L = \omega L = 100\pi.0,636 = 100\pi.\frac{2}{\pi} = 200\ (\Omega)$

* Dung kháng của tụ : $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.31,8.10^{-6}} = 100(\Omega)$

* Tổng trở toàn mạch : $Z = \frac{U}{I} = \frac{200}{\sqrt{2}\times 2,8} \approx 50(\Omega)$

* Để cos φ ≠ 0 thì X phải có R_x.

$$\cos\varphi = \frac{R_x}{Z} \rightarrow R_x = Z\cos\varphi = 50\times 1 = 50(\Omega)$$

* Vậy X chỉ còn lại có cảm kháng hoặc dung kháng Z_C.

Đặt $\tan\varphi = tg0^o = 0 = \frac{Z_L - Z_C - Z_x}{R} \rightarrow Z_x = Z_L - Z_C$

$Z_x = 200 - 100 = 100\ (\Omega)$

Trước Z_C có dấu (–). Vậy Z_x chính là dung kháng.

* X chứa R và Z_C nối tiếp :

$$C_x = \frac{1}{\omega Z_x} = \frac{1}{100\pi.100} = \frac{1}{\pi}.10^{-4} = 31,8.10^{-6}(F) = 31,8(\mu F)$$

b)* Tổng trở đoạn mạch X là Z'_x :

$$Z'_x = \sqrt{R_x^2 + Z_x^2} = \sqrt{50^2 + 100^2} = 50\sqrt{5}\ (\Omega) \approx 111,8\ (\Omega)$$

$$U'_{ox} = I_o Z'_x = I\sqrt{2}.Z'_x = 2,8\sqrt{2}\times 50\sqrt{5} \approx 443\ (V)$$

$$\tan\varphi_x = \frac{-Z_x}{R_x} = \frac{-100}{50} = -2 \quad \rightarrow \quad \varphi_x = -63{,}43^\circ$$

$$\varphi_x = -1{,}1\ (rad)$$

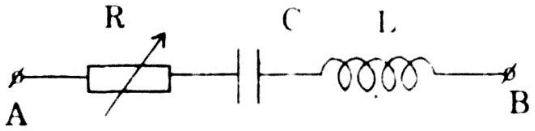
u_x muộn pha hơn i, mà u và i cùng pha nên u_x muộn pha hơn u một góc 1,1 (rad), vậy :

$$u_x = 443\sin(100\pi t - 1{,}1)\ (V).$$

155. Cho mạch xoay chiều như hình bên. $u_{AB} = 200\sin(100\pi t)\ (V)$;

$C = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}(F)$; $L = \frac{0{,}8}{\pi}$ (H).

R biến đổi được từ 0 đến 200 (Ω).



1. Tìm công thức tính R để công suất tiêu thụ P của mạch cực đại. Tìm P_{max} đó.

2. Tính R để công suất tiêu thụ $P = \frac{3}{5}P_{max}$. Viết công thức i(t) khi đó.

Gợi ý

1. $R = |Z_L - Z_C| = 120(\Omega)$; $P_{max} = 83{,}33(W)$

2. Giải phương trình bậc 2 :

$$R^2 - 400R + 14400 = 0 \quad \rightarrow \quad R = \begin{cases} 40\Omega \\ 360\Omega \end{cases}$$

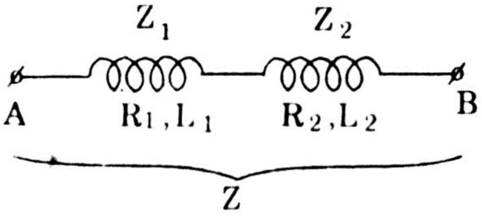
$R = 360\Omega$ loại vì $R \le 200\Omega$

và $i = 1{,}12\sqrt{2}\sin(100\pi t + 1{,}25)\ (A)$.

156. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ.

$R_1 = 60\ (\Omega)$; $L_1 = \frac{4}{5\pi}$ (H) ;

$R_2 = 100\ (\Omega)$; $L_2 = \frac{3}{4\pi}$ (H).



Giữa A và B có $u = 282{,}84\sin 100\pi t$ (V)

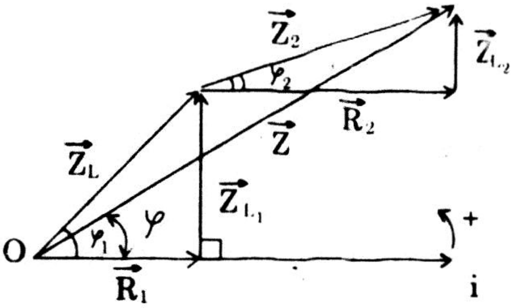
1. Tìm các tổng trở Z_1 , Z_2 , Z ? Giữ cho R_1, R_2, L_1 không đổi. Biến đổi L_2 để có $Z = Z_1 + Z_2$ như thế nào ?
2. Tìm I của mạch ? Tìm U_1 , U_2 giữa hai đầu 2 cuộn dây ? Lúc nào $U_{AB} = U_1 + U_2$?

Giải

1. * $Z_{L_1} = \omega L_1 = 100\pi.\frac{4}{5\pi} = 80\ (\Omega)$

* $Z_{L_2} = \omega L_2 = 100\pi.\dfrac{3}{4\pi} = 75\ (\Omega)$

* $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + Z_{L_1}^2} = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100(\Omega)$



* $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + Z_{L_2}^2} = \sqrt{100^2 + 75^2} = 125(\Omega)$

* $\operatorname{tg}\varphi_1 = \dfrac{Z_{L_1}}{R_1} = \dfrac{80}{60} = \dfrac{4}{3}$

$\operatorname{tg}\varphi_2 = \dfrac{Z_{L_2}}{R_2} = \dfrac{75}{100} = 0,75$

$\varphi_1 > \varphi_2$

* Vẽ giản đồ véctơ điện trở, với nhận xét trong mạch nối tiếp vì các $U = I.Z$ nên giản đồ của U đồng dạng với giản đồ của điện trở.

* Với $\vec{Z}_1 = \vec{R}_1 + \vec{Z}_{L_1}$; $\vec{Z}_2 = \vec{R}_2 + \vec{Z}_{L_2}$; $\vec{Z} = \vec{Z}_1 + \vec{Z}_2$

Từ giản đồ ta suy ra :

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (Z_{L_1} + Z_{L_2})^2} = \sqrt{(60 + 100)^2 + (80 + 75)^2} \approx 223(\Omega)$$

* Từ giản đồ ta thấy để $Z = Z_1 + Z_2$ thì $\varphi_1 = \varphi_2$

$$\frac{Z_{L_1}}{R_1} = \frac{Z_{L_2}}{R_2} \quad \rightarrow \quad \frac{L_1}{L_2} = \frac{R_1}{R_2} \qquad (2)$$

Ta làm thay đổi L_2 sao cho $L_2 = L_1\dfrac{R_2}{R_1}$ (2) bằng nhiều cách (đổi chiều dài ống, đổi độ tự cảm bằng cách cho vào ống lõi Fe và dịch nó...)

2.* $U_o = 282,84 = 200\sqrt{2}(V)$; $U = 200\ (V)$

* $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{200}{223} \approx 0,897(A)$

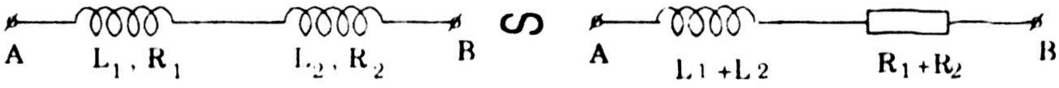
* $U_1 = IZ_1 = 0,897 \times 100 = 89,7(V)$

* $U_2 = IZ_2 = 0,897 \times 125 \approx 112,1\ (V)$

$U = U_1 + U_2 \ \rightarrow\ IZ = IZ_1 + IZ_2 \ \rightarrow\ Z = Z_1 + Z_2$

Vậy $U = U_1 + U_2$ khi $\dfrac{L_1}{L_2} = \dfrac{R_1}{R_2}$

3. Chú ý : Như đã nêu ta có thể rút gọn mạch trên như sau :



157. Mạch xoay chiều AB có $U = 100$ (V) = const, tần số f thay đổi.

1. Một cuộn dây, chỉ có L, L đổi mắc vào AB. Cho $f = 5.10^3$ (Hz); $L = L_0 = \frac{223,6}{\pi}$ (mH). Tìm I ; I đổi thế nào nếu $L = L_0$ nhưng f tăng ?

2. Cho $f = 5.10^3$ (Hz). Giữa A và B có $R = 236$ (Ω) nối tiếp với tụ $C = \frac{5}{\pi}.10^{-8}$ (F), nối tiếp với cuộn dây trên.

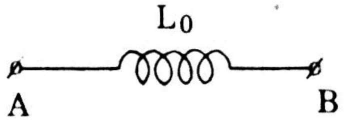
a) Cho $L = L_0$, Tìm I ? Tìm φ giữa u và i toàn mạch. Viết biểu thức u(t) giữa A và B.

b) Cho L đổi. Tìm L để I_{max}. Tìm I_{max} đó ?

Giải

1.* $\omega = 2\pi f = 2\pi.5.10^4$ (rad/s)

* $Z_{L_0} = \omega L_0 = \pi.10^4.\dfrac{223,6.10^{-3}}{\pi} = 2236\ (\Omega)$

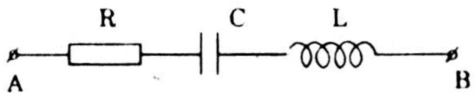


* $I = \dfrac{U}{Z_{L_0}} = \dfrac{100}{2236} \approx 0,0447\,(A) = 44,7\,(mA)$

* Khi L_0 = const ; f tăng thì ω tăng, Z_{L_0} tăng và I giảm.

2a) $L = L_0$; $\omega = \pi.10^4$ (rad/s)

* $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{\pi.10^4.\dfrac{5}{\pi}.10^{-8}} = 2000\,(\Omega)$



* Vẫn có $Z_{L_0} = 2236\ (\Omega)$, $R = 236\ (\Omega)$

* $Z = \sqrt{R^2 + (Z_{L_0} - Z_C)^2} = \sqrt{(236)^2 + (2236 - 2000)^2} = 236\sqrt{2}\,(\Omega)$

* $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{100}{236\sqrt{2}} \approx 0,3(A)$

* $\tan\varphi = \dfrac{Z_{L_0} - Z_C}{R} = \dfrac{2236 - 2000}{236} = 1 \quad \rightarrow \quad \varphi = \dfrac{\pi}{4}$

u toàn mạch sớm pha hơn i một góc π/4.

Vậy nếu $i = \sin\omega t$ thì $u = 100\sqrt{2}\sin(\pi.10^4 t + \dfrac{\pi}{4})$ (V)

b)* Để I_{max} thì $Z_{min} = R$ (có cộng hưởng)

* Khi đó $Z_L = Z_C = \omega L \rightarrow L = \dfrac{Z_C}{\omega}$

$$L = \frac{2.10^3}{\pi.10^4} = \frac{0,2}{\pi} \approx 0,064\,(H)$$

* Lúc này $I_{max} = \dfrac{U}{Z_{min}} = \dfrac{U}{R} = \dfrac{100}{236} \approx 0,424(A)$.

158. Hiệu điện thế xoay chiều giữa hai điểm A và B là :

$$u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V).$$

1. Một đoạn mạch gồm điện trở thuần $R_1 = 50\ (\Omega)$, cuộn dây có độ tự cảm $L_1 = \dfrac{0,6}{\pi}(H)$ và tụ điện có điện dung $C_1 = \dfrac{10^3}{\pi}(\mu F)$ mắc nối tiếp, rồi mắc vào hai điểm A, B.

a) Viết biểu thức của cường độ dòng điện tức thời đi qua đoạn mạch.

b) Tính công suất tiêu thụ trên đoạn mạch.

2. Mắc vào A, B một đoạn mạch khác gồm tụ điện có điện dung C_2 nối tiếp với cuộn dây có điện trở thuần $R_2 = 100\ (\Omega)$ và độ tự cảm L_2, thì thấy cường độ dòng điện qua đoạn mạch sớm pha $\pi/3$ so với hiệu điện thế u và hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai bản cực của tụ điện C_2 đạt giá trị cực đại. Tính L_2, C_2.

Giải

1.a) *Biểu thức của cường độ I :*

* Tổng trở đoạn mạch :

$$Z^2 = R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2 = 50^2 + \left(\frac{0,6}{\pi}.100\pi - \frac{10^6}{\frac{10^3}{\pi}100\pi}\right)^2 = 50^2 + 50^2$$

$$\rightarrow \quad Z = 50\sqrt{2} \approx 70,7(\Omega)$$

* Cường độ cực đại của dòng điện : $I_o = \dfrac{U_o}{Z} = \dfrac{120\sqrt{2}}{50\sqrt{2}} = 2,4(A)$

* Góc trễ pha của dòng điện so với hiệu điện thế :

$$tg\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} = \frac{60 - 10}{50} = 1 \quad \rightarrow \quad \varphi = \frac{\pi}{4}$$

* Biểu thức của i : $i = 2,4\sin(100\pi t - \dfrac{\pi}{4})\ (A)$

b) *Công suất tiêu thụ trên mạch :*

$$P = \frac{U_oI_o}{2}\cos\varphi = \frac{120\sqrt{2}.2,4}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2} = 144\ (W)$$

2. *Tính L_2 C_2 :*

Vì dòng điện sớm pha so với hiệu điện thế nên $\varphi = -\frac{\pi}{3}$

Ta có : $$\mathrm{tg}\varphi = \mathrm{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3} = \frac{L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega}}{R_2} = \frac{L_2C_2\omega^2 - 1}{R_2C_2\omega}$$

$$\rightarrow \quad L_2C_2\omega - 1 = -R_2\sqrt{3}.C_2\omega \qquad (1)$$

Hiệu điện thế hiệu dụng U_C giữa hai bản cực của tụ điện C_2 là :

$$U_C = IZ_{C_2} = \frac{I}{C_2\omega} = \frac{U}{C_2\omega\sqrt{R^2 + \left(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega}\right)^2}}$$

$$U_C = \frac{U_{AB}}{\sqrt{R^2C_2^2\omega^2 + \left(L_2C_2\omega^2 - 1\right)^2}}$$

Từ biểu thức (1) ta có :

$$\sqrt{R^2C_2^2\omega^2 + \left(-R_2C_2\sqrt{3}\omega\right)^2} = 2R_2C_2\omega$$

Và : $$U_C = \frac{U_{AB}}{2R_2C_2\omega} \qquad (2)$$

Có thể tìm ngay kết quả này, từ nhận xét :

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z}, \text{ với } \varphi = -\frac{\pi}{3} \text{ thì } \cos\varphi = \frac{1}{2} \text{ và } Z = 2R$$

Từ đó suy ra :

$$I = \frac{U_{AB}}{Z} = \frac{U_{AB}}{2R} \quad \text{và} \quad U_C = \frac{1}{C_2\omega} = \frac{U_{AB}}{2RC_2\omega}$$

Biểu thức (2) cho thấy rằng khi C_2 tiến dần tới 0 thì U_C lớn vô cùng và không thể đạt giá trị cực đại. Vậy bài toán vô nghiệm.

Chú ý : Nếu trong đề nói rõ là : "cuộn dây không thay đổi, cho C_2 thay đổi" thì thấy : Khi U_C đạt giá trị cực đại, dòng điện sớm pha π/3 so với hiệu điện thế thì bài toán có nghiệm :

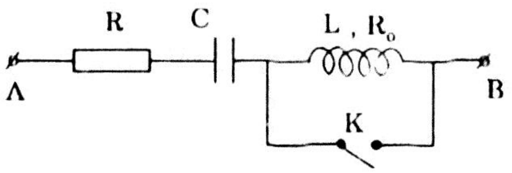
$$L_2 = \frac{R}{\sqrt{3}\omega} \quad \text{và} \quad C_2 = \frac{\sqrt{3}}{4R\omega}$$

Còn theo lời văn của đầu bài, thì ta phải tìm L_2 và C_2 thỏa mãn hai điều kiện : U_C cực đại và $\varphi = -\pi/3$. Điều kiện thứ nhất không thể thỏa mãn được, khi cả L_2 và C_2 đều biến thiên, nên bài toán rõ ràng là vô nghiệm.

159. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ.

Hiệu điện thế giữa A và B luôn có biểu thức :

$$u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t \text{ (V)}.$$



Bỏ qua điện trở dây nối và khóa K.

Khi khóa K đóng, dòng điện qua điện trở R có giá trị hiệu dụng $\sqrt{3}$ (A) và lệch pha $\pi/3$ so với u. Khi K mở, dòng điện qua R có giá trị hiệu dụng bằng 1,5 (A) và nhanh pha $\pi/6$ so với u. Tìm R, điện dung C của tụ điện, điện trở thuần R_o và hệ số tự cảm L của cuộn dây.

Giải

* Khi K đóng, tổng trở của mạch là :

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + Z_C^2} \text{ với } Z_C = \frac{1}{C\omega} \text{ và } I = \frac{U}{Z_1}$$

Ta suy ra : $$Z_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{100}{\sqrt{3}} = \frac{100\sqrt{3}}{3} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}} \quad (1)$$

Và $$\text{tg}\varphi_1 = -\text{tg}\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{RC\omega} = -\sqrt{3} \quad (2)$$

(φ_1 âm, tức là dòng điện sớm pha so với hiệu điện thế)

Từ (1) và (2) ta suy ra : $R_1 = 2R$; do đó : $R = \frac{Z_1}{2} = \frac{50\sqrt{3}}{3} (\Omega)$

$$C = \frac{1}{R\omega.\sqrt{3}} = \frac{3}{50\sqrt{3}.100\pi.\sqrt{3}} \quad \rightarrow \quad C = \frac{2.10^{-4}}{\pi} \text{(F)}$$

* Khi K mở, tổng trở của đoạn mạch là :

$$Z_2 = \sqrt{(R + R_o)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$\text{tg}\varphi_2 = -\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R + R_o}$$

$$Z_2 = \frac{U}{I_2} = \frac{100}{1,5} (\Omega) \text{ ;} \qquad L\omega - \frac{1}{C\omega} = \frac{(R + R_o)}{\sqrt{3}}$$

Từ đó $$Z_2^2 = (R + R_o)^2 + \frac{(R + R_o)^2}{3} = \frac{4}{3}(R + R_o)^2$$

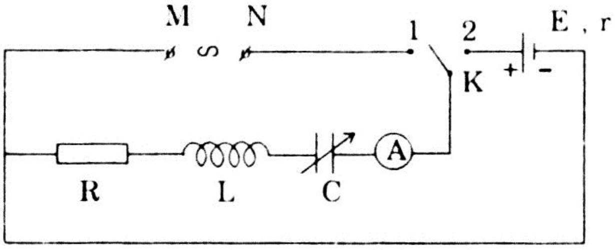
$$R + R_o = \frac{\sqrt{3}}{2}Z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{100}{1,5} = \frac{100\sqrt{3}}{3} = Z_1$$

Từ đó : $R_0 = R = \frac{50\sqrt{3}}{3}\ (\Omega)$

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} - \frac{R + R_0}{\sqrt{3}} = R\sqrt{3} - \frac{2R}{\sqrt{3}} = \frac{R}{\sqrt{3}} = \frac{50}{3}$$

$$L = \frac{50}{3\omega} = \frac{50}{3 \times 100\pi} = \frac{1}{6\pi}\ (H) \quad \rightarrow \quad L = \frac{1}{6\pi}\ (H).$$

160. Cho mạch điện như hình vẽ.



$R = 30\ (\Omega)$; $L = \frac{0,7}{\pi}(H)$, điện trở thuần của cuộn dây coi bằng không ; Ⓐ là một ampe kế nhiệt có điện trở không đáng kể. Tụ điện C có thể thay đổi điện dung. Giữa hai điểm M và N có hiệu điện thế $U_{MN} = 120\sqrt{2}\sin(100\pi t)\ (V)$; t là thời gian đo bằng (s). Nguồn điện một chiều có suất điện động E = 24 (V), điện trở trong r = 2 (Ω).

a) Điều chỉnh cho điện dung của tụ điện bằng $\frac{10^{-4}}{\pi}(F)$. Đóng khóa K vào chốt 1. Xác định chỉ số của ampe kế và viết biểu thức của dòng điện chạy qua điện trở R.

b) Điều chỉnh cho điện dung của tụ điện bằng $\frac{1}{7\pi}(\mu F)$. Đóng khóa K vào chốt 1. Hãy cho biết có hiện tượng gì xảy ra và chỉ số ampe kế bằng bao nhiêu ?

c) Giữ nguyên giá trị điện dung của tụ điện như trong câu b), đóng khóa vào chốt 2. Xác định chỉ số ổn định của ampe kế.

Giải

a) *K đóng vào 1 :* Dòng qua mạch là dòng xoay chiều.

* Tổng trở mạch :

$$Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$$

$$= 30^2 + \left(\frac{0,7}{\pi}.100\pi - \frac{10^4\pi}{100\pi}\right)^2 = 2 \times 30^2$$

$$\rightarrow \quad Z = 30\sqrt{2}(\Omega) \approx 42,42(\Omega)$$

* Số chỉ của ampe kế là cường độ hiệu dụng của dòng điện qua mạch :

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{120}{30\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \approx 2,828 \approx 2,83\ (A)$$

* Do $Z_C > Z_L$ nên dòng điện sớm pha so với hiệu điện thế và góc sớm pha φ có :

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{30}{30\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$$

* Biểu thức của dòng điện chạy qua điện trở R là :

$$i = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi) = 2\sqrt{2}.\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$i = 4\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(A)$$

b) *K vẫn đóng ở chốt 1 :*

* Dòng điện qua mạch vẫn là dòng xoay chiều. Dung kháng Z'_C :

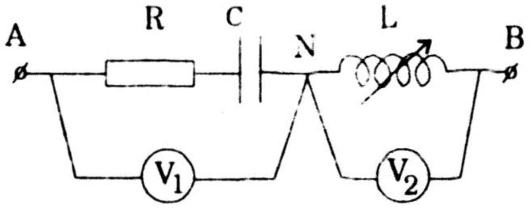
$$Z'_C = \frac{10^3.7.\pi}{100\pi} = 70(\Omega) \rightarrow Z'_C = Z_L$$

* Trên mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng. Số chỉ ampe kế bây giờ là:

$$I' = \frac{U'}{Z'} = \frac{120}{R} = \frac{120}{30} = 4\ (A)$$

c) *K được đóng sang 2 :* Mạch R, L, C bây giờ được mắc vào nguồn một chiều, có suất điện động. Dòng điện một chiều không qua được tụ C, nên ampe kế chỉ lệch lúc đóng mạch, rồi rất nhanh trở về 0 và dừng mãi ở đó, tức là : "số chỉ ổn định của ampe kế là số 0".

161. Cho mạch điện như hình vẽ.



$u_{AB} = 100\sqrt{3}\sin 100\pi t$ (V).

Các (V_1), (V_2) có điện trở vô cùng lớn.

1. Với giá trị ban đầu xác định của R, L, C số chỉ của (V_1), (V_2) lần lượt là $U_1 = 100\sqrt{3}$ (V), $U_2 = 50\sqrt{2}$ (V). Công suất tiêu thụ trên mạch là $P = 100\sqrt{2}$ (W). Tính R, L, C khi đó ?

2. Giữ nguyên giá trị của R, C thay đổi L thì thấy:

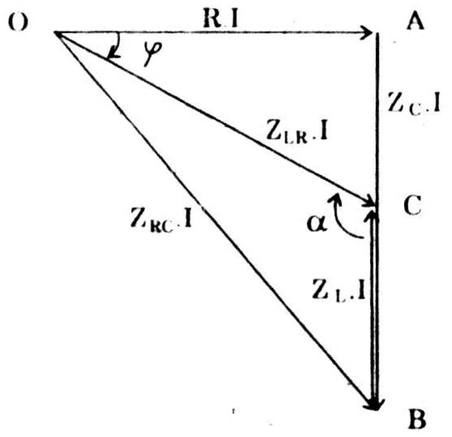
a) Khi $L = L_1$, vôn kế (V_1) chỉ giá trị cực đại. Tính L_1 và công suất P_1 trên mạch khi đó.

b) Khi $L = L_2$, vôn kế (V_2) chỉ giá trị cực đại. Tính L_2 và số chỉ của vôn kế (V_2) khi đó.

Giải

1. Theo hình vẽ, ta phải cho rằng cuộn L có điện trở r không đáng kể.

Do đó : hiệu điện thế ở hai đầu cuộn L, do vôn kế (V_2) đo được là :



$U_L = L\omega.I$

→ $50\sqrt{2} = L.100\pi.I$ (1)

* Hiệu điện thế do vôn kế (V_1) đo được là :

$$u_{RC} = \sqrt{R^2 + Z_C^2}.I$$

→ $100\sqrt{3} = I\sqrt{R^2 + Z_C^2}$ (2)

* Công suất tiêu thụ trên mạch :

$P = I^2 R \rightarrow 100\sqrt{2} = I^2R$ (3)

Mặt khác $P = UI\cos\varphi$ (4)

Để tính cos φ, ta dùng giản đồ véctơ.

* Vẽ véctơ $\vec{OA} = \vec{RI}$ nằm ngang

$\vec{AB} = Z_C\vec{I} = \frac{\vec{I}}{C\omega}$ vuông góc với OA, theo chiều trễ pha

$\vec{BC} = Z_L\vec{I} = L\omega\vec{I}$ vuông góc với OA, theo chiều sớm pha; véctơ $\vec{OB}$ có môđun bằng số chỉ của (V_1), véctơ $\vec{BC}$ có môđun bằng số chỉ của (V_2), còn OC là hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu đoạn mạch A, B bằng $100\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ (V).

* ΔOBC. Ta có :

$$\overline{OB}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{BC}^2 - 2\overline{OC}.\overline{BC}.\cos\alpha$$

$$\left(100\sqrt{3}\right)^2 = \left(100\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{100\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2.\frac{100\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.\frac{100\sqrt{2}}{2}\cos\alpha$$

$$3 = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} - \sqrt{3}\cos\alpha = 2 - \sqrt{3}\cos\alpha \rightarrow \cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

* cos α âm → α tù.

Ta có : $\sin\varphi = \cos(\pi - \alpha) = \cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\cos\varphi = \sqrt{1 - \sin^2\varphi} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

* Từ (4) ta có : $I = \frac{P}{u\cos\varphi} = \frac{100\sqrt{2}}{\frac{100\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.\sqrt{\frac{2}{3}}} = \sqrt{2}$ (A)

* Từ (3) ta có : $R = \frac{P}{I^2} = \frac{100\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2} = 50\sqrt{2}\,(\Omega)$

* Từ (1), (2) ta có:

$$+ \qquad L = \frac{U_L}{\omega I} = \frac{50\sqrt{2}}{100\pi.\sqrt{2}} = \frac{1}{2\pi}(H) \quad \rightarrow \quad L = \frac{1}{2\pi}(H)$$

$$+ \qquad Z_C^2 = \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2 = \frac{U_{RC}^2}{I^2} - R^2 = \frac{\left(100\sqrt{3}\right)^2}{\left(\sqrt{2}\right)^2} - \left(50\sqrt{2}\right)^2$$

$$= (1,5 - 0,5).100^2 = 100^2 \quad \rightarrow \quad Z_C = 100(\Omega)$$

$$+ \qquad C = \frac{1}{ZC\omega} = \frac{1}{100 \times 100\pi} \quad \rightarrow \quad C = \frac{10^{-4}}{\pi}(F)$$

2.a) Cường độ dòng điện qua mạch là :

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2}}$$

Số chỉ $\textcircled{V_1}$ bây giờ là :

$$U_{RC} = \frac{U_{AB}.Z_{CR}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U_{AB}}{\sqrt{\frac{R^2}{Z_{CR}^2} + \left(\frac{Z_L - Z_C}{Z_{CR}}\right)^2}} \tag{5}$$

(Với $Z_{CR}^2 = R^2 + Z_C^2$)

Từ (5) ta thấy rằng : mẫu số của phân số là tổng hai số hạng đều dương. Do R và C không thay đổi, nên số hạng thứ nhất không đổi, tổng trên có giá trị cực tiểu khi số hạng thứ hai triệt tiêu, tức là :

$$Z_{L1} = Z_C = 100\ (\Omega)$$

* Do đó : $Z_{L1} = \frac{Z_{L1}}{\omega} = \frac{100}{100\pi} \quad \rightarrow \quad L_1 = \frac{1}{\pi}(H)$

Trên mạch có sự cộng hưởng và cường độ dòng điện qua mạch là :

$$I_1 = \frac{U}{R} = \frac{100\sqrt{3}}{\sqrt{2}.50\sqrt{2}} = \sqrt{3}\ (A)$$

* Công suất trên mạch :

$$P_1 = U.I_1 = 100.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.\sqrt{3} \quad \rightarrow \quad P_1 = 150\sqrt{2}\ (W)$$

b)* Số chỉ vôn kế $\textcircled{V_2}$, tương tự như trên, bây giờ là :

$$U_{L2} = \frac{U_{AB}}{\sqrt{\dfrac{R^2+(Z_L-Z_C)^2}{Z_L^2}}} = \frac{U_{AB}}{\sqrt{F(Z_L)}}$$

U_{L2} cực đại khi mẫu số phải cực tiểu. Đạo hàm theo Z của biểu thức :

$$F'(Z_L) = \frac{2Z_L^2(Z_L-Z_C) - 2Z_L\left[R^2+(Z_L-Z_C)^2\right]}{Z_L^4}$$

$$F'(Z_L) = 0 \quad \leftrightarrow \quad Z_L(Z_L-Z_C) - \left[R^2+(Z_L-Z_C)^2\right] = 0$$

$$Z_L = \frac{R^2+Z_C^2}{Z_C} = \frac{\left(50\sqrt{2}\right)^2+100^2}{100} = 150\ (\Omega)$$

$$\rightarrow \quad L_2 = \frac{150}{100\pi} = \frac{3}{2\pi} = 3L \quad \rightarrow \quad L_2 = \frac{3}{2\pi}\ (H)$$

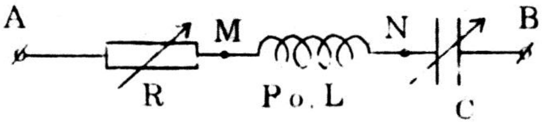
Số chỉ của (V_2) lúc đó là :

$$U_{L2} = \frac{U_{AB}.Z_{L2}}{\sqrt{R^2+(Z_{L2}-Z_C)^2}} = \frac{100\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.150}{\sqrt{\left(50\sqrt{2}\right)^2+(150-100)^2}} = \frac{300}{\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow \quad U_{L2} = 150\sqrt{2}\ (V)$$

Vậy : Để số chỉ của (V_2) cực đại, L_2 phải có giá trị $\frac{3}{2\pi}$ (H) và số chỉ (V_2) là $150\sqrt{2}$ (V).

162. Cho mạch điện như hình. Hiệu điện thế giữa hai đầu AB là :



$u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V) ; $L = \frac{1,4}{\pi}$ (H) ; $R_0 = 30\ (\Omega)$

1. Cho $C = 31,8\ (\mu F)$.

   a) Tính giá trị của R để công suất của mạch là cực đại. Tìm giá trị cực đại đó. Viết biểu thức của cường độ dòng điện khi đó.

   b) Tính giá trị của R để công suất của điện trở R là cực đại. Tìm giá trị cực đại đó.

2. Cho $R = 20\ (\Omega)$, thay đổi điện dung C. Xác định giá trị của C để hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu tụ là cực đại. Tìm giá trị cực đại đó.

Giải

1. Cường độ dòng điện qua mạch là :

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{(R+R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

a) Công suất của mạch là:

$$P = I^2R = (R+R_o)\frac{U^2}{(R+R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{(R+R_o) + \dfrac{(Z_L - Z_C)^2}{R+R_o}}$$

Để P cực đại, thì vì tử số không đổi, mẫu số phải cực tiểu. Mẫu số là tổng của hai số hạng mà tích :

$$(R+R_o)\cdot\frac{(Z_L - Z_C)^2}{R+R_o} = (Z_L - Z_C)^2 \quad (\text{const})$$

Nên mẫu số sẽ cực tiểu khi hai số hạng này bằng nhau.

$$R + R_o = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R+R_o} \quad \rightarrow \quad Z_L - Z_C = R + R_o$$

$$\rightarrow \quad R = Z_L - Z_C - R_o$$

$$R = L\omega - \frac{1}{C\omega} - R_o = \frac{1,4}{\pi}.100\pi - \frac{10^6}{31,8 \times 100\pi} - 30$$

$$R = 140 - 100 - 30 = 10\,(\Omega) \quad \rightarrow \quad R = 10\,(\Omega)$$

* Công suất cực đại :

$$P_{max} = \frac{100^2 \times 40}{40^2 + 40^2} = \frac{10^4}{80} \quad \rightarrow \quad P_{max} = 125\,(W)$$

b) Công suất của điện trở R là :

$$P_R = I^2R = \frac{U^2R}{(R+R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{\dfrac{R^2 + 2RR_o + R_o^2}{R} + \dfrac{(Z_L - Z_C)^2}{R}}$$

$$P_R = \frac{U^2}{R + 2R_o + \dfrac{R_o^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R}}$$

* Mẫu số là tổng của số không đổi $2R_o$ và của hai số hạng phụ thuộc R. Vậy mẫu số sẽ cực tiểu khi hai số hạng ấy có tổng cực tiểu, tức là khi hai số hạng ấy bằng nhau :

$$R^2 = R_o^2 + (Z_L - Z_C)^2 = 30^2 + (140 - 100)^2 = 50^2 \quad \rightarrow \quad R = 50\,(\Omega)$$

* Công suất cực đại :

$$P_{R\,max} = \frac{100^2 \times 50}{(50+30)^2 + 40^2} = \frac{5.10^5}{8.10^3} = \frac{500}{8}\ (W)$$

$$P_{Rmax} = 62{,}5\ (W)$$

2. Hiệu điện thế giữa hai đầu tụ C là :

$$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{(R+R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$U_C = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{(R+R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_C^2}}} = \frac{U}{\sqrt{F(Z_C)}}$$

Để tìm cực tiểu của $F(Z_C)$ ta lấy đạo hàm theo Z_C :

$$F'(Z_C) = \frac{-2Z_C^2(Z_L - Z_C) - 2Z_C\left[(R+R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2\right]}{Z_C^4}$$

Tử số triệt tiêu khi :

$$Z_C(Z_L - Z_C) + (R+R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2 = 0$$

$$Z_CZ_L - Z_C^2 + (R+R_o)^2 + Z_L^2 - 2Z_LZ_C + Z_C^2 = 0$$

$$(R+R_o)^2 + Z_L^2 - Z_LZ_C = 0$$

$$\rightarrow \quad Z_C = \frac{Z_L^2 + (R+R_o)^2}{Z_L} = \frac{(R+R_o)^2}{Z_L} + Z_L$$

$$Z_C = \frac{(20+30)^2}{140} + 140 = \frac{250}{14} + 140 = \frac{125+980}{7} = \frac{1105}{7}(\Omega)$$

* Suy ra :

$$C = \frac{1}{Z_C\omega} = \frac{7}{1105 \cdot 100\pi} = \frac{0{,}6335.10^{-4}}{\pi} = \frac{0{,}6335.10^{-4}}{3{,}1416}(F)$$

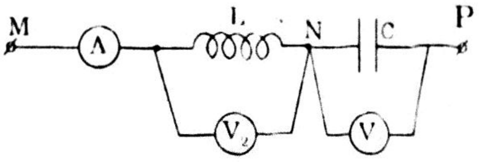
$$C = 20{,}16.10^{-6}\ (F) \quad \rightarrow \quad C \approx 20\,(\mu F)$$

* Giá trị cực đại là :

$$U_C = \frac{100 \times \dfrac{1105}{7}}{\sqrt{50^2 + \left(110 - \dfrac{1105}{7}\right)^2}} = \frac{100 \times 1105}{371{,}65}\ (V)$$

$$U_{Cmax} = 297{,}32\ (V)$$

163. Cho mạch điện như hình vẽ.

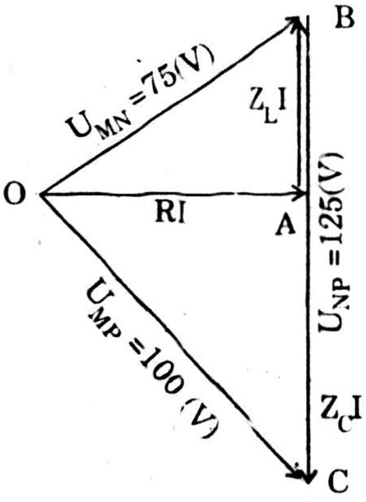


Ⓐ có điện trở rất nhỏ. (V_1), (V_2) là hai vôn kế có điện trở rất lớn. L là một cuộn cảm, C là một tụ điện.

Đặt vào hai đầu M và P một hiệu điện thế tính bằng vôn, có biểu thức: $u_{MP} = 141,4\sin 100\pi t$ thì thấy Ⓐ chỉ 0,5 (A), (V_1) chỉ 75 (V), (V_2) chỉ 125 (V)

1. Chứng minh rằng: cuộn cảm L có điện trở R đáng kể, và hiệu điện thế u_{MN} lệch pha $\pi/2$ so với hiệu điện thế u_{MP}.
2. Tính điện dung C của tụ, độ tự cảm L và điện trở R của cuộn cảm. Viết biểu thức của cường độ dòng điện và của các hiệu điện thế u_{MN}, u_{NP}.

Giải



1. Giản đồ véctơ hình bên cho thấy rằng, nếu R = 0 thì hai véctơ $\vec{U_L} = Z_L\vec{I}$ và $\vec{U_C} = Z_C\vec{I}$ phải hướng ngược chiều nhau và ta có :

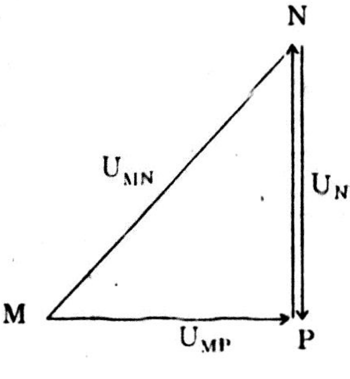
$$U_{MP} = U_{MN} + U_{NP}$$

Ở đây $\quad 100 \neq |125 - 75|$

Vậy R phải ≠ 0, tức là cuộn dây có điện trở đáng kể.

* Góc lệch pha φ giữa dòng điện và hiệu điện thế phải khác 0. Theo hình (dưới), nếu :

$$L\omega I = \frac{1}{C\omega}.I$$



thì hiệu điện thế U_{MN} giữa hai đầu cuộn cảm biểu diễn bởi cạnh huyền của tam giác vuông MNP phải lớn hơn hiệu điện thế U_{NP} giữa hai cực của tụ C (biểu diễn bởi cạnh góc vuông NP).

* Ta có :

$U_{MN} = 75\ (V)$; $\quad U_{NP} = 125\ (V) > U_{MN}$. $\quad$ Vậy ta có : $\varphi \neq 0$

* ΔOBC có : $\left.\begin{aligned} OB &= 75 = 3 \cdot 25 \\ OC &= 100 = 4 \cdot 25 \\ BC &= 125 = 5 \cdot 25 \end{aligned}\right| \rightarrow \quad OB : OC : BC = 3 : 4 : 5$

Và ΔBOC vuông tại O → Hiệu điện thế U_{MN} sớm pha $\pi/2$ so với U_{MP}.

2. Điện dung C :

$$Z_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{U}{I} \rightarrow C = \frac{I}{\omega U}$$

$$C = \frac{0,5}{100\pi.125} = \frac{4}{10^5.\pi} = 12,73.10^{-6}(F) \rightarrow C \approx 12,7(\mu F)$$

- OA = RI là đường cao của Δ OBC, ta có :

$$OA = \frac{OB.OC}{BC} = \frac{75 \times 100}{125} = 60 = RI$$

$$\rightarrow \quad R = \frac{60}{I} = \frac{60}{0,5} \quad \rightarrow \quad R = 120(\Omega)$$

- $\left.\begin{array}{l} \Delta AOB,\ \Delta OBC \text{ vuông} \\ \widehat{OBA} \text{ là góc chung} \end{array}\right\} \rightarrow \quad \Delta OAB \backsim \Delta BOC$

- Suy ra : $\frac{OB}{5} = \frac{OA}{4} = \frac{AB}{3} \quad \rightarrow \quad AB = \frac{3}{4}OA$

$$AB = \frac{3 \times 60}{4} = 45 = Z_L.I = L\omega I$$

$$L = \frac{AB}{\omega I} = \frac{45}{100\pi.0,5} = \frac{9}{10\pi} = 0,286(H) \quad \rightarrow \quad L = 0,29\ (H)$$

- Hiệu điện thế u_{MN} sớm pha π/2 so với u_{MP}.

$$u_{MN} = 75\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)(V)$$

- Dòng điện I sớm pha φ so với u_{MP}, với :

$$\tan\varphi = \frac{125 - 45}{60} = \frac{4}{3} \quad \rightarrow \quad \varphi \approx 53^o08'$$

Vậy : $\begin{cases} i = 0,5.\sqrt{2}\sin\left(100t + \frac{\pi}{2}\right)(A) \\ \varphi = 53^o08' \end{cases}$

- Hiệu điện thế u_{NP} trễ pha : $(\frac{\pi}{2} - \varphi) = 36^o52'$ so với u_{MP}.

Để ý : $36^o52' = 36,87^o = 0,643$ (rad)

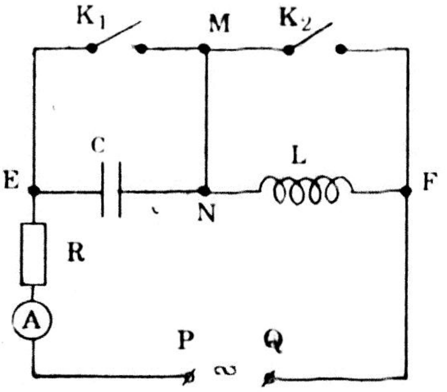
Vậy $u_{NP} = 125\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0,643)$ (V)

164. Trong mạch điện xoay chiều PQ (hình dưới).

Điện trở của Ⓐ, các khóa K và của dây nối nhỏ không đáng kể. Mạch gồm cuộn dây NF có độ tự cảm L (bỏ qua điện trở thuần), tụ điện có điện dung C và một điện trở R. Hiệu điện thế hiệu dụng U_{PQ} được giữ không đổi.

a) Vẽ giản đồ véctơ biểu diễn độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế của mạch PQ khi K_1 đóng, K_2 mở và khi K_1 mở, K_2 đóng.

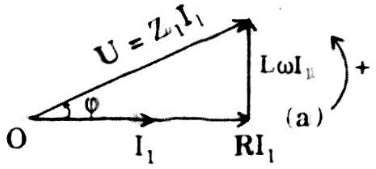
b) Tìm độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế khi K_1 đóng, K_2 mở, biết rằng số chỉ của ampe kế lúc đó là 0,6(A) và số chỉ của ampe kế là 3(A) khi K_1, K_2 đều đóng.



c) Tính số chỉ của ampe kế khi K_1, K_2 đều mở, biết rằng nếu K_1 mở, K_2 đóng thì Ⓐ chỉ 1(A).

Giải

a) *K_1 đóng, K_2 mở :*



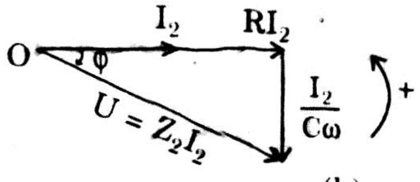
* Mạch điện chứa điện trở R và cuộn cảm L, mắc nối tiếp :

$U_L = L\omega I$ sớm pha $\pi/2$ so với I (hình a) tức là :

$U_R = RI$, I trễ pha φ so với U_{PQ}

* K_1 mở, K_2 đóng. Mạch điện chứa điện trở R và tụ điện C mắc nối tiếp. Dòng điện sớm pha so với U_{PQ} (hình b).

b) *K_1 đóng, K_2 mở (hình a) :*



(b)

* Tổng trở mạch :

$$Z_1^2 = R^2 + Z_L^2 \rightarrow Z_1 = \sqrt{R^2 + Z_L^2}$$

$$\rightarrow I_1 = \frac{U_{PQ}}{R} \rightarrow 0,6 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = I_1 \qquad (1)$$

* Khi K_1, K_2 đều đóng, mạch điện chỉ chứa điện trở R và cường độ :

$$I_2 = \frac{U_{PQ}}{R} = \frac{U}{R} = 3(A) \qquad (2)$$

Ta có : $\cos\varphi = \frac{R}{Z_1} \rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R}{Z_1} = \cos\varphi \rightarrow \cos\varphi = \frac{0,6}{3} = \frac{1}{5}$

c) *K_1 mở, K_2 đóng (hình b) :*

$$I_3 = \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = 1(A) \qquad (3)$$

* Khi K_1, K_2 đều mở thì : $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$ (4)

(1), (2), (3) ta có :

$$\begin{cases} R^2 + Z_L^2 = \dfrac{U^2}{I_1^2} & (5) \\ R^2 = \dfrac{U^2}{I_2^2} & (6) \\ R^2 + Z_C^2 = \dfrac{U^2}{I_3^2} & (7) \end{cases}$$

* Với $I_1 = 0,6$ (A) ; $I_2 = 3$ (A) thì $I_1 = \dfrac{I_2}{5}$ (8)

Đưa (6) vào (5) có chú ý đến (8) ta có : $Z_L = 2\sqrt{6}R$ (9)

* Với $I_3 = 1$ (A) và $I_2 = 3$ (A) thì $I_3 = \dfrac{I_2}{3}$ (10)

Đưa (6) vào (7) và chú ý đến (10) ta có : $Z_C = 2\sqrt{2}R$ (11)

* Thay (9), (11) vào (4), biến đổi ta có : $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{U}{R\sqrt{33 - 16\sqrt{3}}}$ (12)

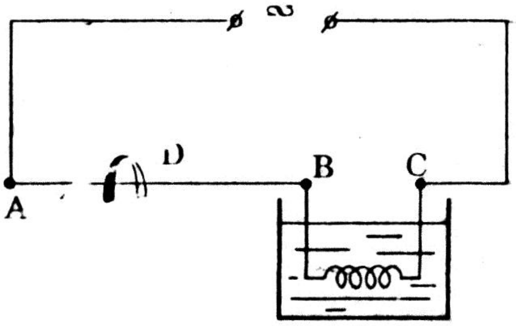
* Chú ý : $\dfrac{U}{R} = I_2$ nên (12) có dạng $I = \dfrac{I_2}{\sqrt{33 - 16\sqrt{3}}}$ (13)

Thay số: $I = \dfrac{3}{\sqrt{33 - 16\sqrt{3}}} \approx 1,3$(A)

* Đáp số : Ampe kế chỉ 1,3 (A) khi K_1, K_2 đều mở.

165. Cho mạch điện như hình vẽ.

AB là một dây kim loại được giữ căng với hai đầu A, B cố định. AB = l = 1 (m). Đặt AB giữa lòng nam châm D vĩnh cửu. Cuộn dây có điện trở hoạt động $R_2 = 32$ (Ω) nhúng trong nước có khối lượng nước m = 6 (kg).



Nhiệt dung riêng của nước $C_n = 4,18$ (J/g.K). Dây AB có điện trở $R_1 = 0,51$ (Ω). Giữa A và C có $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

Ta thấy bình nước nóng thêm 3°C trong t = 10 phút; dây AB dao động tạo nên một bụng sóng giữa A, B.

1. Giải thích hiện tượng xảy ra trên AB. Tìm vận tốc truyền dao động trên dây.

2. Tìm : a) I hiệu dụng của dòng trong mạch.

b) L của cuộn dây đốt nước.

3. Nối tiếp tụ điện C với AB. Tìm C để I_{max}. Tìm U_C.

Giải

1.* Có dòng xoay chiều qua AB; AB đặt trong từ trường nên mẩu dây ấy có từ lực tác dụng.

* Do i biến thiên nên từ lực $F = Bil$ biến thiên tuần hoàn với tần số $f = 50$ (Hz) làm cho dây dao động.

* Dao động điều hòa ở mẩu dây này truyền đến A, phản xạ, đến B, phản xạ...

* Trên AB có sự chồng chất của hai đoàn sóng kết hợp nên có sóng dừng trên AB.

* Điều kiện có sóng dừng là $AB = l = K\dfrac{\lambda}{2}$

Với K = 1 (theo giả thiết) → $l = \dfrac{\lambda}{2} = \dfrac{v}{2f} \rightarrow v = 2lf$

* Vận tốc truyền dao động : $v = 2 \times 1 \times 50 = 100$ (m/s)

2.* Coi không mất mát năng lượng thì công của dòng điện xoay chiều biến thành nhiệt lượng làm nóng nước.

* $$Q = I^2R_2t = c.m.\Delta t^o \rightarrow i = \sqrt{\frac{c.m.\Delta t}{R_2.t}}$$

$$I = \sqrt{\frac{4180 \times 6 \times 3}{32 \times 10 \times 60}} \approx 1,98\ (A)$$

b) Tổng trở toàn mạch :

* $$Z = \frac{U}{I} = \frac{120}{1,98} \approx 60,6\ (\Omega)$$

* Do $Z^2 = (R_1 + R_2)^2 + Z_L^2 \rightarrow Z_L = \sqrt{Z^2 - (R_1 + R_2)^2}$

* $$Z_L = \sqrt{(60,6)^2 - (0,51 + 32)^2} \approx 51,14\ (\Omega)$$

* $$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{51,14}{100\pi} \approx 0,163\ (H)$$

3. *Có R nt L nt C:*

* Khi I_{max} thì $Z_L = Z_C = \dfrac{1}{\omega C} \rightarrow C = \dfrac{1}{\omega Z_L}$

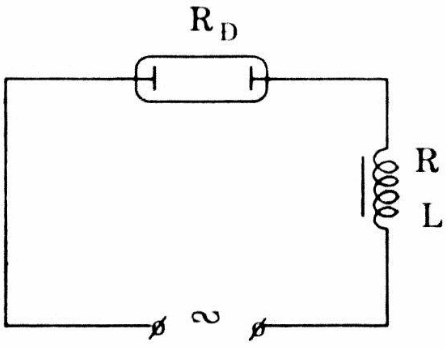
$$C = \frac{1}{100\pi.51,14} \approx 62.10^{-6}\ (F) = 62\ (\mu F)$$

* Khi đó $Z_{min} = R_1 + R_2$

$$I_{max} = \frac{U}{Z_{min}} = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{120}{0,51 + 32} \approx 3,69\ (A)$$

* $U_C = I_{max}.Z_C = 3,69 \times 51,14 \approx 189\ (V)$.

166. Một đèn ống khi hoạt động bình thường có $I_Đ = 0,8$ (A) và $U_Đ = 50$ (V). Để dùng đèn ở hiệu điện thế xoay chiều: 120 (V) – 50 (Hz), ta nối nó với cuộn cảm R = 12,5 (Ω) (chấn lưu).



1. Vẽ sơ đồ mạch điện. Tìm L của chấn lưu.

2. Tìm hiệu điện thế hiệu dụng của cuộn dây (U_{cd}); công suất tiêu thụ trên cuộn dây (P_{cd}) và công suất của bộ đèn (P) (của đèn + chấn lưu). Tìm góc lệch pha φ giữa i và u toàn mạch.

3. Nếu mắc đèn và chấn lưu vào mạng xoay chiều 120 (V) – 60 (Hz) thì đèn sáng hay tối hơn bình thường ?

Giải

1. * Sơ đồ - Xem hình trên bài ra đã vẽ.

* Đèn là một điện trở hoạt động $R_Đ$: $R_D = \frac{U_D}{I_D} = \frac{50}{0,8} \approx 62,5\ (\Omega)$

* Khi mắc đèn với chấn lưu vào mạch 120V – 50Hz. I cũng phải bằng $I_Đ$, tổng trở mạch là :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{120}{0,8} \approx 150\ (\Omega)$$

* $$Z^2 = (R_D + R)^2 + Z_L^2 \quad \rightarrow \quad Z_L = \sqrt{Z^2 - (R_D + R)^2}$$

$$Z_L = \sqrt{(150)^2 - (62,5 + 12,5)^2} \approx 130\ (\Omega)$$

Vậy : $$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{Z_L}{2\pi f} = \frac{130}{2 \times 3,141 \times 50} \approx 0,41\ (H)$$

2. * $$Z_{cd} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{(12,5)^2 + (130)^2} \approx 130,6\ (\Omega)$$

* $$U_{cd} = IZ_{cd} = 0,8 \times 130,6 \approx 104,5\ (V)$$

* $$P_{cd} = I^2R = (0,8)^2.12,5 \approx 8\ (W)$$

* $$P = I^2(R + R_D) = (0,8)^2(62,5 + 12,5) \approx 48\ (W)$$

* $$tg\varphi = \frac{Z_L}{R + R_D} = \frac{130}{62,5 + 12,5} \approx \sqrt{3} \quad \rightarrow \quad \varphi = \frac{\pi}{3}$$

(u sớm pha hơn i một góc π/3)

3.* *Tổng trở mạch :*

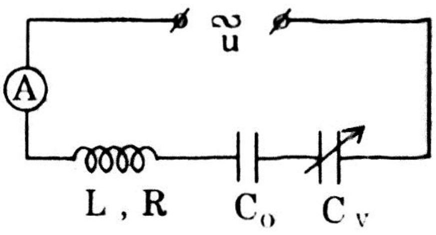
$$Z = \sqrt{(R + R_Đ)^2 + \omega^2L^2} = \sqrt{(R + R_Đ)^2 + 4\pi^2f^2L^2}$$

* $I = \dfrac{U}{Z}$; với U = const, Z tăng do f tăng nên I giảm. Độ sáng của đèn đánh giá qua $Q = I^2R_Đt$ nên I giảm, độ sáng của đèn giảm.

167. Cho mạch như hình. $u = 141{,}4\sin 100\pi t$ (V)

$C_o = 12$ (μF), C_V biến thiên, $R_a = 0$.

Ta thấy có hai giá trị C_V là 6 (μF) và 12 (μF) mà ampe kế đều chỉ 0,6 (A).



1. Tìm R, L.

2. Viết i(t) ứng với C_V trên.

3. Với C_V nào để i trễ pha so với u một góc π/6. Và lúc đó ampe kế chỉ bao nhiêu ?

Giải

1.* Thay C_o nối tiếp với C_V bằng tụ điện tương đương C :

$$C = \frac{C_oC_V}{C_o + C_V}\begin{cases} = C_1 = \dfrac{12\times 6}{12+6} = 4\ (\mu F) \\ = C_2 = \dfrac{12\times 12}{12+12} = 6\ (\mu F)\end{cases}$$

* Khi $C_V = 6\mu F$ ($C_1 = 4\mu F$) và khi $C_V = 12\mu F$ ($C = 6\mu F$) đều có $I_1 = I_2 = 0{,}6$ (A) nên $Z_1 = Z_2$ (tổng trở toàn mạch trong hai trường hợp)

$$Z_1^2 = R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C_1}\right)^2 = Z_2^2 = R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C_2}\right)^2$$

* Vì có $C_1 \neq C_2$ nên $\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C_1}\right) = -\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C_2}\right)$

$$\rightarrow L = \frac{1}{2\omega^2}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \frac{1}{2(100\pi)^2}\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right).\frac{1}{10^{-6}} \approx 2{,}11\ (H)$$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{100}{0{,}6} \approx 167\ (\Omega)$$

$$Z_L = \omega L = 100\pi.2{,}11 \approx 662\ (\Omega)$$

$$Z_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{100\pi.4.10^{-6}} \approx 796\ (\Omega)$$

$$Z_1^2 = R^2 + (Z_L - Z_{C1})^2 \rightarrow R = \sqrt{Z_1^2 - (Z_L - Z_C)^2}$$

$$R = \sqrt{(167)^2 - (662 - 796)^2} \approx 99\ (\Omega)$$

Đáp số : L ≈ 2,11 (H) ; R ≈ 99 (Ω).

2.* $$\text{tg}\varphi = \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} = \frac{662 - 796}{99} = -1,35$$

→ $\varphi_1 = -53° \approx -0,92$ (rad) ; u muộn pha hơn i_1 vì vậy i_1 sớm pha hơn u một góc 0,92 (rad), nên :

$$i_1 = 0,6\sqrt{2}\ \sin(100\ \pi t + 0,92)\ (A)$$

* Ngược lại khi $C_V = C_2$, lập luận tương tự :

$$i_2 = 0,6\sqrt{2}\ \sin(100\ \pi t - 0,92)\ (A)$$

3.* Do i trễ pha so với u một góc π/6 nên u sớm pha hơn i một góc π/6 :

$$\text{tg}\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \text{tg}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\rightarrow \quad Z_C = Z_L - \frac{R}{\sqrt{3}} = 662 - \frac{99}{\sqrt{3}} \approx 605\ (\Omega)$$

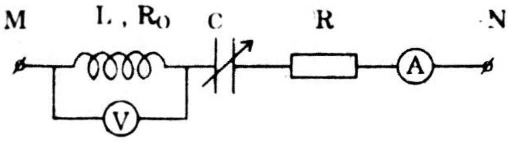
* $$C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.605} \approx 5,26.10^{-6}\ (F) = 5,26\ (\mu F)$$

Lúc đó : $$C = \frac{C_o C_V}{C_o + C_V} = 5,26 = \frac{12 C_V}{12 + C_V} \rightarrow C_V = 9,3\ (\mu F)$$

* $$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \quad \rightarrow \quad Z = \frac{R}{\cos\varphi} = \frac{99}{\cos\frac{\pi}{6}} \approx 114\ (\Omega)$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{114} \approx 0,88\ (A) \rightarrow \text{Ampe kế chỉ } 0,88\ (A).$$

168. Cho mạch điện như hình vẽ.



Giữa M và N có $u = U_o \sin(2\ \pi f t)$ (V)

1 Lập công thức tính R_o, Z_C, Z_L, R ?

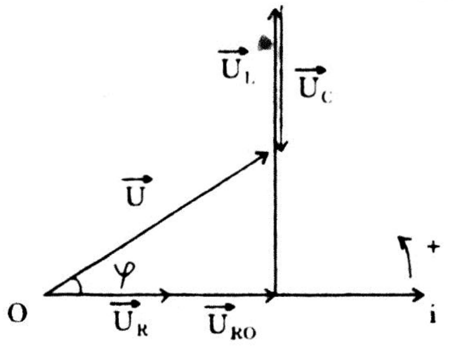
2 Cho $U_o = 50\sqrt{2}$ (V) ; f = 50 (Hz) ; R = 15 (Ω).

Khi $C = C_1$, ampe kế chỉ cực đại $I_{max} = 2$ (A), vôn kế chỉ $20\sqrt{2}$ (V).

Khi $C = C_2$, ampe kế chỉ $\sqrt{2}$ (A).

Viết biểu thức i (t) khi $C = C_1$ và tìm R_o, L, C_1, C_2.

Giải



1.* u_{R_o}, u_R cùng pha với i

* u_L sớm pha hơn i một góc π/2

* u_C muộn pha hơn i một góc π/2

* Vẽ giản đồ.

* Chú ý : $U_{R_o} = IR_o$; $U_R = IR$; $U_L = IZ_L$; $U_C = IZ_C$

* Từ giản đồ ta có :

$$U^2 = (U_R + U_{Ro})^2 + (U_L - U_C)^2$$

$$(IZ)^2 = (IR_o + IR)^2 + (IZ_L - IZ_C)^2$$

$$\rightarrow Z = \sqrt{(R_o + R)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

và : $$\text{tg}\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_{Ro} + U_R} = \frac{IZ_L - IZ_C}{IR_o + IR} = \frac{Z_L - Z_C}{R_o + R}$$

(Như vậy R_o nối tiếp với R được thay bằng điện trở tương đương $R + R_o$)

2.* *Khi $C = C_1$:*

* Ampe kế chỉ cực đại nên $\varphi_1 = 0$, mạch có cộng hưởng :

$$Z_L = Z_{C1} \text{ ; } U = \frac{U_o}{\sqrt{2}} = 50 \text{ (V)}$$

* Lúc này : $I_{max} = \dfrac{U}{R + R_o} = \dfrac{50}{15 + R_o} \approx 2 \text{(A)} \rightarrow \quad R_o \approx 10 \,(\Omega)$

* $\quad I_{o\,max} = I_{max}\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ (A) ; i và u cùng pha nên :

$$i = 2\sqrt{2}\,\sin(100\,\pi t)\text{ (A)}$$

* Vôn kế chỉ U_{cd} (hiệu điện thế cuộn dây)

$$U_{cd} = 20\sqrt{2} = I_{max}\sqrt{R_o^2 + Z_L^2} = 2\sqrt{(10)^2 + Z_L^2}$$

$$\rightarrow \quad Z_L = 10(\Omega)$$

$$Z_L = \omega L \quad \rightarrow \quad L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{10}{100\pi} \approx 0{,}318 \text{ (H)}$$

* Với $\quad Z_{C1} = Z_L = \dfrac{1}{\omega C_1} \quad \rightarrow \quad C_1 = \dfrac{1}{\omega Z_L} = \dfrac{1}{100\pi.10} = \dfrac{1}{\pi}.10^{-3}\text{(F)}$

Hay $C_1 = 318$ (μF)

* *Khi $C = C_2$:*

* $$Z = \frac{U}{I} = \frac{50}{\sqrt{2}} = 25\sqrt{2}\,(\Omega)$$

* Với $\quad Z^2 = (R + R_o)^2 + (Z_L - Z_{C2})^2$. Ta có :

$$Z_L - Z_{C2} = \pm\sqrt{Z^2 - (R + R_o)^2} \Rightarrow Z_{C2} = Z_L \pm \sqrt{Z^2 - (R + R_o)^2}$$

$$Z_{C2} = 10 \pm \sqrt{\left(25\sqrt{2}\right)^2 - (15 + 10)^2} = 10 \pm 25 = \begin{cases} = 35\,(\Omega) \\ = -25\,(\Omega)\text{ (loại)} \end{cases}$$

* Vậy : $Z_{C2} = 35(\Omega) = \dfrac{1}{\omega C_2} \rightarrow C_2 = \dfrac{1}{\omega Z_{C2}}$

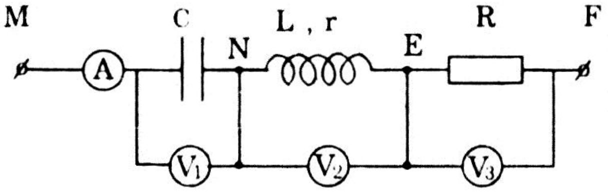
$$C_2 = \frac{1}{100\pi.35} \approx 91.10^{-6}(F) = 91\,(\mu F)$$

* *Đáp số :* 1. $i = 2\sqrt{2}\sin 100\,\pi t$ (A)

2. $R_o = 10\ (\Omega)$; $L = 0{,}0318$ (H) ;

$C_1 = 318\ (\mu F)$; $C_2 = 91\ (\mu F)$.

169. Cho mạch điện như hình.



Giữa M và F có :

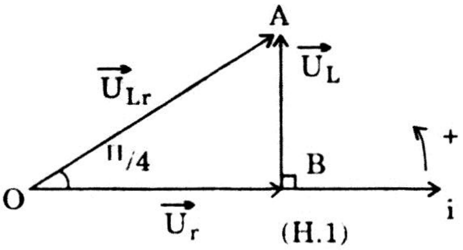
$u = 80\sqrt{2}\sin 100\,\pi t$ (V).

R = 100 (Ω), vôn kế Ⓥ₂ và Ⓥ₃ chỉ lần lượt là $30\sqrt{2}$ (V) và 50 (V). u_{Lr} sớm pha hơn i một góc π/4.

1. Tìm số chỉ của vôn kế Ⓥ₁ và ampe kế Ⓐ ?
2. Tìm L, C, r ? Tìm công suất của mạch điện ?
3. Thay tụ bằng cuộn dây có R_o , L_o, sao cho $U_{MF} = U_{MN} + U_{NF}$ thì vôn kế Ⓥ₁ chỉ 20 (V). Tìm L_o, R_o.

Giải

1. * $U = \dfrac{U_o}{\sqrt{2}} = \dfrac{80\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 80\,(V)$



(H.1)

* Xét cuộn dây (xem giản đồ hình 1)

ΔOAB vuông cân → $U_r = U_L$

và $U_{Lr} = U_r\sqrt{2}$

$$U_{Lr} = 30\sqrt{2} = U_r\sqrt{2} \quad \rightarrow \quad U_r = U_L = 30(V)$$

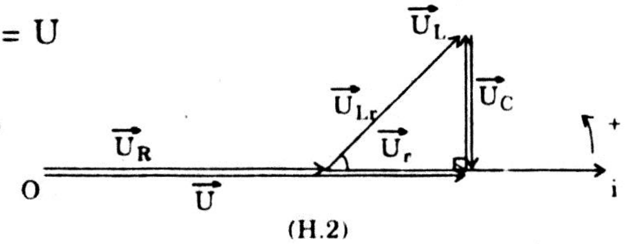
* Vẽ giản đồ toàn mạch (H2).

Do $U_R + U_r = 50 + 30 = 80$ (V) = U

nên $\vec{U} = \vec{U_R} + \vec{U_r}$, lúc đó φ = 0,

$U_L = U_C = 30$ (V)

nên vôn kế Ⓥ₁ chỉ 30 (V).



(H.2)

Số chỉ của ampere kế : $I = \dfrac{U_R}{R} = \dfrac{50}{100} = 0{,}5$ (A)

2.* $Z_C = \dfrac{U_C}{I} = \dfrac{30}{0{,}5} = 60\,(\Omega)$ (Do $I = \dfrac{U_R}{R} = \dfrac{50}{100} = 0{,}5A$)

$$C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.60} = 53.10^{-6}(F) = 53\,(\mu F)$$

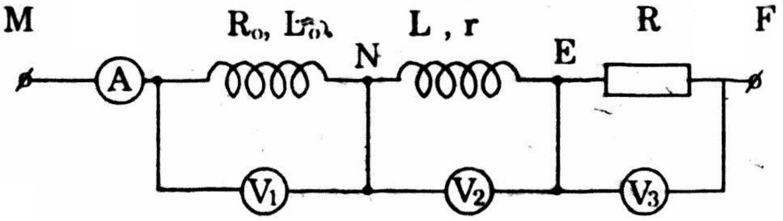
* $$Z_L = \frac{U_L}{I} = \frac{30}{0,5} = 60\,(\Omega)\,,\ L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{60}{100\pi} = 0,19\,(H)$$

* $$r = \frac{U_r}{I} = \frac{30}{0,5} = 60\,(\Omega)$$

* $$P = I^2(R + r) = (0,5)^2\,(100 + 60) = 40\,(W)$$

3.* Khi $U_{MF} = U_{MN} + U_{NF}$, thì $\tan\varphi_{MN} = \tan\varphi_{NF}$,

Hay $$\frac{\omega Lo}{Ro} = \frac{\omega L}{R + r} = \frac{Z_L}{R + r} = \frac{60}{100 + 60} = \frac{3}{8}$$



* Vôn kế (V_1) chỉ $U_{MN} = 20\,(V)$; $U_{MF} = 80\,(V)$ nên :

$$U_{NF} = U_{MF} - U_{MN} = 80 - 20 = 60\,(V)$$

* $$Z_{NF} = \sqrt{(R + r)^2 + Z_L^2} = \sqrt{60^2 + (100 + 60)^2} \approx 171\,(\Omega)$$

* Định luật Ohm đoạn MN và NF cho ta :

$$\frac{U_{MN}}{U_{NF}} = \frac{IZ_{MN}}{IZ_{NF}} = \frac{Z_{MN}}{Z_{NF}} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3} \rightarrow Z_{MN} = \frac{Z_{NF}}{3} = 57\,(\Omega)$$

* $$Z_{Lo} = \omega L_o = \frac{3}{8}R_o$$

và $$Z_{MN}^2 = R_o^2 + Z_{Lo}^2 = R_o^2 + \left(\frac{3}{8}R_o\right)^2 = \frac{73}{64}R_o^2$$

Hay : $$(57)^2 = \frac{73}{64}R_o^2 \rightarrow R_o = \frac{160}{3}(\Omega) \approx 53,33(\Omega)$$

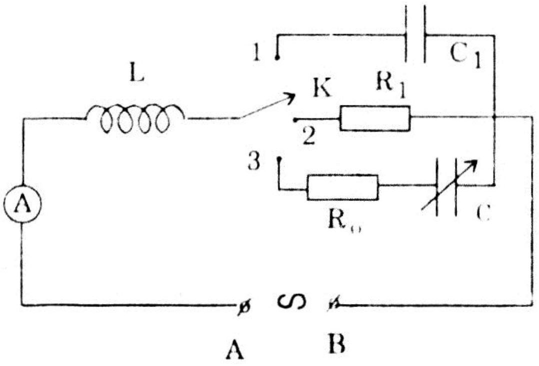
* $$L_o = \frac{3R_o}{8\omega} = \frac{3 \times 160}{3 \times 8 \times 100\pi} = \frac{0,2}{\pi}(H) \approx 0,0636\,(H)$$

Đáp số :

1. Vôn kế (V_1) chỉ 30 (V) ; ampe kế (A) chỉ 0,5 (A)
2. L = 0,19 (H) ; C = 53 (μF) ; r = 60 (Ω) ; P = 40 (W)
3. R_o = 53,33 (Ω) ; L_o = 0,0636 (H)

170. Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

$U_{AB} = 220\ (V)$; $f = 50\ (Hz)$; $L = \dfrac{0,5}{\pi}\ (H)$; $C_1 = 100\ (\mu F)$; $R_0 = 40\ (\Omega)$



a) K đóng sang chốt 1, số chỉ của ampe kế Ⓐ chỉ gấp 4 lần khi K sang chốt 2. Tìm R_1 ? Tìm công suất của mạch ở hai trường hợp này ?

b) Khi K sang chốt 3, C thay đổi.

Tìm C khi :

α) Ampe kế chỉ cực đại.

β) Hiệu điện thế hai đầu cực đại.

Giải

a) • *K ≡ 1 :*

$$\omega = 2\pi f = 100\pi\ (rad/s)$$

$$Z_L = \omega L = 100\pi . \frac{0,5}{\pi} = 50\ (\Omega)$$

$$Z_{C1} = \frac{1}{100\pi.100.10^{-6}} = \frac{100}{\pi}(\Omega) \approx 32\ (\Omega)$$

$$Z_1 = |Z_L - Z_{C1}| = |50 - 32| = 18\ (\Omega)$$

Ampe kế chỉ $\quad I_1 = \dfrac{U_{AB}}{Z_1} \rightarrow \quad I_1 = \dfrac{U_{AB}}{18}$ (1)

$$I_1 = \frac{220}{18} \approx 12,22\ (A)$$

Công suất của mạch : $\quad P_1 = I_1^2 R = 0$ (do $R = 0$)

(Mạch chỉ có L nối tiếp với C_1)

• *K ≡ 2 :*

Mạch có L nối tiếp với R_1 :

$$I_2 = \frac{U_{AB}}{Z_2} = \frac{I_1}{4} = \frac{U_{AB}}{4 \times 18} \quad \rightarrow \quad Z_2 = 72(\Omega)$$

$$Z_2^2 = Z_L^2 + R_1^2 \quad \rightarrow \quad R_1 = \sqrt{Z_2^2 - Z_L^2} = \sqrt{(72)^2 - (50)^2} \approx 51,8\ (\Omega)$$

Hay $\quad R_1 \approx 52\ (\Omega)$

Công suất của mạch :

$$P_2 = I_2^2 R_1 = \left(\frac{I_1}{4}\right)^2 . R_1 = \left(\frac{220}{18 \times 4}\right)^2 \times 52 \approx 485,5\ (W)$$

b)• *K = 3* :

Mạch gồm L, R_0, C nối tiếp

α) Ampe kế chỉ cực đại :

* Ta có cộng hưởng : $Z_L = Z_C = \frac{1}{\omega C}$ → $C = \frac{1}{\omega Z_L}$

* $C = \frac{1}{100\pi 50} = \frac{2}{\pi}.10^{-4}$ (F) ≈ 64 (μF)

β) U_C cực đại

$$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R_0^2+(Z_L-Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

* Lấy đạo hàm y' của $y = \frac{R_0^2+(Z_L-Z_C)^2}{Z_C^2}$ theo Z_C và cho y' = 0 ta có khi y cực tiểu thì :

$$Z_C = \frac{R_0^2+Z_L^2}{Z_L} = \frac{40^2+50^2}{50} = 82\ (\Omega)$$

Lúc đó $C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi 82} \approx 38,8.10^{-6}$ (F) = 38,8 (μF)

* ***Đáp số*** :

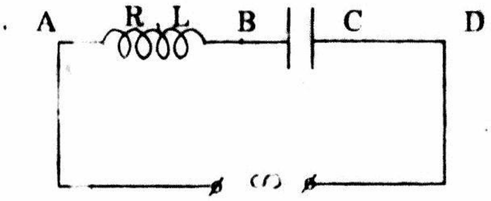
a. * K = 1 : Ampe kế chỉ 12,22 (A); $P_1 = 0$

* K = 2 : R_1 ≈ 52 (Ω) ; P_2 = 485,5 (W)

b. * Ampe kế chỉ cực đại khi C = 64 (μF)

* Hiệu điện thế tụ cực đại khi C = 38,8 (μF)

171. Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. Hiệu điện thế xoay chiều tần số f. Dùng ampe kế nhiệt đo I toàn mạch ta có I = 0,2 (A). Dùng vôn kế nhiệt đo các hiệu điện thế ta thấy :



U_{AD} = 120 (V) ;

U_{AB} = 160 (V) ;

U_{BD} = 56 (V)

(coi $R_A = 0$, $R_V = \infty$)

1. Tìm tổng trở Z của mạch, $Z_{cd} = Z_{AB}$ của cuộn dây, Z_C của tụ? Tìm R của cuộn dây ?
2. Thay đổi tần số f của nguồn đến giá trị f_m = 39,8 (Hz) thì ta thấy I cực đại. Tìm L, C, f đã sử dụng ở câu 1.

Gợi ý

1. $Z = 600\ (\Omega)$; $Z_{cd} = 800\ (\Omega)$; $Z_C = 280\ (\Omega)$; $R = 480\ (\Omega)$

2. Tìm LC và $\dfrac{L}{C}$, tìm ra : $C \approx 9{,}47\ (\mu F)$

$$Z_L = 640\ (\Omega) \quad \rightarrow \quad f = 60\ (Hz).$$

172. Cho mạch như hình.

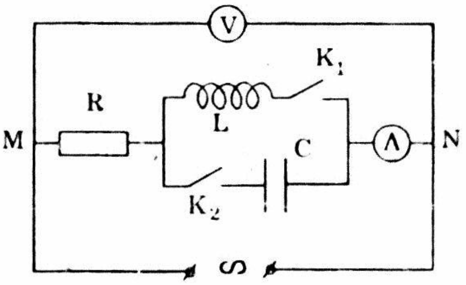
$R = 212\ (\Omega)$; $C = 15\ (\mu F)$

M, N có : $u = 240 \sin 100\pi t\ (V)$

1. K_1 ngắt; K_2 đóng; tìm số chỉ của ampe kế và vôn kế và viết biểu thức i_R qua R ?

2. K_1 đóng; K_2 ngắt; số chỉ của ampe kế không đổi. Tìm L và i_R ?

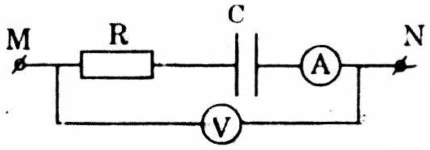
3. Tìm công suất trong hai trường hợp này.



Giải

1. *K_1 ngắt, K_2 đóng :*

Mạch chỉ còn R nối tiếp với C.



* $$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.15.10^{-6}} \approx 212\ (\Omega)$$

* Tổng trở :

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \sqrt{(212)^2 + (212)^2} \approx 212\sqrt{2} \approx 300\ (\Omega)$$

* $$I_o = \frac{U_o}{Z_1} = \frac{240}{300} = 0{,}8\ (A)$$

* $$tg\varphi = -\frac{Z_C}{R} = -\frac{212}{212} = -1 \quad \rightarrow \quad \varphi = -\frac{\pi}{4}$$

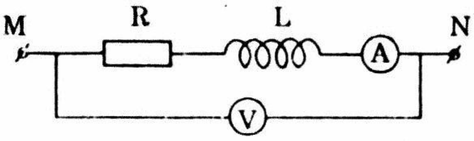
u muộn pha hơn i nên i sớm pha hơn u một góc π/4

$$i = 0{,}8 \sin(100\pi t + \frac{\pi}{4})\ (A)$$

* $$I = \frac{I_o}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}8}{\sqrt{2}} \approx 0{,}57\ (A) \quad \rightarrow \quad \text{ampe kế chỉ } 0{,}57\ (A)$$

* $$U = \frac{U_o}{\sqrt{2}} = \frac{240}{\sqrt{2}} \approx 170\ (V) \quad \rightarrow \quad \text{vôn kế chỉ } 170\ (V)$$

2. *K_1 đóng, K_2 ngắt :*



Mạch chỉ còn R nối tiếp với L.

* Vẫn có $I = 0{,}57\ (A)$; $I_o = 0{,}8\ (A)$

* Như vậy tổng trở : $Z_2 = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = Z_1 = \sqrt{R^2 + Z_C^2}$

Suy ra : $Z_L = Z_C = \omega L \quad \rightarrow \quad L = \dfrac{Z_C}{\omega} = \dfrac{212}{100\pi} \approx 0,68\ (H)$

* $\quad tg\varphi_2 = \dfrac{Z_L}{R} = \dfrac{212}{212} = 1 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 = \dfrac{\pi}{4}$

u sớm pha hơn i nên i muộn pha hơn u một góc π/4

$$i = 0,8 \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)\ (A)$$

3.* Vì cả hai trường hợp $P = I^2R$ với I và R như nhau nên P như nhau

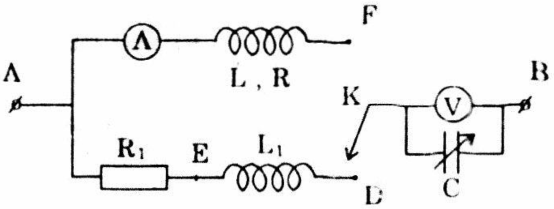
* $\quad P = I^2R = (0,57)^2.212 \approx 69\ (W)$.

173. Cho mạch như hình vẽ.

$U_{AB} = 120\ (V)$, tần số f

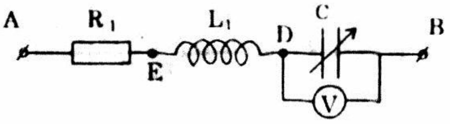
$Z_{LR} = 100\ (\Omega)$ ở tần số f.

$R_a = 0$, $R_V = \infty$.



1. Đưa K sang D thì $U_{AD} = U_{DB} = 120\ (V)$. Tìm U_{DE} ? Tìm góc lệch pha giữa thế và dòng.
2. Đưa K sang F; thay đổi C đến khi vôn kế chỉ cực đại. Sau đó thay đổi f đến $f' = 100\ (Hz)$ thì ampe kế chỉ cực đại. Tìm L ?

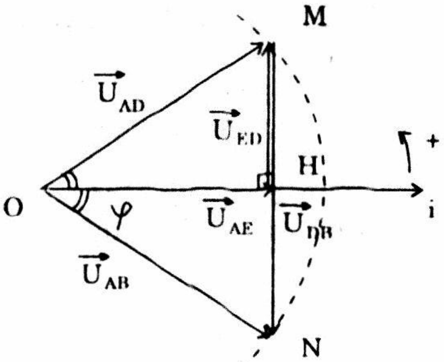
Giải



1.* Vẽ giản đồ, chú ý :

$$U_{AD} = U_{DB} = U_{AB} = 120\ (V)$$

$$\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AE} + \vec{U}_{ED} + \vec{U}_{DB} = \vec{U}_{AD} + \vec{U}_{DB}$$



* Từ giản đồ ta có : ΔOMN đều

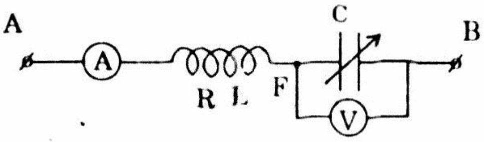
$\widehat{MON} = 60°$; $\quad \varphi = 30° = \pi/6$

Vậy : $U_{ED} = \dfrac{U_{AD}}{2} = \dfrac{120}{2} = 60\ (V)$

2. *K = F :*

* Thay đổi C nên U_{FB} là một hàm số của C :

$$U_{FB} = U_C = f\,(C)$$



* Khi tần số f thì :

$$Z_{LR}^2 = (100)^2(\Omega)^2 = R^2 + Z_L^2 = 10^4$$

* Vôn kế chỉ $U_C = IZ_C$.

$$U_C = \frac{U_{AB}Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U_{AB}}{\omega C\sqrt{R^2 + Z_L^2 + Z_C^2 - 2Z_LZ_C}}$$

$$= \frac{U_{AB}}{\sqrt{10^4(\omega C)^2 + 1 - 2\omega^2 LC}}$$

* U_{AB} = const ; vôn kế chỉ cực đại nên $y = 10^4\omega^2C^2 - 2\omega^2LC + 1$ sẽ cực tiểu.

Cho $y'_C = 2.10^4\omega^2C - 2\omega^2L = 0 \rightarrow C = \frac{L}{10^4}$ (1)

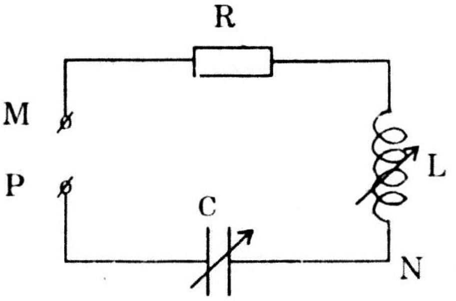
$y'' = 2.10^4\omega^2 > 0 \rightarrow$ khi $C = \frac{L}{10^4}$ thì y cực tiểu.

* Khi $C = \frac{L}{10^4}$; ta cố định C và đổi f thành f' thì ampe kế chỉ cực đại nên :

$Z_{\min} = R$ và $Z'_L = Z'_C$

$$\omega'L = \frac{1}{\omega'C} \rightarrow C = \frac{1}{\omega'^2L} = \frac{L}{10^4} \rightarrow L = \frac{1}{2\pi}(H)$$

174. Cho mạch điện như hình vẽ.



Giữa M và P có $U_o = 220\sqrt{2}$ (V), tần số dòng xoay chiều f.

1. Với f = 50 (Hz) ; cho $L = L_1$; $C = C_1$. Dùng vôn kế nhiệt ($R_V = \infty$) mắc vào M, N rồi vào N, P thì nó chỉ lần lượt $U_1 = 340$ (V) ; $U_2 = 180$ (V).

Công suất của mạch P = 80 (W)

a) Chứng minh cuộn dây có điện trở R. Tính R ?

b) L_1, C_1 = ?

2. Vẫn để L_1, C_1 ở trên, đổi f sao cho U_R cực đại. Tìm f.

3. Tần số f = 50 (Hz), điều chỉnh C thành C_2, sau đó điều chỉnh L tới $L_2 = \frac{6,4}{\pi}$ (H) sao cho U_L cực đại. Tìm C_2 và U_L cực đại ấy ?

Giải

1a) * Nếu R = 0 thì : $\widehat{\vec{U_L}, \vec{U_C}} = 180^0$ và $U = U_L - U_C$

Ở đây U = 220 (V) ; còn $U_1 - U_2 = 340 - 180 = 160$ (V)

Nên $U \neq U_L - U_C$ nên $R \neq 0$

* $U^2 = U_1^2 + U_2^2 - 2U_1U_2\cos(90^\circ - \varphi_1) = U_1^2 + U_2^2 - 2U_1U_2\sin\varphi_1$

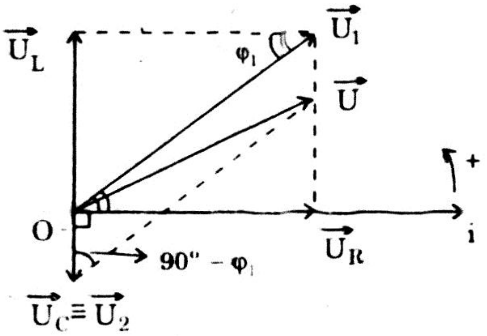
$$\rightarrow \sin\varphi_1 = \frac{U_1^2 + U_2^2 - U^2}{2U_1U_2} = \frac{(340)^2 + (180)^2 - (200)^2}{2 \times 340 \times 180} = \frac{15}{17}$$

$\rightarrow \varphi_1 > 0$

$$\rightarrow \cos\varphi_1 = \sqrt{1 - \sin^2\varphi_1} = \sqrt{1 - \left(\frac{15}{17}\right)^2} = \frac{8}{17}$$

* Vẽ giản đồ véctơ.

* $$U_R = U_1\cos\varphi_1 = IR = 340.\frac{8}{17} = 160\ (V)$$


$\overrightarrow{U_L}$
$\overrightarrow{U_1}$
φ_1
$\overrightarrow{U}$
+
O
i
$\overrightarrow{U_R}$
$90^\circ - \varphi_1$
$\overrightarrow{U_C} \equiv \overrightarrow{U_2}$

* $$P = I^2R = U_RI \rightarrow I = \frac{P}{U_R}$$

$$I = \frac{80}{160} = 0,5\ (A)$$

Vậy : $$R = \frac{U_R}{I} = \frac{160}{0,5} = 320\ (\Omega)$$

b) * $$U_L = U_1\sin\varphi_1 = IZ_{L_1} = 340.\frac{15}{17} \approx 300\ (V)$$

* $$Z_{L_1} = \frac{U_L}{I} = \frac{300}{0,5} = 600\ (\Omega)$$

* $$L_1 = \frac{Z_{L_1}}{\omega} = \frac{Z_{L_1}}{2\pi f} = \frac{600}{100\pi} = \frac{6}{\pi}(H) = 1,91\ (H)$$

* $$U_2 = IZ_{C_1} \rightarrow Z_{C_1} = \frac{U_2}{I} = \frac{180}{0,5} = 360\ (\Omega)$$

$$\rightarrow C_1 = \frac{1}{\omega Z_{C_1}} = \frac{1}{100\pi.360} \approx 8,83.10^{-6}\ (F) = 8,83\ (\mu F)$$

2.* $U_R = IR$; U_{Rmax} khi I_{max} , đó là lúc có cộng hưởng nên

$$Z_{L_1} = Z_{C_1}: \quad \omega L_1 = \frac{1}{\omega C_1} \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{L_1C_1} = 4\pi^2f^2$$

$$\rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C_1}} = \frac{1}{2 \times 3,14\sqrt{1,91 \times 8,83.10^{-6}}} \approx 38,7\ (Hz)$$

3.* **Điều chỉnh xong C = C_2; giữ** $Z_2 = \dfrac{1}{\omega C_2}$ cố định, U_{MP} và R không đổi

* Sau đó điều chỉnh L ; L biến thiên nên :

$$U_L = IZ_L = \frac{U_{MP}.Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2}} = \frac{U_{MP}}{\sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2}{Z_L^2}}} = \frac{U_{MP}}{\sqrt{y}}$$

Lấy đạo hàm y' theo Z_L và cho y' = 0 ta có

$$Z_{C_2}^2 - Z_{C_2}Z_{L_2} + R^2 = 0$$

Với $\quad Z_{L_2} = \omega L_2 = 100\pi.\frac{6,4}{\pi} = 640(\Omega)$

$R = 320\ (\Omega)$ ta có : $Z_{C_2}^2 - 640Z_{C_2} + (320)^2 = 0 \rightarrow \quad Z_{C_2} = 320\ (\Omega)$

* Vậy lúc $Z_{C_2} = 320(\Omega)$ thì y_{min} và U_{Lmax}

$$C_2 = \frac{1}{\omega Z_{C_2}} = \frac{1}{100\pi.320} = 9,94\ 10^{-6}\ (F) = 9,94\ (\mu F)$$

$$U_{L\max} = \frac{U_{MP}Z_{L_2}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2}} = \frac{640 \times 200}{\sqrt{(320)^2 + (640 - 320)^2}}$$

$$= 200\sqrt{2}(V) \approx 283\ (V).$$

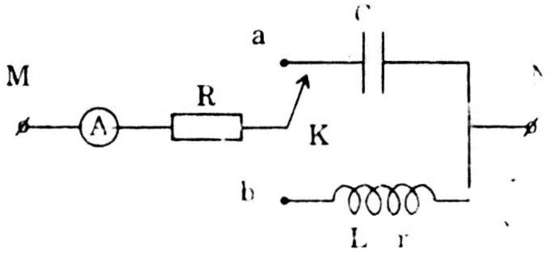
175. Cho đoạn mạch như hình.

R = 60 (Ω) ; C = 20 (μF), r = 10 (Ω).

Giữa M và N có :

u = 170sin120πt (V).

Biết rằng số chỉ của Ampe kế ($R_a = 0$) không đổi khi đưa K từ chốt a sang chốt b. Tìm L ? Viết biểu thức i(t) và u_{KN}(t) cho mỗi trường hợp.



Gợi ý

a) *K ≡ a :* $\quad i_1 = 1,17\ \sin\ (120\ \pi t + 1,17)\ (A)$

$\quad u_{KN} = 154\ \sin\ (120\ \pi t - 0,43)\ (V)$

b) *K ≡ b :* $\quad L \approx 0,34\ (H)$

$\quad i_2 = 1,17\ \sin\ (120\ \pi t - 1,07)\ (A)$

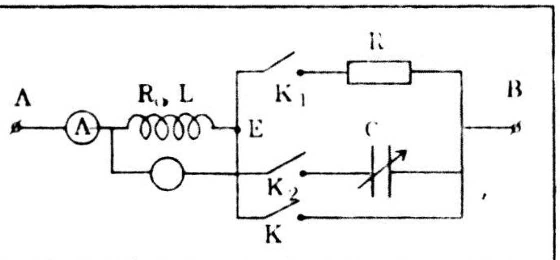
$\quad u_{KN} = 149\ \sin\ (120\ \pi t + 0,42)\ (V)$

176. Cho mạch điện như hình.

Giữa A và B có u :

$u = 200\sqrt{2}\ \sin 100\pi t\ (V)$

* Khi K đóng, ampe kế chỉ $\sqrt{2}$ (A)



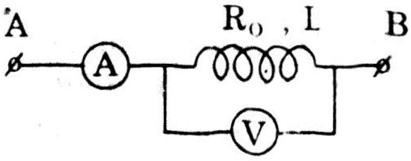
* Khi K và K_1 mở, K_2 đóng; điều chỉnh C để vôn kế chỉ cực đại; ampe kế chỉ 2 (A).

* Khi K, K_2 mở; K_1 đóng; ampe kế chỉ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (A).

1. Tìm R, R_o, L, C ?

2. Viết biểu thức i(t) qua mạch trong mỗi trường hợp.

Giải



(H .1)

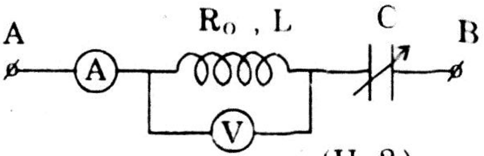
1.• *K đóng :*

* Mạch như hình 1.

Chú ý $R_a = 0$, $R_V = \infty$ (nối tắt E và B)

* Vôn kế chỉ hiệu điện thế hiệu dụng toàn mạch AB nên :

$$U = \frac{U_o}{\sqrt{2}} = \frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 200\ (V)$$



(H .2)

* Tổng trở mạch này là Z_1 :

$$Z_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{200}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{2}\ (\Omega)$$

- *K và K_1 mở ; K_2 đóng :*

* Mạch như hình 2.

* Tổng trở cuộn dây Z_1 như cũ, chỉ đổi C nên vôn kế có số chỉ thay đổi là do I đổi. Vậy : $U_{cd} = I.Z_1$; U_{cd} đạt cực đại nên I cực đại.

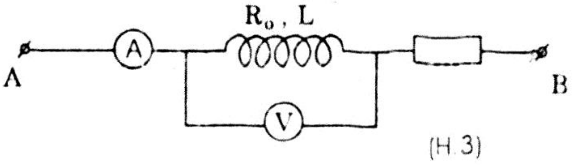
Lúc đó $Z_L = Z_C$ và $I_{max} = \frac{U}{R_o} = 2 = \frac{200}{R_o} \rightarrow R_0 = 100\ (\Omega)$

* $$Z_L = Z_C = \sqrt{Z_1^2 - R_o^2} = \sqrt{\left(100\sqrt{2}\right)^2 - (100)^2} = 100\ (\Omega)$$

Vậy : $$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi}(H)$$

* $$C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.100} = \frac{1}{\pi}.10^{-4}\ (F)$$

- *K và K_2 mở ; K_1 đóng :*



(H 3)

* Mạch như hình 3.

* Tổng trở mạch Z :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{200}{\frac{2\sqrt{5}}{5}} = 100\sqrt{5}\ (\Omega)$$

- Do $Z^2 = (R_o + R)^2 + Z_L^2 \quad \rightarrow \quad R = \pm\sqrt{Z^2 - Z_L^2} - R_o$

Loại nghiệm âm ta có :

$$R = \sqrt{Z^2 - Z_L^2} - R_o$$

$$R = \sqrt{(100\sqrt{5})^2 - (100)^2} - 100 = 100\ (\Omega)$$

- *Đáp số :* $R = 100\ (\Omega)$; $R_o = 100\ (\Omega)$; $L = \frac{1}{\pi}\ (H)$; $C = \frac{1}{\pi}.10^{-4}\ (F)$.

2. • *K đóng :*

$$I_{o1} = I_1\sqrt{2} = \sqrt{2}.\sqrt{2} = 2\ (A)$$

$$tg\varphi_1 = \frac{Z_L}{R_o} = \frac{100}{100} = 1 \rightarrow \quad \varphi_1 = \frac{\pi}{4}\ ;$$

u sớm pha hơn i_1 nên i_1 muộn pha hơn u một góc π/4.

Vậy : $i_1 = 2\sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})\ (A)$

• *K và K_1 mở, K_2 đóng :*

$$I_{o2} = I_2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\ (A)$$

$$tg\varphi_2 = \frac{Z_L - Z_C}{R_o} = \frac{100 - 100}{R_o} = 0 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 = 0$$

u và i_2 cùng pha : $i_2 = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t)\ (A)$

• *K và K_2 mở, K_1 đóng :*

$$I_{o3} = I_3\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{10}}{5}\ (A)$$

$$tg\varphi_3 = \frac{Z_L}{R + R_o} = \frac{100}{100 + 100} = 0,5 \quad \rightarrow \quad \varphi_3 = 26,57^o \approx 0,46\ (rad)$$

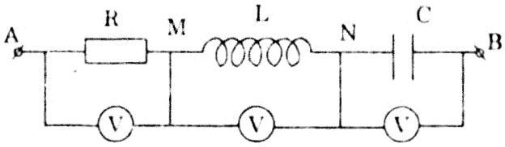
u sớm pha hơn i_3 → i_3 muộn pha hơn u một góc 0,46 (rad).

Vậy : $i_3 = \frac{2\sqrt{10}}{5}\sin(100\pi t - 0,46)\ (A)$.

17*. Cho mạch điện như hình vẽ. Giữa hai đầu A và B có :

$$u = 400\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V).$$

Biết i và u toàn mạch cùng pha. Vôn kế (V_1) chỉ 200 (V), vôn kế (V_3) chỉ 200 (V).



1. Tìm số chỉ của vôn kế (V_2)?

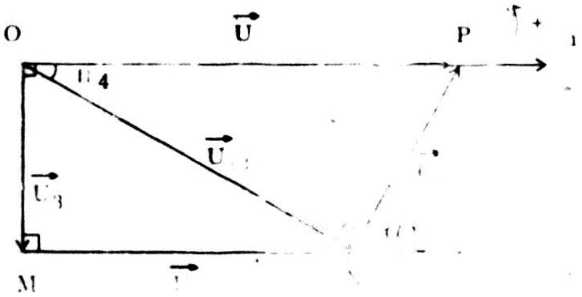
2. Viết các biểu thức : $u_1 = U_{AM}$; $u_2 = U_{MN}$; $u_3 = U_{NB}$

Giai

1. * Vẽ giản đồ véctơ theo số liệu đã cho

$\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3 = \dot{U}_R + \dot{U}_{Lr} + \dot{U}_C$

$U_1 = U_3 = 200(V)$



* $\vec{U}_{13} = \vec{U}_1 + \vec{U}_3$;

$\vec{U}_1 \perp \vec{U}_3$

va $U_1 = U_3$

nen $U_{13} = U_1\sqrt{2} = 200\sqrt{2}(V)$

và $\widehat{PON} = \frac{\pi}{4}$; $\widehat{MNO} = \frac{\pi}{4}$

$\Delta ONP \rightarrow U_2^2 = U^2 + U_{13}^2 - 2UU_{13}\cos\frac{\pi}{4}$; $U = \frac{U_o}{\sqrt{2}} = 400(V)$

$$U_2^2 = (400)^2 + (200\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 400 \cdot 200\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\rightarrow U_2 = 200\sqrt{2}(V)$

* Do $U_{13} = U_2 = 200\sqrt{2}$; $\widehat{PON} = \frac{\pi}{4}$ nên ΔONP vuông cân, vuông ở N

Vậy $\alpha = 45°$.

2. * u_1 cùng pha với i; i cùng pha với u; vậy u_1 cùng pha với u;

$U_{o1} = U_1\sqrt{2} = 200\sqrt{2}(V)$

$u_1 = u_{AM} = 200\sqrt{2}\sin(100\pi t)\ (V)$

* u_3 muộn pha với u và i một góc π/2 ; $U_{o3} = 200\sqrt{2}(V)$

$u_3 = u_{NB} = 200\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)(V)$

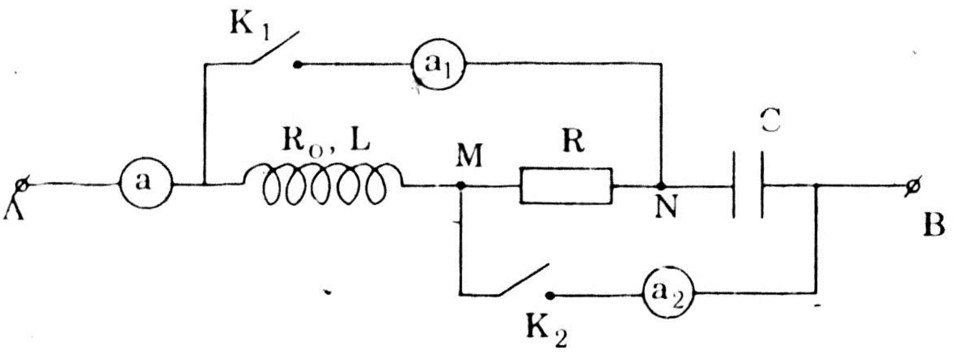
* Từ giản đồ u_2 sớm pha so với u và i một góc π/4.

$U_{o2} = U_2\sqrt{2} = 200\sqrt{2}.\sqrt{2} = 400(V)$

$u_2 = u_{MN} = 400\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(V)$

* Chú ý : Đoạn mạch MN là cuộn dây có $r \neq 0$ nên $\varphi = \pi/4$.

178. Cho mạch điện như hình.



Giữa A và B có $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

Các $R_a = 0$; $R = R_o = 60\ (\Omega)$; $L = \dfrac{0{,}6}{\pi}(H)$; $C = \dfrac{1}{4\pi}.10^{-3}(F)$.

Tìm số chỉ của các ampe kế khi :

a) K_1 mở, K_2 đóng. **b)** K_1 đóng, K_2 mở. **c)** K_1 và K_2 đều mở.

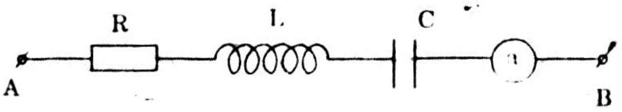
Gợi ý

a) ⓐ₁ chỉ 0 (A) ; ⓐ và ⓐ₂ cùng chỉ $\sqrt{2}$ (A)

b) ⓐ₂ chỉ 0 (A) ; ⓐ và ⓐ₁ cùng chỉ 3 (A)

a) ⓐ₁ và ⓐ₂ chỉ 0 (A) ; ⓐ chỉ 0,98 (A)

179. Cho mạch điện như hình.



Giữa A và B có

$u = 100\sqrt{2}\sin\omega t$ (V). Biết rằng :

* Khi $\omega = \omega_o = 100\pi$ (rad/s) thì ampe kế chỉ 10 (A) là cực đại.

* Khi $\omega = \omega' = 200\pi$ (rad/s) thì độ chỉ của ampe kế chỉ bằng một nửa độ chỉ cực đại.

1. Tìm R, L, C ?

2. Tìm i(t) trong mỗi trường hợp.

Giải

1. * *Khi $\omega = \omega_o$*

+ Ampe kế chỉ $I_{max} = 10$ (A), ta có cộng hưởng. Khi đó :

$$Z_L = Z_C\ ; \quad \omega_o L = \frac{1}{\omega_o C} \quad \rightarrow \quad LC = \frac{1}{\omega_o^2} = \frac{1}{(100\pi)^2} \qquad (1)$$

+ Lúc này $U = \dfrac{U_o}{\sqrt{2}} = \dfrac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100$ (V) và $Z_{min} = R$, nên :

$$I_{max} = \frac{U}{R} \quad \rightarrow \quad R = \frac{U}{I_{max}} = \frac{100}{10} = 10(\Omega)$$

* *Khi $\omega = \omega'$:*

+ $$I' = \frac{U}{Z'} = \frac{I_{max}}{2} = 5\ (A) \quad \rightarrow \quad Z' = \frac{U}{I'} = \frac{100}{5} = 20\ (\Omega)$$

* $$Z'^2 = R^2 + \left(Z'_L - Z'_C\right)^2 \quad \rightarrow \quad Z'_L - Z'_C = \pm\sqrt{Z'^2 - R^2}$$

$$Z'_L - Z'_C = \pm\sqrt{(20)^2 - (10)^2} = \pm 10\sqrt{3}\ (\Omega)$$

* $$Z'_L - Z'_C = \omega' L - \frac{1}{\omega' C} = \pm 10\sqrt{3} \quad \rightarrow \quad \omega'^2 LC - 1 = \pm 10\sqrt{3}\,\omega' C \qquad (2)$$

* Đưa (1) vào (2) biến đổi, ta có : $$C = \frac{\left(\dfrac{\omega'}{\omega_o}\right)^2 - 1}{\pm 10\sqrt{3}\,\omega'} \qquad (3)$$

* Với $\omega' > \omega_o$; $\left(\dfrac{\omega'}{\omega_o}\right)^2 - 1 > 0$ nên ta chỉ chọn (3) sao cho $C > 0$

$$C = \frac{\left(\dfrac{\omega'}{\omega_o}\right)^2 - 1}{10\sqrt{3}\,\omega'} \qquad (4)$$

* Thay $\omega' = 200$ (rad/s) ; $\omega_o = 100\pi$ (rad/s) vào (4) ta có :

$$C = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}.10^{-3}\ (F) \qquad (5)$$

* Thay (5) vào (1) tính được : $$L = \frac{0,2}{\pi\sqrt{3}}\ (H)$$

2.* $\omega = \omega_o$: có cộng hưởng, u và i_1 cùng pha.

$$i_1 = 10\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (A)$$

* *$\omega = \omega'$:*

$$Z'_L = \omega' L = 200\pi.\frac{0,2}{\pi\sqrt{3}} = \frac{40}{\sqrt{3}}\ (\Omega)$$

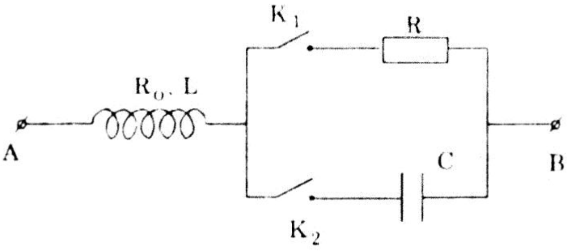
$$Z'_C = \frac{1}{\omega' C} = \frac{1}{200\pi.\dfrac{\sqrt{3}}{2\pi}.10^{-3}} = \frac{10}{\sqrt{3}}\ (\Omega)$$

$$tg\varphi' = \frac{Z'_L - Z'_C}{R} = \frac{\dfrac{40}{\sqrt{3}} - \dfrac{10}{\sqrt{3}}}{10} = \sqrt{3} \quad \rightarrow \quad \varphi' = \pi$$

→ u sớm pha hơn i_2 nên i_2 muộn pha hơn u một góc $\pi/3$. Vậy :

$$i_2 = 5\sqrt{2}\sin\left(200\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\ (A).$$

180. **1.** Một cuộn dây có R_o, L dùng dòng một chiều $U = 6$ (V) thì có $I = 1,2$ (A) qua nó. Nếu đặt vào hai đầu nó dòng xoay chiều có $f = 50$ (Hz) và $U = 12$ (V) thì qua nó có $I = \dfrac{2,4\sqrt{17}}{17}$ (A). Tìm R_o, L.



2. Mắc mạch có cuộn dây trên vào nguồn xoay chiều như hình vẽ. Giữa A và B có $u = 12\sqrt{2}\sin\omega t$ (V). Cho biết $R = 5\ (\Omega)$; $C = \dfrac{1}{5\pi}.10^{-2}$ (F). Khi K_1 mở, K_2 đóng và khi K_1 đóng, K_2 mở; 2 dòng điện i_1 và i_2 lệch pha nhau $\dfrac{\pi}{2}$.

a) Tìm ω ?

b) Viết biểu thức $i_1(t)$ và $i_2(t)$?

Giải

1.* Với dòng một chiều, $Z_L = 0$ nên $R_o = \dfrac{U}{I} = \dfrac{6}{1,2} = 5\ (\Omega)$

* Với dòng xoay chiều $\omega = 2\pi f = 100\pi$ (rad/s)

$$Z_{cd} = \frac{U}{I} = \frac{12}{\frac{2,4}{\sqrt{17}}} \approx 20,7\ (\Omega)$$

* $$Z_L = \sqrt{Z_{cd}^2 - R_o^2} = \sqrt{(20,7)^2 - 5^2} \approx 20\ (\Omega)$$

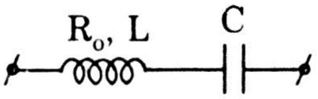
$$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{20}{100\pi} = \frac{0,2}{\pi}\ (\text{H})$$

* *Đáp số :* $R_o = 5\ (\Omega)$, $L = \dfrac{0,2}{\pi}$ (H)

2.a) • *K_1 mở, K_2 đóng* (H1)

* Mạch gồm R_o nt L nt C.

* $$\text{tg}\varphi_1 = \frac{Z_L - Z_C}{R_o} \qquad (1)$$

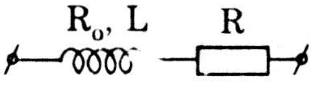


(H.1)

• *K_1 đóng, K_2 mở* (H2)

* Mạch gồm R_o nt L nt R

$$\text{tg}\varphi_2 = \frac{Z_L}{R + R_o} \qquad (2)$$



(H.2)

+ Giả thiết cho : $|\varphi_2| - |\varphi_1| = \frac{\pi}{2}$ nên $\text{tg}\varphi_1 = -\text{cotg}\varphi_2$

$\varphi_1 < 0$; $\varphi_2 > 0$. Từ (1) và (2) ta có :

$$\text{tg}\varphi_1.\text{tg}\varphi_2 = -1 \quad \rightarrow \quad \frac{Z_L^2 - Z_L Z_C}{R_o(R + R_o)} = -1 \qquad (3)$$

+ Biến đổi (3) chú ý $Z_L = \omega L$, $Z_C = \omega C$. Ta có :

$$\omega = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{1}{C} - R_o(R + R_o)} \qquad (4)$$

Thay $L = \frac{0,2}{\pi}(H)$; $C = \frac{1}{5\pi}.10^{-2}(F)$; $R = 5\ (\Omega)$, $R_o = 5\ (\Omega)$ vào (4) ta có :

$$\omega = 35\pi\ (\text{rad/s}) = 25\pi\sqrt{2}\ (\text{rad/s})$$

b) Khi $\omega = 35\pi$ (rad/s) thì :

$$Z_L = \omega L = 35\pi.\frac{0,2}{\pi} \approx 5\sqrt{2}\ (\Omega)$$

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{35\pi.\frac{1}{5\pi}.10^{-2}} \approx 10\sqrt{2}\ (\Omega)$$

- ***K₁ mở, K₂ đóng :***

$$Z_1 = \sqrt{R_o^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{2} - 10\sqrt{2})^2} = 5\sqrt{3}\ (\Omega)$$

$$I_{01} = \frac{U_o}{Z_1} = \frac{12\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} \approx 0,8\sqrt{6}\ (A)$$

$$\text{tg}\varphi_1 = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{5\sqrt{2} - 10\sqrt{2}}{5} = -\sqrt{2} \quad \rightarrow \quad \varphi_1 = -0,95\ (\text{rad})$$

u muộn pha hơn i_1 nên i_1 sớm pha hơn u :

$$i_1 = 0,8\sqrt{6}\sin(35\pi t + 0,95)\ (A).$$

- ***K₁ đóng, K₂ mở :***

$$Z_2 = \sqrt{(R + R_o)^2 + Z_L^2} = \sqrt{(5+5)^2 + (5\sqrt{2})^2} = 5\sqrt{6}\ (\Omega)$$

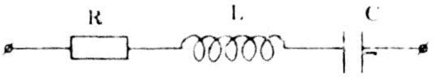
$$I_{02} = \frac{U_o}{Z_2} = \frac{12\sqrt{2}}{5\sqrt{6}} = 0,8\sqrt{3}\ (A)$$

$$\text{tg}\varphi_2 = \frac{Z_L}{R + R_o} = \frac{5\sqrt{2}}{5+5} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \rightarrow \quad \varphi_2 = 0,62\ (\text{rad})$$

u sớm pha hơn i_2 → i_2 muộn pha hơn u :

$$i_2 = 0,8\sqrt{3}\sin(35\pi t - 0,62)\ (A)$$

181. Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. Dòng xoay chiều có u thay đổi được.



1. Tìm ω để I, P toàn mạch cực đại.

2. Tìm ω để U_R, U_L, U_C cực đại.

Giải

1. R, L, C không đổi, I và P cực đại khi $Z_{min} = R$

Lúc đó $Z_L = Z_C$ hay $\omega_0 L = \dfrac{1}{\omega_0 C} \rightarrow \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

$$P_{max} = I^2R = \left(\frac{U}{R}\right)^2 R = \frac{U^2}{R}$$

$$I_{max} = \frac{U}{R}$$

và $U_R = U$; $U_L = U_C = \dfrac{U}{R} Z_L = \dfrac{U}{R} Z_C$

2.a) *U_R max :*

* $U_R = IR$; U_R max khi I_{max}, cũng là khi $\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

b) *U_L max :*

* $$U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = UL.y \qquad (1)$$

* Với $$y = \frac{\omega}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \qquad (2)$$

* Đạo hàm (2) theo ω, cho y' = 0 ta có : $$\omega = \frac{1}{C}\sqrt{\frac{2}{\frac{2L}{C} - R^2}} \qquad (3)$$

với $\dfrac{2L}{C} > R^2$

* Thay (3) vào (1) ta có : $$U_{L\,max} = \frac{2LU}{CR\sqrt{\frac{4L}{C} - R^2}} \qquad (4)$$

c) *U_C max :*

* $$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{\omega C\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

* Vậy $U_C = \frac{U}{C} y$ (5)

* Với
$$y = \frac{1}{\omega C\left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \qquad (6)$$

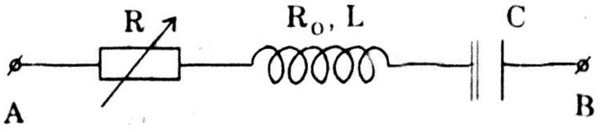
* Lấy đạo hàm (6), cho y' = 0 ta có : $\omega = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{\frac{2L}{C} - R^2}{2}}$ (7)

với $\frac{2L}{C} > R^2$.

182. Cho mạch điện như hình vẽ giữa A và B có : $u = 200\sin 100\pi t$ (V)

Cho $L = \frac{1}{\pi}$ (H) ; $C = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}$ (F) ; $R_o = 75$ (Ω)

Tìm R để :

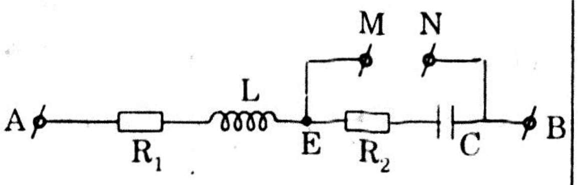


1. Công suất toàn mạch cực đại.
2. Công suất của R cực đại.

Gợi ý

1. R = 25 (Ω) ; $P_{max} = 100$ (W)
2. Dùng bất đẳng thức Cauchy ta có : R = 125 (Ω) ; $P_{max} = 50$ (W).

183. Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. u_{AB} có tần số f = 100 (Hz), có giá trị hiệu dụng U không đổi.



1. Mắc ampe kế có $R_a = 0$ vào M, N thì nó chỉ I = 0,3 (A); dòng qua mạch lệch pha 60° so với u_{AB}; công suất tỏa nhiệt trong mạch là P = 18 (W). Tìm R_1, L, U. Biết cuộn dây thuần cảm.
2. Mắc vôn kế có $R_V = \infty$ vào M, N thay cho ampe kế thì vôn kế chỉ 60 (V), hiệu điện thế trên vôn kế trễ pha 60° so với u_{AB}. Tìm R_2, C ?

Bài thi Đại học 4/7/2002 – Câu 9

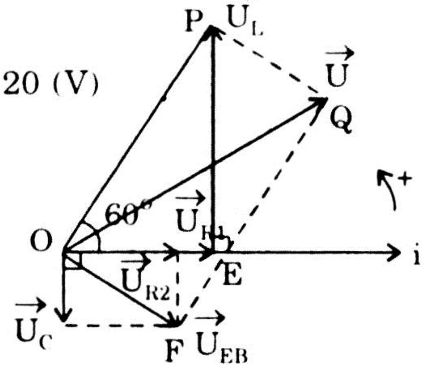
Gợi ý

1.* Vì $R_a = 0$; dòng không qua R_2 và C. Mạch chỉ còn R_1 nối tiếp với L.

* Từ $P = I^2R_1$ → $R_1 = 200$ (Ω)

* $\mathrm{tg}(+60^\circ) = \frac{Z_L}{R_1}$ → $Z_L = 200\sqrt{3}$ (Ω)

do $\omega = 2\pi f = 200\pi$ (rad/s) → $L = \frac{Z_L}{\omega} = 0,551$ (H)



* $Z_{AB} = \frac{R_1}{\cos 60^\circ} = 400\ (\Omega)$ → $U = I.Z_{AB} = 120$ (V)

2.* Vẽ giản đồ theo bài ra.

Chú ý ở câu 1 : $\varphi_{AE} = 60^\circ = \text{const}$

* $U_{EB} = 60V = \frac{1}{2}U$; $\widehat{\vec{U},\vec{U}_{EB}} = 60^\circ$

nên ΔOFQ vuông tại F ; $\widehat{OQF} = 30^\circ$ và $\widehat{EOP} = 30^\circ$

→ u_{EB} muộn pha hơn i một góc 30°.

$$tg\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R_1 + R_2} = tg(+30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow Z_L - Z_C = \frac{R_1 + R_2}{\sqrt{3}} \qquad (1)$$

$$tg\varphi_{EB} = -\frac{Z_C}{R_2} = \tan(-30^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow Z_C = \frac{R_2}{\sqrt{3}} \qquad (2)$$

* Giải (1) và (2) ta có : $R_2 = \frac{\sqrt{3}Z_L - R_1}{2} = 200\ (\Omega)$

$$Z_C = \frac{R_2}{\sqrt{3}} = \frac{200}{\sqrt{3}}(\Omega)$$

$$C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{200\pi.\frac{200}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}.10^{-4}(F).$$

184. Một đèn ống đặt dưới hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng 119 (V). Nó sáng lên hay tắt đi khi hiệu điện thế tức thời có giá trị 84 (V).

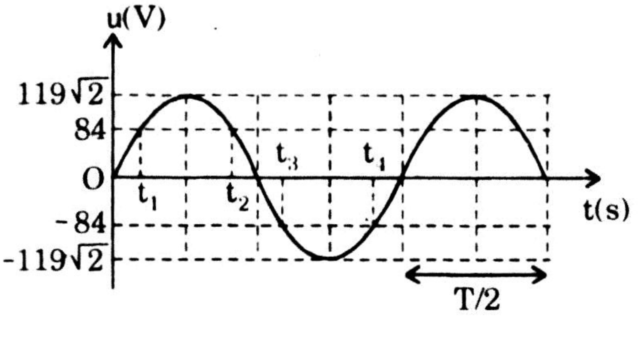
a) Tìm thời gian đèn sáng trong mỗi nửa chu kì của dòng xoay chiều. Biết tần số dòng f = 50 (Hz).

b) Giải thích vì sao mắt ta không thấy đèn ống nhấp nháy.

c) Lúc nào thì đèn không thể sáng được ?

Gợi ý

a)+ Vẽ đồ thị.



+ Giả sử $\frac{1}{2}$T đầu tiên, thời gian đèn sáng là $\Delta t = t_2 - t_1$ lúc $U \geq 84V$.

$(\Delta t = t_3 - t_4)$

+ $u = 119\sqrt{2}\sin\omega t = 119\sqrt{2}\sin\frac{2\pi}{T}t$

+ Đèn sáng nếu u = 84 (V)

$$84 = 119\sqrt{2}\sin\omega t \quad \rightarrow \quad \sin\frac{2\pi}{T}t = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \frac{2\pi}{T}t = \begin{cases} \frac{\pi}{6} \\ \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

+ $\frac{2\pi}{T}t_1 = \frac{\pi}{6} \quad \rightarrow \quad t_1 = \frac{T}{12}$

$\frac{2\pi}{T}t_2 = \frac{5\pi}{6} \quad \rightarrow \quad t_2 = \frac{5T}{12}$

+ Vậy $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{T}{3}$ với $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0{,}02\,(s)$

$\rightarrow \quad \Delta t \approx 0{,}007\ (s)$

b)* Thời gian đèn tắt trong $\frac{1}{2}T$ là : $\frac{T}{2} - \Delta t = \frac{T}{6} \approx 0{,}003\ (s)$

* Khi đèn sáng, ánh sáng vào mắt, cảm giác sáng phải sau 0,1 (s) mới mất (sự lưu ảnh trên võng mạc). Ở đây thời gian giữa 2 lần sáng cách nhau 0,003 (s) quá bé so với 0,1 (s) nên cảm giác sáng vẫn tồn tại liên tục.

c)* Người ta gọi $u_o = 84$ (V) là hiệu điện thế cháy.

* Đèn chỉ sáng khi $u > u_c$.

* Vậy đèn sẽ không cháy nếu hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu bé hơn hiệu điện thế cháy.

185. Mạch xoay chiều gồm điện trở thuần R = 100 (Ω) nối tiếp với cuộn dây thuần cảm, có L thay đổi được và một tụ có $C = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}$ (F). Hai đầu mạch có : $u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V). Tìm L khi :

a) U_C cực đại ? Tìm U_C lúc đó.

b) Công suất mạch cực đại ? Tìm giá trị này.

c) U_{cd} của cuộn dây cực đại ?

Gợi ý

a)* $U_C = IZ_C$; $Z_C = \text{const}$; $U_{C\,max} \leftrightarrow I_{max}$ Vậy có cộng hưởng.

* $Z_C = \frac{1}{\omega C} = 200\ (\Omega) \quad \rightarrow \quad L = \frac{2}{\pi}$ (H)

* $U_{C\,max} = I_{max}Z_C = \frac{U}{R}.Z_C = \frac{100}{100}.200 = 200\,(V)$

b)* $P = I^2R$ với $R = \text{const}$, $P_{max} \leftrightarrow I_{max}$ mạch có cộng hưởng như câu a.

* Vẫn có $L = \dfrac{2}{\pi}(H)$; $I_{max} = \dfrac{U}{R}$

$$P_{max} = I^2_{max}R = \frac{U^2}{R} = \frac{100^2}{100} = 100\,(W)$$

c)* Với $I = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$ và Z_L là biến số, thì :

$$U_{cd} = IZ_L = \frac{UZ_L}{\left[R^2 + (Z_L - Z_C)^2\right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2}}} = \frac{\text{const}}{\sqrt{y}} \qquad (1)$$

* Có thể khảo sát U_{cd} cực đại bằng đạo hàm của y.

* Hoặc đưa y về hàm bậc hai như sau :

+ (1) thì $U_{cd\,max}$ khi y_{min}.

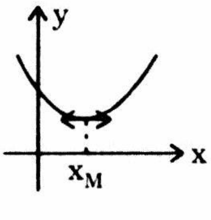
$$y = \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_L^2} - \frac{2Z_C}{Z_L} + 1 \qquad (2)$$

+ Đặt $a = \dfrac{R^2 + Z_C^2}{Z_L^2}$; $b = -2Z_C$; $c = 1$; $\dfrac{1}{Z_L} = x$

thì (1) trở thành : $y = ax^2 + bx + c$ (3)

+ (3) có đồ thị là 1 parabol có một cực tiểu khi :

$$x_m = -\frac{b'}{a} = -\frac{(-Z_C)}{R^2 + Z_C^2} = \frac{1}{Z_{Lm}}$$

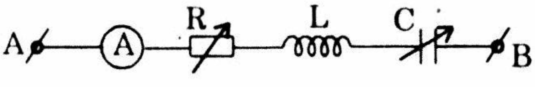


$$\rightarrow \quad Z_{Lm} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{100^2 + 200^2}{200} = 250\,(\Omega)$$

+ Khi đó $L_m = \dfrac{Z_{Lm}}{\omega} = \dfrac{250}{100\pi} = \dfrac{2{,}5}{\pi}(H) \approx 0{,}795\,(H)$.

186. Cho mạch xoay chiều như hình.

$R_a = 0$, $L = \dfrac{2}{\pi}(H)$;



A và B có $U = 120\,(V)$; $f = 50\,(Hz)$.

a) Cho $R = 100\,(\Omega)$; điều chỉnh C để ampe kế chỉ cực đại. Tìm C và I qua R.

b) Cho $C = \dfrac{1}{5\pi}.10^{-3}\,(F)$ Tìm R để công suất tiêu thụ của mạch là cực đại. Tìm công suất này ?

Gợi ý

a)* $Z_L = \omega L = 200\ (\Omega) = \text{const}$; $\omega = 2\pi f = 100\pi\ (\text{rad/s})$

* Ampe kế chỉ cực đại ; mạch có cộng hưởng.

$$Z_L = Z_C = \frac{1}{\omega C} \quad \rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega Z_L} = \frac{1}{100\pi.200} = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}\,(\text{F})$$

* Lúc này : $I_{max} = \dfrac{U}{Z_{min}} = \dfrac{U}{R} = \dfrac{120}{100} = 1,2\ (\text{A})$

b)* $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.\dfrac{1}{5\pi}.10^{-3}} = 50\,\Omega$; R là biến số

* $$P = I^2R = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{R + \dfrac{(Z_L - Z_C)^2}{R}} = \frac{\text{const}}{a + b} \qquad (1)$$

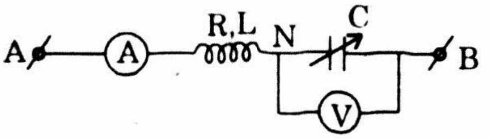
* Vì $a = R$; $b = \dfrac{(Z_L - Z_C)^2}{R}$; $a.b = (Z_L - Z_C)^2 = \text{const}$ nên sử dụng bất đẳng thức Cauchy ta có :

$$(a + b)_{min} \leftrightarrow P_{max} \quad \text{và} \quad a = b \qquad (2)$$

Vậy : $R = |Z_L - Z_C| = 150\Omega$

* $$P_{max} = \frac{U^2}{2R} = \frac{120^2}{2.150} = 48\ (\text{W}).$$

187. Cho mạch xoay chiều như hình.



A, B có : $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (\text{V})$

Bỏ qua điện trở ampe kế, vôn kế, dây nối.

a) Ampe kế chỉ 0,6A, vôn kế chỉ 132V. Tìm L, C ? Biết i sớm pha hơn u một góc φ mà $tg\varphi = -\dfrac{4}{3}$.

b) Đổi C để vôn kế chỉ 120 (V). Tìm số chỉ của ampe kế ? Tìm C ?

Gợi ý

a)* $Z_C = \dfrac{U_C}{I} = \dfrac{132}{0,6} = 220\,\Omega$; $Z = \dfrac{U}{I} = \dfrac{120}{0,6} = 200\,\Omega$

* $$tg\varphi = -\frac{4}{3} = \frac{Z_L - Z_C}{R} \quad \rightarrow \quad Z_L - Z_C = -\frac{4}{3}R \qquad (1)$$

$$Z^2 = 200^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \qquad (2)$$

* Đưa số vào (1), (2) giải ra : $R = 120\ (\Omega)$; $Z_L = 60\ (\Omega)$

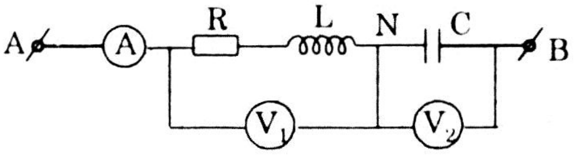
* $L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{3}{5\pi}$ (H) ; $\qquad C = \dfrac{1}{\omega Z_C} = \dfrac{1}{22\pi}.10^{-3}$ (F)

b)* $I = \dfrac{U_C}{Z'_C} = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + \left(Z_L - Z'_C\right)^2}}$ với $U_C = U = 120$ (V) và $R = 120\ (\Omega)$;

ta có $Z'_C = 150\ (\Omega)$; $\quad C' = \dfrac{2}{3\pi}.10^{-4}$ (F)

* $I = \dfrac{U_C}{Z'_C} = \dfrac{120}{150} = 0,8$ (A).

188. Cho mạch xoay chiều như hình. A và B có : $u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V) ampe kế chỉ 2A; vôn kế V_2 chỉ 40 (V).



Tìm :

a) C ?

b) Biết hệ số công suất của mạch là $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Tìm R, L và số chỉ của vôn kế V_1.

Gợi ý

a)* $Z_C = \dfrac{U_C}{I} = \dfrac{40}{2} = 20\ (\Omega)$; $C = \dfrac{1}{\omega Z_C} = \dfrac{1}{100\pi.20} = \dfrac{1}{2\pi}.10^{-3}$ (F)

b)* $Z = \dfrac{U}{I} = \dfrac{100}{2} = 50\ (\Omega)$

* $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{R}{Z} \quad \rightarrow \quad R = 25\sqrt{2}\ (\Omega)$

* $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \quad \rightarrow \quad \varphi = \pm\dfrac{\pi}{4}$

* $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} = \operatorname{tg}\left(\pm\dfrac{\pi}{4}\right) = \pm 1 \quad \rightarrow \quad Z_L = Z_C \pm R$

* Với $Z_C < R$ nên để $Z_L > 0$ ta chỉ lấy : $Z_L = Z_C + R = 20 + 25\sqrt{2} \approx 55,4\ (\Omega)$

* $L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{55,4}{100\pi} \approx 0,18$ (H)

* $Z_{AN} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} \approx 65,74\ (\Omega)$

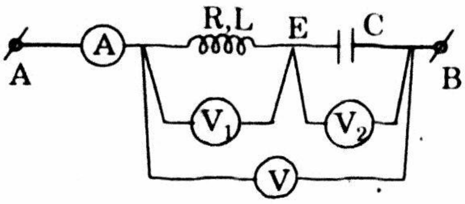
$U_{AN} = IZ_{AN} \approx 132$ (V) , → ⓥ₁ chỉ 132 (V).

189. Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

$R = 170\ (\Omega)$; $L = 1,15$ (H) ; các vôn kế có $R_V = \infty$; ampe kế có $R_a = 0$;

$u_{AB} = 170\sin 100\pi t$ (V)

Ta thấy vôn kế V_2 chỉ 265 (V); ampe kế chỉ 0,5 (A).



a) Tìm số chỉ của vôn kế V_1 và V ?

b) Viết biểu thức tức thời của dòng toàn mạch và hiệu điện thế 2 đầu cuộn dây ?

c) Thay tụ C bằng C' khác nhỏ hơn thì số chỉ của ampe kế thay đổi thế nào ?

Gợi ý

a)* $Z_L \approx 361\ (\Omega)$; $Z_C = 530\ (\Omega)$; $Z \approx 240\ (\Omega)$; $Z_{cd} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} \approx 400\ (\Omega$

* Ⓥ chỉ $U = \dfrac{U_o}{\sqrt{2}} = \dfrac{170}{\sqrt{2}} \approx 120\ (V)$

* (V_1) chỉ $U_{cd} = IZ_{cd} = 0{,}5.400 = 200\ (V)$

b)* $I_o = I\sqrt{2} = 0{,}5\sqrt{2}\ (A)$

* $tg\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} \approx -1 \rightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{4}$

$\rightarrow i = 0{,}5\sqrt{2}\sin(100\pi t + \dfrac{\pi}{4})\ (A)$

* $U_{Ocd} = I_oZ_{cd} = 0{,}5\sqrt{2}.400 = 200\sqrt{2}\ (V)$

$tg\varphi_{cd} = \dfrac{Z_L}{R} = 2{,}1235 \rightarrow \varphi_{cd} = \dfrac{65\pi}{180}$ (rad)

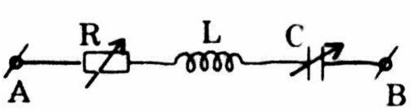
$\rightarrow u_{cd} = 200\sqrt{2}\sin(100\pi + \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{65\pi}{180})\ (V)$

$u_{cd} = 200\sqrt{2}\sin(100\pi t + \dfrac{110\pi}{180})\ (V)$

c)* $C' < C$; $Z'_C > Z_C$; Z_C tăng nên Z tăng → I giảm

* Số chỉ của ampe kế giảm.

190. Cho mạch xoay chiều như hình ; $u_{AB} = 200\sin 100\pi t\ (V)$; $L = \dfrac{2}{\pi}\ (H)$; R và C biến đổi.



a) Cho $C = \dfrac{1}{\pi}.10^{-4}\ (F)$, điều chỉnh R để công suất tiêu thụ của mạch là P = 80 (W). Tìm R.

b) Tìm C để hệ số công suất của mạch là cực đại. Tìm công suất tiêu thụ, biết R = 100 (Ω).

Gợi ý

a)* $Z_C = 100\ (\Omega)$; $Z_L = 200\ (\Omega)$; $Z = \sqrt{R^2 + 100^2}$

* $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{200}{\sqrt{2}.\sqrt{R^2 + 100^2}} \rightarrow P = I^2R$

và $R^2 - 250R + 10000 = 0 \rightarrow R = \begin{cases} 200\,(\Omega) \\ 50\,(\Omega) \end{cases}$

b)* $\cos(\varphi)_{max} = 1$; $\varphi = 0$ có cộng hưởng $Z_L = Z_C$.

* $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = Z_L \rightarrow C = \dfrac{1}{\omega Z_L} = \dfrac{1}{100\pi.200} = \dfrac{1}{2\pi}.10^{-4}$ (F)

* $I_{max} = \dfrac{U}{R} = \dfrac{200}{\sqrt{2}.100} = \sqrt{2}$ (A)

* $P = I^2R = I_{max}^2R = \left(\sqrt{2}\right)^2.100 = 200$ (W).

191. Cho mạch R, L, C nối tiếp. Toàn mạch có : $u = 120\sin 100\pi t$ (V)

$R = 100\ (\Omega)$, $L = \dfrac{2}{\pi}$ (H). Tụ C biến thiên. Tìm C để :

a) Dòng toàn mạch sớm pha hơn u toàn mạch một góc $\dfrac{\pi}{3}$. Viết i(t) ?

b) Dòng điện trễ pha hơn u một góc $\dfrac{\pi}{4}$. Tìm công suất của mạch.

Gợi ý

a)* $Z_L = 200\ (\Omega)$

* $\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\left(-\dfrac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3} = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} \rightarrow Z_C = Z_L + R\sqrt{3} = 373\ (\Omega)$

* $C = \dfrac{1}{\omega Z_C} = \dfrac{1}{100\pi.373} = \dfrac{1}{3,73\pi}.10^{-4}$ (F)

* $\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2} = \dfrac{R}{Z} \rightarrow Z = 2R = 200\Omega,\quad I_o = \dfrac{120}{200} = 0,6$ (A)

$\rightarrow i = 0,6\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{3}\right)$ (A)

b)* $\operatorname{tg}\varphi' = \operatorname{tg}\left(+\dfrac{\pi}{4}\right) = +1 = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} \rightarrow Z_C = Z_L - R = 100\ (\Omega)$

* $C = \dfrac{1}{\omega Z_C} = \dfrac{1}{100\pi.100} = \dfrac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F)

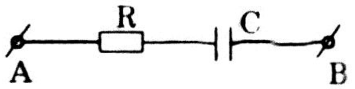
* $\cos\varphi' = \cos\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{R}{Z'} \rightarrow Z' = R\sqrt{2} = 100\sqrt{2}\ (\Omega)$

$$I' = \frac{U}{Z'} = \frac{120}{\sqrt{2}.100\sqrt{2}} = 0,6\ (A).$$

* $P = I'^2R = (0,6)^2.100 = 36\ (W).$

192. Cho mạch xoay chiều như hình.

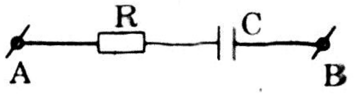
$u_{AB} = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$



a) Biết cường độ hiệu dụng của dòng là $\sqrt{3}$ (A) và dòng lệch pha $\pi/3$ so với u_{AB}. Tìm R, C.

b) Nối tiếp vào mạch trên một cuộn dây có điện trở R_o, độ tự cảm L thì thấy dòng có giá trị hiệu dụng là 1,5 (A) và nhanh pha $\frac{\pi}{6}$ so với u_{AB}. Tìm R_o, L của cuộn dây ?

Gợi ý



a)* $Z_1 = \frac{100}{\sqrt{3}}\ (\Omega)$

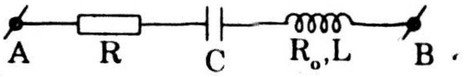
* $\cos\varphi_1 = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} = \frac{R}{Z_1} \quad \rightarrow \quad R = \frac{Z_1}{2} = \frac{50}{\sqrt{3}}\ (\Omega).$

* Mạch có tính dung kháng nên :

$$tg\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{Z_c}{R} = -\sqrt{3} \quad \rightarrow \quad Z_C = R\sqrt{3} = 50\ (\Omega)$$

$$C = \frac{1}{WZ_C} = \frac{1}{100\pi.50} = \frac{1}{5\pi}.10^{-3}\ (F)$$

b)* $Z_C = \frac{100}{1,5} = \frac{200}{3}\ (\Omega)$



* $\cos\varphi_2 = \frac{R + R_o}{Z_2}$;

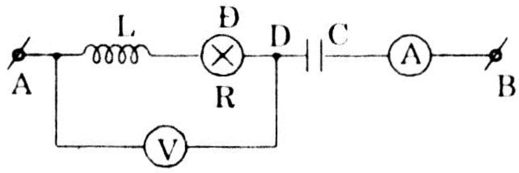
$$\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{50}{\sqrt{3}} + R_o}{\frac{200}{3}} \quad \rightarrow \quad R_o = \frac{50}{\sqrt{3}}\ (\Omega)$$

* Mạch có tính dung kháng nên

$$tg\varphi_2 = tg\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{Z_L - Z_C}{R + R_o} \quad \rightarrow \quad Z_L = \frac{50}{3}\ (\Omega)$$

$$L = \frac{Z_L}{W} = \frac{50}{3.100\pi} = \frac{1}{6\pi}(H) \approx 0,053\ (H).$$

193. Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.



Giữa A, D có : $u_{AD} = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

$L = \frac{1}{\pi}$ (H) ; $C = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}$ (F).

Đèn Đ có ghi : 100V – 100W, $R_A = 0$; $R_V = \infty$.

1. Tìm số chỉ các dụng cụ đo ? **2.** Viết i(t) toàn mạch ?

3. Viết $u_{AB}(t)$ toàn mạch ?

Gợi ý

1.* $Z_L = 100\ (\Omega)$; $Z_C = 200\ (\Omega)$; $R = \frac{U_{dm}^2}{P_{dm}} = \frac{100^2}{100} = 100\ (\Omega)$

* $Z_{AD} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = 100\sqrt{2}\ (\Omega)$

* $I = \frac{U_{AD}}{Z_{AD}} = \frac{200}{100\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ (A). Ampe kế chỉ $\sqrt{2}$ A

* $U_{AD} = \frac{U_{oAD}}{\sqrt{2}} = \frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 200$ (V). Vôn kế chỉ 200V.

2.* $I_o = I\sqrt{2} = \sqrt{2}.\sqrt{2} = 2$ (A)

* $tg\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = -1 \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}$

$tg\varphi_{AD} = \frac{Z_L}{R} = 1 \rightarrow \varphi_{AD} = \frac{\pi}{4}$

u_{AD} sớm pha hơn i → $i = 2\sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})$ (A)

3.* $U_o = I_o Z$ với $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 100\sqrt{2}\ (\Omega)$

$U_o = 2.100\sqrt{2} = 200\sqrt{2}$ (V).

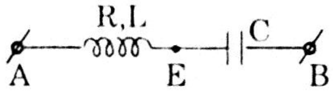
* $\varphi = -\frac{\pi}{4}$ → u_{AB} muộn pha hơn i. Vậy :

$$u_{AB} = 200\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) = 200\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{(V)}.$$

194. Cho đoạn mạch xoay chiều như hình. Giữa A và B có :

$u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

$R = 17{,}3\ (\Omega)$; $L = 31{,}8$ (mH) ; $C = 159\ (\mu F)$



a) Viết i(t) toàn mạch ?

b) Viết biểu thức $u_{AE}(t)$ và $u_{EB}(t)$?

Gợi ý

a)* $R = 10\sqrt{3}\,(\Omega)$; $L = \dfrac{0,1}{\pi}$ (H) ; $C = \dfrac{1}{2\pi}.10^{-3}$ (F)

$Z_L = \omega L = 10\,(\Omega)$; $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = 20\,(\Omega)$ (với $\omega = 100\pi$ (rad/s))

* $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 20\,(\Omega)$; $I_o = \dfrac{U_o}{Z} = \dfrac{100\sqrt{2}}{20} = 5\sqrt{2}$ (A)

* $\text{tg}\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} = -\dfrac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{6}$

* $i = I_o\sin(\omega t - \varphi) = 5\sqrt{2}\sin(100\pi t + \dfrac{\pi}{6})$ (A)

b)* $Z_{AE} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = 20\Omega$; $U_{oAE} = I_o\,Z_{AE} = 100\sqrt{2}$ (V)

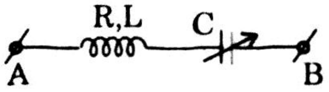
* $\text{tg}\varphi_{AE} = \dfrac{Z_L}{R} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \varphi_{AE} = \dfrac{\pi}{6}$

* $u_{AE} = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t + \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi}{6}) = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t + \dfrac{\pi}{3})$ (V)

* $U_{oEB} = I_oZ_C = 100\sqrt{2}$ (V)

$u_{EB} = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t + \dfrac{\pi}{6} - \dfrac{\pi}{2}) = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t - \dfrac{\pi}{3})$ (V)

195. Cho mạch xoay chiều như hình.



A, B có : $u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

Khi C = 4 (μF) và C = 6 (μF) thì I = 0,6 (A) như nhau trong mạch.

a) Tìm R, L.

b) Tìm C khi i trễ pha π/6 so với u. Tìm I lúc đó ?

Gợi ý

a)* $Z = \dfrac{U}{I} = \dfrac{500}{3}\,(\Omega)$

* $C_1 = 4\,(\mu F) \rightarrow Z_{C_1} = 795\,(\Omega)$

* $C_2 = 6\,(\mu F) \rightarrow Z_{C_2} = 530\,(\Omega)$

* $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \rightarrow Z_C = Z_L \pm \sqrt{Z^2 - R^2}$

Vậy : $Z_{C_1} = Z_L + \sqrt{Z^2 - R^2}$ (1)

$Z_{C_2} = Z_L - \sqrt{Z^2 - R^2}$ (2)

* Giải (1) và (2) ta có :

$$Z_L = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2} \approx 663\ (\Omega) \quad \rightarrow \quad L = \frac{Z_L}{\omega} \approx 2{,}11\ (H).$$

* Từ (1) và (2) suy ra : $R = \sqrt{Z^2 - \frac{\left(Z_{C_1} - Z_{C_2}\right)^2}{4}} \approx 100\ (\Omega).$

b)* $\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\left(+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{Z_L - Z_C}{R} \quad \rightarrow \quad Z_C = Z_L - \frac{R}{\sqrt{3}} \approx 604\ (\Omega)$

* $C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.604} \approx 5{,}26.10^{-6}\ (F) = 5{,}26\ (\mu F).$

* $Z = 117\ (\Omega)\ ;\quad I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{117} = 0{,}85\ (A).$

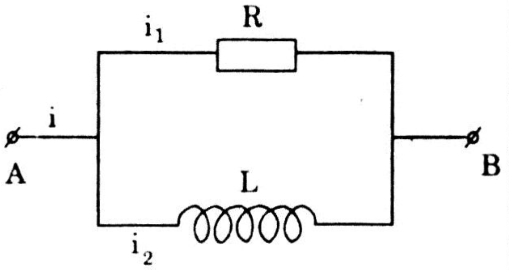
Chủ đề 2

MẠCH XOAY CHIỀU SONG SONG

196. Cho mạch xoay chiều như hình vẽ.

Cho $R = 100\ (\Omega)$, $L = \frac{1}{\pi}\ (H)$.

A và B hiệu điện thế xoay chiều hình sin ghi 100V – 50Hz.



1. Viết u(t) của AB (giả sử pha ban đầu của nó là $\varphi = 0$).
2. Tìm các dòng hiệu dụng I_1, I_2 và các góc lệch pha giữa u so với i_1, i_2 của 2 nhánh. Viết $i_1(t)$, $i_2(t)$.
3. Tính và tìm biểu thức dòng tổng hợp $i = i_1 + i_2$.

Giải

1.* $U_o = U\sqrt{2} = 100\sqrt{2}\ (V)$

* $\omega = 2\pi f = 100\pi\ (rad/s)$

* Vậy : $u = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t)\ (V)$

2. Nhánh chỉ có R : $I_{01} = \frac{U_o}{R} = \frac{100\sqrt{2}}{100} = \sqrt{2}\ (A)$

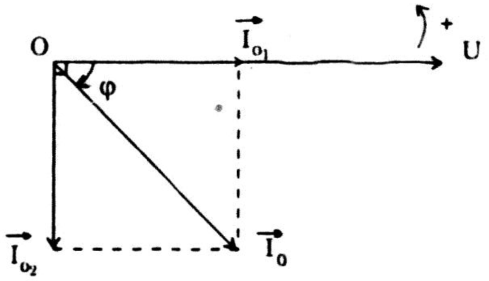
i_1 và u cùng pha nên : $i_1 = \sqrt{2}\sin(100\pi t)\ (A)$

* Nhánh chỉ có Z_L : Ta có : $Z_L = \omega L = 100\pi.\frac{1}{\pi} = 100\ (\Omega)$

$$I_{o2} = \frac{U_o}{Z_L} = \frac{100\sqrt{2}}{100} = \sqrt{2}\ (A)$$

u hai đầu cuộn dây thuần cảm kháng sớm pha hơn i_2 một góc $\pi/2$ nên i_2 muộn pha hơn u một góc $\pi/2$:

$$i_2 = \sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)(A)$$



3.* Vẽ giản đồ dòng điện.

* $\vec{I}_o = \vec{I}_{o1} + \vec{I}_{o2}$ và $\vec{I}_{o1} \perp \vec{I}_{o2}$

* Hơn nữa $I_{o1} = I_{o2} = \sqrt{2}\ (A)$

nên : $I_o = I_{o1}\sqrt{2} = \sqrt{2}.\sqrt{2} = 2(A)$ và $\varphi = -\pi/4$

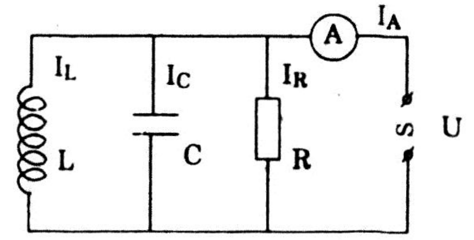
* Vậy dòng toàn mạch $i = i_1 + i_2 = 2\sin(100\pi t - \pi/4)\ (A)$.

197. Cho mạch xoay chiều như hình. Nguồn xoay chiều hiệu điện thế U, tần số f. Gọi Z là tổng trở của mạch, φ là góc lệch pha giữa thế và dòng toàn mạch.

1. Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{Z_C} - \frac{1}{Z_L}\right)^2$$

$$tg\varphi = R\left(\frac{1}{Z_C} - \frac{1}{Z_L}\right)$$

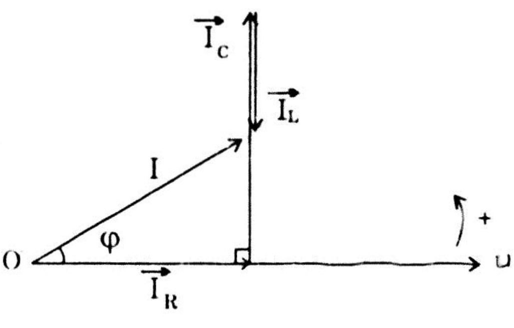


2. Biết $R = 400\ (\Omega)$; $L = \frac{2,5}{\pi}$ (H) ; $U = 625$ (V) ; $f = 50$ (Hz)

a) Tìm các dòng điện hiệu dụng I_A , I_R , I_C , I_L khi $C = \frac{20}{\pi}\ (\mu F)$.

b) Tìm C để I_A cực tiểu.

Giải



1.* Vẽ giản đồ, chú ý : 3 nhánh có u như nhau; i_R cùng pha với u, i_C sớm pha so với u một góc $\pi/2$; i_L muộn pha so với u một góc $\pi/2$.

* Từ giản đồ ta có :

$$I^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2$$

Áp dụng định luật Ohm cho toàn mạch, từng nhánh cho giá trị cực đại hay hiệu dụng, ta có:

$$\frac{U^2}{Z^2} = \frac{U^2}{R^2} + \left(\frac{U}{Z_C} - \frac{U}{Z_L}\right)^2 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{Z_C} - \frac{1}{Z_L}\right)^2 \quad \text{(đpcm)}$$

* Từ giản đồ ta có :

$$\text{tg}\varphi = \frac{I_C - I_L}{I_R} = \frac{\frac{U}{Z_C} - \frac{U}{Z_L}}{\frac{U}{R}} = R\left(\frac{1}{Z_C} - \frac{1}{Z_L}\right) \quad \text{(đpcm)}$$

2a) *

$$Z_L = \omega L = 100\pi \times \frac{2,5}{\pi} = 250\ (\Omega)$$

*

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{20}{\pi}.10^{-6}} = 500\,(\Omega)$$

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{625}{400} = 1,56\ \text{(A)}$$

$$I_C = \frac{U}{Z_C} = \frac{625}{500} = 1,25\ \text{(A)}$$

$$I_L = \frac{U}{Z_L} = \frac{625}{250} = 2,5\ \text{(A)}$$

* Từ giản đồ ta có :

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} = I_A$$

$$I_A = \sqrt{(1,56)^2 + (2,5 - 1,25)^2} \approx 2\text{(A)}$$

b) *

$$I = \frac{U}{Z} \quad \text{và} \quad \frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{Z_C} - \frac{1}{Z_L}\right)^2$$

* Để I min thì Z max, lúc đó $Z_{max} = R$ và

$$Z_L = Z_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$\rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega Z_L} = \frac{1}{100\pi.250} \approx 12,7.10^{-6}\ \text{(F)}$$

hay $C = 12,7\ (\mu F)$

* Khi đó $I = 1,56\ (A) = I_R$

$$I_L = I_C = \frac{U}{Z_L} = 2,5(A).$$

198. Cho mạch xoay chiều như hình vẽ. Giữa P và Q có

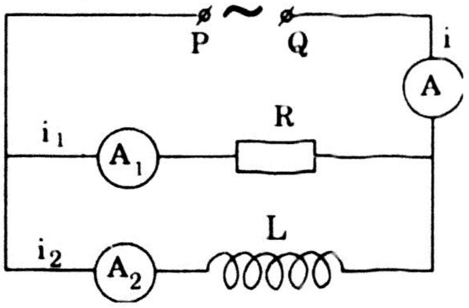
$$u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t \ \text{(V)}$$

Biết : $R = 8\ (\Omega)$;

$L = 4{,}78.10^{-2}\ \text{(H)}$

Các $R_a = 0$

1. Tìm số chỉ của các ampe kế ?
2. Nếu thay L bằng tụ điện $C = 5{,}31.10^{-4}$ (F) thì số chỉ các ampe kế thế nào ? Viết biểu thức i(t) ở mạch chính.



Giải

1.* Vì các Ampe kế có $R_a = 0$ nêu trên R và L đều có

$$U = \frac{U_o}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120\,\text{(V)}$$

* $$I_1 = \frac{U}{R} = \frac{120}{8} = 15\,\text{(A)} \quad \rightarrow \quad \text{Ampe kế } Ⓐ_1 \text{ chỉ } 15\text{(A)}$$

* $$Z_L = \omega L = 100\pi.4{,}78.10^{-2} \approx 15\ (\Omega)$$

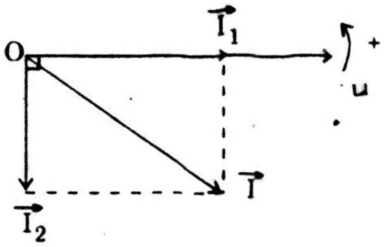
$$I_2 = \frac{U}{Z_L} = \frac{120}{15} = 8\text{(A)} \quad \rightarrow \quad \text{Ampe kế } Ⓐ_2 \text{ chỉ } 8\text{(A)}$$

* Vẽ giản đồ I, chú ý i_1 cùng pha với u, i_2 muộn pha với u một góc $\pi/2$.

$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$; $\vec{I}_1 \perp \vec{I}_2$ nên

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17\,\text{(A)}$$

Ampe kế A chỉ 17 (A).

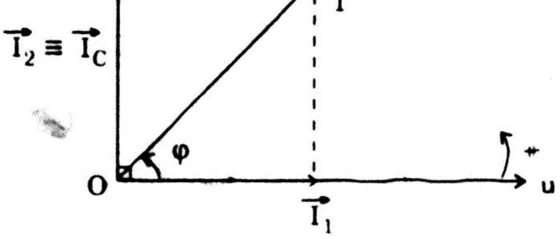


2. *Thay cuộn dây bằng tụ :*

* $$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \times 5{,}31.10^{-4}} \approx 6\ (\Omega)$$

* $$I_C = \frac{U}{Z_C} = \frac{120}{6} = 20\text{(A)}$$

* $$I_1 = \frac{U}{R} = \frac{120}{8} = 15\text{(A)}$$



* Vẽ giản đồ như trên, nhưng chú ý I_C sớm pha hơn u 1 góc $\pi/2$ nên ta có :

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_C^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25\ \text{(A)}\ ; \qquad I_o = I\sqrt{2}$$

$$I_o = 25\sqrt{2} \approx 35\ \text{(A)}$$

* i sớm pha hơn u một góc φ

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{I_C}{I_1} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3} \quad \rightarrow \quad \varphi = 0{,}92\ (\text{rad})$$

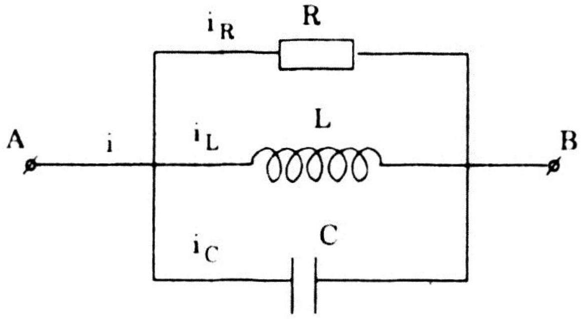
$i = 35\sin(100\pi t + 0{,}92)\ (\text{A})$ nếu $\varphi = 0$ cho u.

199. Cho đoạn mạch xoay chiều như hình vẽ.

$$R = 20\ (\Omega),\quad L = \frac{2}{\pi}(\text{H})\ ;\ C = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}(\text{F}).$$

Giữa A và B có $u = U\sqrt{2}\sin\omega t\ (\text{V})$

Tìm ω để dòng điện ở mạch chính cùng pha với u.

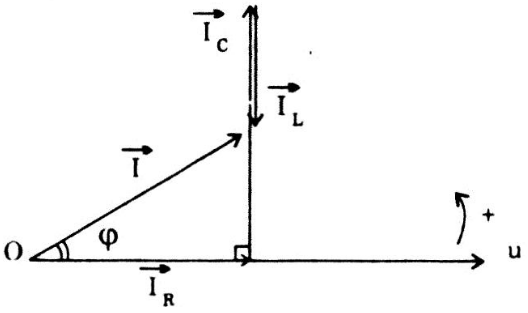


Giải

* Ta có : $i = i_R + i_L + i_C$

* Vẽ giản đồ vectơ :

$$\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C$$



* Độ lệch pha giữa u và i xác định qua

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{I_C - I_L}{I_R} = \frac{\dfrac{U}{Z_C} - \dfrac{U}{Z_L}}{\dfrac{U}{R}} = R\left(\frac{1}{Z_C} - \frac{1}{Z_L}\right)$$

* Để i và u cùng pha nên

$$\varphi = 0\ ;\quad \operatorname{tg}\varphi = 0 \quad \text{và} \quad Z_C - Z_L = 0 \quad \text{hay} \quad Z_C = Z_L$$

* Vậy : $\omega L = \dfrac{1}{\omega C} \rightarrow \omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

* Thay số : $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{2}{\pi}.\dfrac{1}{2\pi}.10^{-4}}} = 100\pi\ (\text{rad/s}).$

Chủ đề 3

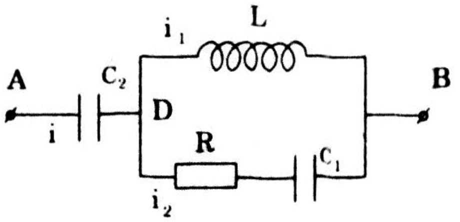
MẠCH XOAY CHIỀU HỖN HỢP

200. Cho đoạn mạch xoay chiều như hình.

Biết $R = Z_{C_1} = Z_L$.

Tìm điều kiện của Z_{C_2}

để u_{AB} cùng pha với i.



Giải

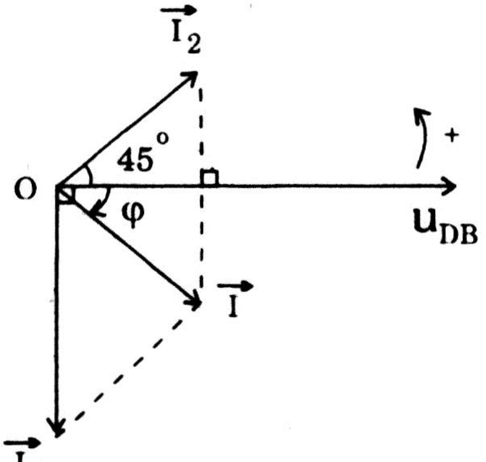
* *Xét đoạn mạch BD :*

+ $I_1\begin{cases} I_1 = \dfrac{U_{DB}}{Z_L} = \dfrac{U_{DB}}{R} \\ i_1 \text{ chậm pha hơn } u_{DB} \text{ một góc } \pi/2 \end{cases}$

+ $I_2\begin{cases} I_2 = \dfrac{U_{DB}}{\sqrt{R^2 + Z_{C_1}^2}} = \dfrac{U_{DB}}{\sqrt{R^2 + R^2}} = \dfrac{U_{DB}}{R\sqrt{2}} = \dfrac{I_1}{\sqrt{2}} \\ \operatorname{tg}\varphi_2 = -\dfrac{Z_{C_1}}{R} = -\dfrac{R}{R} = -1 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 = -\dfrac{\pi}{4}, \end{cases}$

và u_{DB} muộn pha hơn i_2, vậy i_2 sớm pha hơn u_{DB}.

+ $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$. Ta vẽ giản đồ. Từ đó suy ra :



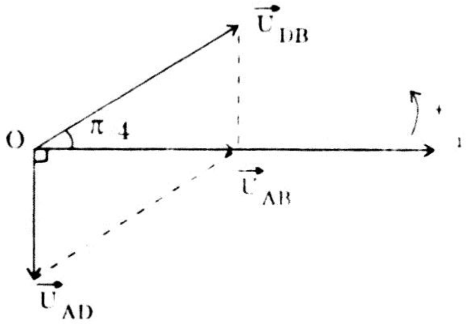
$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$I^2 = U_{DB}^2\left[\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(R\sqrt{2})^2} - 2.\frac{1}{R}.\frac{1}{R\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{2}}{2}\right] = \frac{U_{CB}^2}{(R\sqrt{2})^2}$$

Do đó $\quad U_{CB} = R\sqrt{2}\ I \qquad (1)$

$$+ \qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{I_2 \sin\frac{\pi}{4} - I_1}{I_2 \cos\frac{\pi}{4} + 0} = \frac{\frac{U}{R\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{U}{R}}{\frac{U}{R\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}} = -1 \qquad (2)$$

Vậy I chậm hơn u_{DB} 1 góc π/4.



Xét đoạn mạch AB :

$$+ \qquad \vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AD} + \vec{U}_{DB} \qquad (3)$$

$$+ \qquad \vec{U}_{AD} = \begin{cases} U_{AO} = IZ_{C_2} \\ \text{chậm pha hơn i 1 góc } \pi/2 \end{cases}$$

$$+ \qquad \vec{U}_{DB} = \begin{cases} U_{DB} = IR\sqrt{2} \\ \text{sớm pha hơn i 1 góc } \pi/4 \end{cases}$$

+ Vẽ giản đồ. Chú ý u_{AB} cùng pha với i. Từ giản đồ :

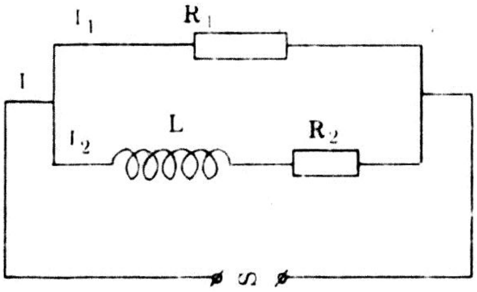
$$\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{U_{AD}}{U_{DB}} = \frac{IZ_{C_2}}{IR\sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad \boxed{Z_{C_2} = R} \qquad (4)$$

201. Cho mạch xoay chiều như hình.

Biết $R_1 = 200\ (\Omega)$;

$f = 50\ (Hz)$;

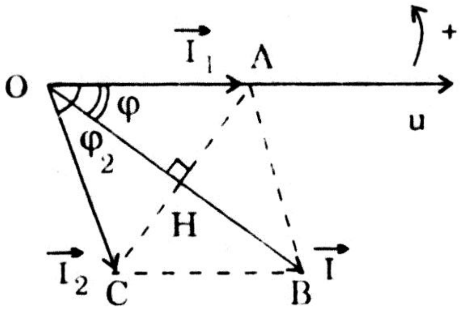
$I_1 = I_2 = \dfrac{I}{\sqrt{3}}$



1. Vẽ giản đồ vectơ các I. Từ đó tìm góc lệch pha φ giữa i_2 và i so với i_1.

2. Tìm R_2 và L ?

Giải



1. Chọn u làm trục gốc.

$$I_1 \begin{cases} I_1 = I/\sqrt{3} \\ \text{cùng pha với u} \end{cases}$$

$$I_2 \begin{cases} I_2 = I/\sqrt{3} \\ \operatorname{tg}\varphi_2 = \dfrac{Z_L}{R_2} > 0 ; \\ \end{cases}$$ u sớm pha hơn i_2 nên i_2 muộn pha hơn u 1 góc φ_2

Vì vậy từ giản đồ : $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$; $\widehat{\vec{I}_2, \vec{I}_1} = \varphi$, $I_1 = I_2$

nên tứ giác OABC là hình thoi, $\varphi = \dfrac{\varphi_2}{2}$

* $\Delta OAB \rightarrow \quad I = 2I_1\cos\varphi = I_1\sqrt{3} \quad \rightarrow \quad \cos\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\rightarrow \quad \varphi = 30^\circ = \pi/6\ (\text{rad})$ và $\varphi_2 = 2\varphi = 60^\circ = \pi/3\ (\text{rad})$

2.* Do $U = I_1R_1 = I_2Z_2 \quad \rightarrow \quad Z_2 = R_1 = 200\ (\Omega)$

* $\cos\varphi_2 = \dfrac{R_2}{Z_2} = \cos 60^\circ = \dfrac{1}{2} \quad \rightarrow \quad R_2 = \dfrac{Z_2}{2} = \dfrac{200}{2} = 100(\Omega)$

* Do $Z_2^2 = R_2^2 + Z_L^2 = 4R_2^2 \quad \rightarrow \quad Z_L = R_2\sqrt{3} = 100\sqrt{3}(\Omega)$

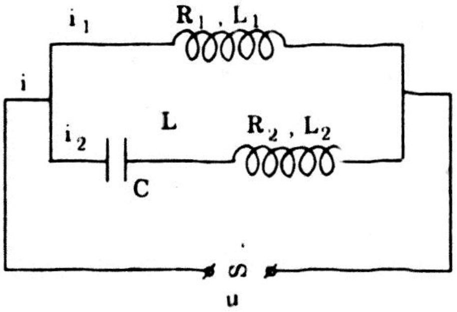
* Với $Z_L = \omega L = 2\pi fL \quad \rightarrow \quad L = \dfrac{Z_L}{2\pi f}$

$$L = \frac{100\sqrt{3}}{2.\pi.50} = \frac{\sqrt{3}}{\pi}(\text{H}) \approx 0{,}55\ (\text{H}).$$

202. Cho mạch điện như hình. $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

$L_1 = 0.382 = \dfrac{1.2}{\pi}$ (H) ; $R_1 = 60\ (\Omega)$

$L_2 = 0{,}318 = \dfrac{1}{\pi}$ (H) ; $R_2 = 50\ (\Omega)$



1. Viết biểu thức $i_1(t)$.

2. Biết i_2 sớm pha hơn i_1 một góc $\pi/2$. Tìm C ?

3. Viết biểu thức $i_2(t)$; $i(t)$?

Giải

1.* $Z_{L_1} = \omega L_1 = 100\pi.\dfrac{1.2}{\pi} = 120\ (\Omega)$

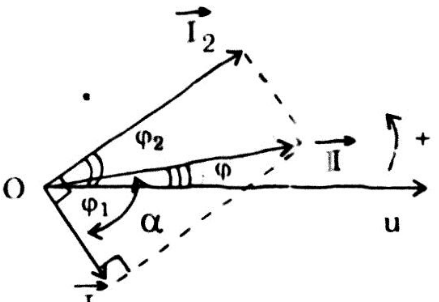
* $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + Z_{L_1}^2} = \sqrt{60^2 + (120)^2} = 60\sqrt{5}\ (\Omega) \approx 134\ (\Omega)$

* $I_{01} = \dfrac{U_o}{Z_1} = \dfrac{120\sqrt{2}}{60\sqrt{5}} \approx 1{,}27$ (A)

* $\text{tg}\varphi_1 = \dfrac{Z_{L_1}}{R_1} = \dfrac{120}{60} \doteq 2 \quad \rightarrow \quad \varphi_1 \approx 63^\circ = 1{,}1$ (rad)

u sớm pha hơn i_1 nên i_1 muộn pha hơn u một góc 1,1 (rad) nên :

$i_1 = 1{,}27\sin(100\pi t - 1{,}1)$ (A)



2.* $\varphi_2 = 90^\circ - 63^\circ = 27^\circ = 0{,}47$ (rad)

* Do φ_1 và φ_2 phụ nhau nên

$|\text{tg}\varphi_1| = |\text{cotg}\varphi_2| = \dfrac{1}{|\text{tg}\varphi_2|} = 2 \quad \rightarrow \quad |\text{tg}\varphi_2| = \dfrac{1}{2}$

* $Z_{L_2} = \omega L_2 = 100\pi.\frac{1}{\pi} = 100\ (\Omega)$

* $tg\varphi_2 = -\frac{1}{2} = \frac{Z_{L_2} - Z_C}{R_2} = \frac{100 - Z_C}{50} \rightarrow Z_C = 125\ (\Omega)$

* $Z_C = \frac{1}{\omega C} \rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.125} = 25,44.10^{-6}(F)$

$C = 25,44\ (\mu F)$

3.* $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (Z_{L_2} - Z_C)^2} = \sqrt{50^2 + (100 - 125)^2} = 25\sqrt{5}\ (\Omega)$

* $I_{o2} = \frac{U_o}{Z_2} = \frac{120\sqrt{2}}{25\sqrt{5}} \approx 3,02(A)$

* Từ giản đồ, i_2 sớm pha hơn u một góc $\varphi_2 = 0,47$ (rad)

$i_2 = 3,02\sin(100\pi t + 0,47)\ (A)$

* Giản đồ : $\vec{I}_o = \vec{I}_{o1} + \vec{I}_{o2}$; $\vec{I}_{o1} \perp \vec{I}_{o2}$ nên :

$$I_o = \sqrt{I_{o1}^2 + I_{o2}^2} = \sqrt{(1,27)^2 + (3,02)^2} \approx 3,27\ (A)$$

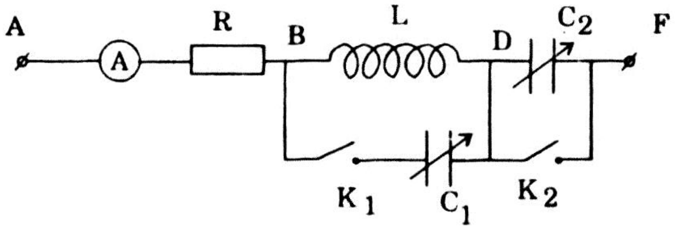
* $\cos\alpha = \frac{I_{o1}}{I_o} = \frac{1,27}{3,27} = 0,3884 \rightarrow \alpha \approx 67^o$

$\alpha > \varphi_1$ nên i sớm pha hơn u một góc φ.

$\varphi = 67^o - 63^o = 4^o = 0,07$ (rad)

Vậy : $i = 3,27\sin(100\pi t + 0,07)\ (A)$.

203. Cho mạch điện như hình vẽ. R = 100 (Ω) ; $R_a = 0$; L = 0,5 (H). Giữa A và F có u xoay chiều với U = 120 (V), f = 50 (Hz).



1. Khi K_1 và K_2 ngắt, chỉnh C_2 để ampe kế Ⓐ chỉ cực đại. Tìm C_2 và I_R ?

2. K_1 ngắt, K_2 đóng. Tìm cos φ của mạch và công suất toàn mạch AF.

3. K_1 và K_2 đóng, chỉnh C_1 để ampe kế chỉ cực tiểu. Tìm C_1, I_R và công suất toàn mạch AF.

Giải

1. *K_1 và K_2 ngắt :*

* $Z_L = \omega L = 100\pi.0,5 = 50\pi\ (\Omega)$

* Mạch R, L, C_2 nối tiếp, ampe kế chỉ I toàn mạch.

* I max nên $Z_{min} = R = 100\ (\Omega)$ và $Z_L = Z_{C_2}$ → $C_2 = \dfrac{1}{\omega Z_L}$

$$C_2 = \frac{1}{100\pi.50\pi} = 20.10^{-6}\,(F) = 20\ (\mu F)$$

* $I_R = \dfrac{U}{Z_{min}} = \dfrac{120}{100} = 1{,}2\ (A)$

2. *K_1 ngắt, K_2 đóng* :

* C hở, chập D ≡ F, mạch chỉ còn R nối tiếp với L.

* $Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{(100)^2 + (50\pi)^2} = 186\,(\Omega)$

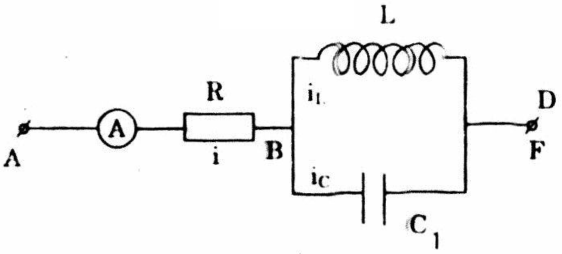
* $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{120}{186} \approx 0{,}65\ (A)$

* $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z} = \dfrac{100}{186} \approx 0{,}54$

* $P = UI\cos\varphi = 120 \times 0{,}54 \times 0{,}65 \approx 42{,}12\ (W)$

3. *K_1 và K_2 đóng* :

* D ≡ F, dòng không qua C_2. Mạch bây giờ như hình.



* Xét mạch BD : $i = i_L + i_C$

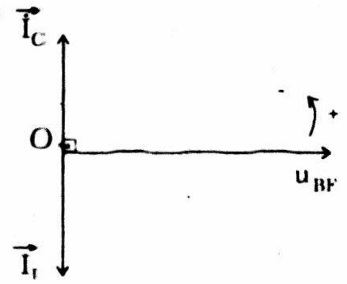
Theo giản đồ thì :

$$\vec{I} = \vec{I}_L + \vec{I}_{C_1}$$

và $I_R = |I_L - I_{C_1}|$

* I_R min thì $I_R = 0$, $I_L = I_{C_1}$ và $Z_L = Z_{C_1}$

$$\rightarrow\quad C_1 = \frac{1}{\omega Z_L} = \frac{1}{100\pi.50\pi} = 20.10^{-6}F = 20(\mu F)$$

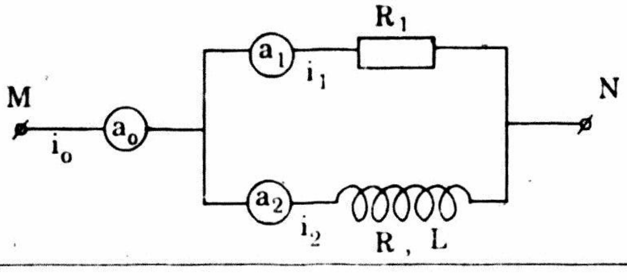


* Công suất toàn mạch :

$$P = I_R^2 R = 0.R = 0.$$

204. Cho mạch như hình. Giữa MN có $u = 141{,}4\sin 100\pi t$ (V).

Cho $R_1 = 100\ (\Omega)$, $R_a = 0$



1. Biết 2 ampe kế $\textcircled{a_1}$, $\textcircled{a_2}$ chỉ như nhau, ampe kế $\textcircled{a_0}$ chỉ 1,732 (A). Viết các biểu thức của i_o, i_1, i_2.

2. Tìm R, L, công suất P của mạch và công suất P_L của cuộn dây.

3. Thay cuộn dây bằng tụ C thì ampe kế $\textcircled{a_0}$ chỉ 1,25 (A). Tìm số chỉ của các ampe kế $\textcircled{a_1}$, $\textcircled{a_2}$ và C.

Giải

1. * Theo giả thiết thì $I_1 = I_2 = \dfrac{U_{MN}}{R_1} = \dfrac{141,4}{\sqrt{2}.100} = 1(A)$

* $I_{o1} = I_{o2} = I_1\sqrt{2} = \sqrt{2}\ (A)$

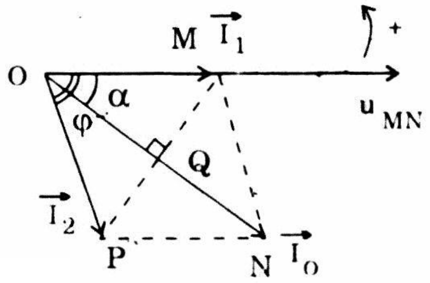
* OMNP hình thoi : $I_o = 2I_1\cos\alpha \rightarrow \cos\alpha = \dfrac{I_o}{2I_1} = \dfrac{\sqrt{3}}{2\times 1}$

$\rightarrow \alpha = 30^\circ \rightarrow \varphi = 2\alpha = 60^\circ = \pi/3$

* $i_o = \sqrt{6}\sin(100\pi t - \pi/6)\ (A)$

* $i_1 = \sqrt{2}\sin 100\pi t\ (A)$

* $i_2 = \sqrt{2}\sin(100\pi t - \pi/3)\ (A)$



2. * $Z_2 = \dfrac{U}{I_2} = \dfrac{U}{I_1} = R_1 = 100\ (\Omega)$

* $R^2 + Z_L^2 = Z_2^2 = 10^4$ (1)

* $tg\varphi = tg60^\circ = \dfrac{Z_L - Z_C}{R} = \dfrac{Z_L}{R} = \sqrt{3} \rightarrow Z_L^2 = 3R^2$ (2)

* Giải (1), (2) ta có : $R = 50\ (\Omega)$ (3)

* (3) và (2) $\rightarrow Z_L = 50\sqrt{3}\ (\Omega)$ (4)

$L = \dfrac{Z_L}{\omega} = \dfrac{50\sqrt{3}}{100\pi} = \dfrac{\sqrt{3}}{2\pi}\ (H)$ (5)

$P = UI_o\cos\alpha = \dfrac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}}.\sqrt{3}.\cos30^\circ = 150\ (W)$ (6)

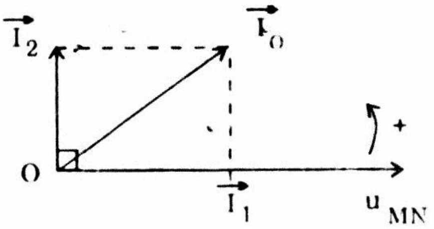
* $P_L = I_2^2R = 1^2\times 50 = 50\ (W)$ (7)

3. * Thay cuộn dây bằng tụ C. Mạch gồm R_1 // C

* U = const, R_1 = const nên $I_1 = 1\ (A)$

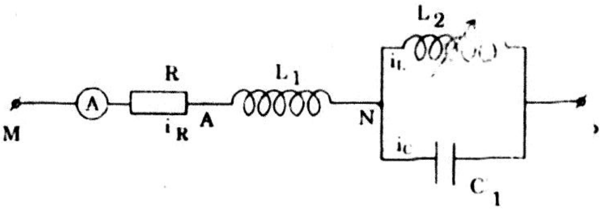
* $I_2 = \sqrt{I_o^2 - I_1^2} = \sqrt{(1,25)^2 - 1^2} = 0,75\ (A)$

* $Z_C = \dfrac{U}{I_2} = \dfrac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times 0,75} = \dfrac{400}{3}\ (\Omega)$



$$\rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.\frac{400}{3}} \approx 24.10^{-6}(F) = 24\ (\mu F).$$

205. Cho mạch điện như hình vẽ.



Giữa M và P có

$$u = 270\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$$

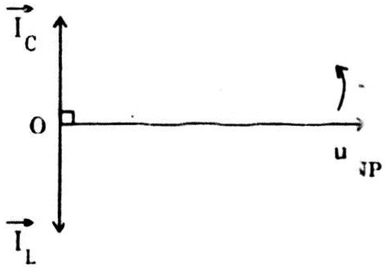
Biết $R = 100(\Omega)$; $R_a = 0$;

$$C = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}(F); \quad L_1 = \frac{1}{2\pi}(H)$$

1. Tìm L_2 để ampe kế chỉ số 0. Viết $i_L(t)$; $i_C(t)$?
2. Cho $L_2 = \frac{1}{\pi}$ (H). Viết $i_R(t)$; $i_C(t)$; $i_L(t)$?

Giải

1.* Xét đoạn mạch NP ta có :



$$\vec{I}_R = \vec{I}_C + \vec{I}_L \ ; \ \widehat{\vec{I}_L, \vec{I}_C} = 180^\circ$$

nên $\quad I_R = |I_L - I_C|$

* Theo giả thiết $I_R = 0$.

$\rightarrow \quad I_L = I_C$ và $Z_{L_2} = Z_C$

$$* \quad Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{1}{2\pi}.10^{-4}} = 200\ (\Omega)$$

$$* \quad Z_{L_2} = Z_C = \omega L_2 \quad \rightarrow \quad L_2 = \frac{Z_{L_2}}{\omega} = \frac{200}{100\pi} = \frac{2}{\pi}\ (H)$$

* Vì $I_R = 0 \rightarrow U_R = 0$ và $U_{L_1} = 0$ nên $u_{MP} \equiv u_{NP}$

$$I_{oL} = \frac{U_{oMP}}{Z_{L_2}} = \frac{270\sqrt{2}}{200} \approx 1,91\ (A)$$

i_L muộn pha hơn u 1 góc $\pi/2$, vậy :

$$i_L = 1,91.\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)(A)$$

* $I_{oL} = I_{oC}$; i_C sớm pha hơn u một góc $\pi/2$ nên :

$$i_C = 1,91.\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)(A)$$

2. * $Z_{L_2} = \omega L_2 = 100\pi.\dfrac{1}{\pi} = 100\ (\Omega)$; $Z_C = 200\ (\Omega)$

* Do $I_{oC} = \dfrac{U_{oNP}}{Z_C}$; $I_{oL} = \dfrac{U_{oNP}}{Z_{L_2}}$ với $Z_C = 2Z_{L_2}$ nên $I_{oL} = 2I_{oC}$.

Vậy ta có : $I_{oL} = 2I_{oC}$. (1)

* $\vec{I}_{oR} = \vec{I}_{oL} + \vec{I}_C$ và $\widehat{\vec{I}_{oL} \perp \vec{I}_{oC}} = 180^\circ$ nên $I_{oR} = I_{oL} - I_{oC}$

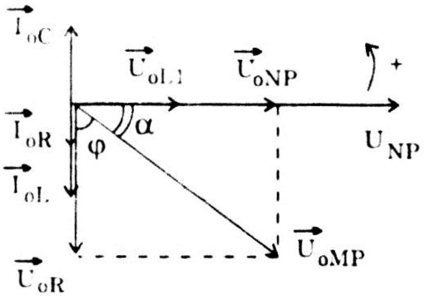
$I_{oR} = 2I_{oC} - I_{oC} = I_{oC} \rightarrow I_{oR} = I_{oC}$ (2)

* $U_{oNP} = I_{oL}Z_L = 100\ I_{oL} = 200\ I_{oC}$ (3)

$U_{oR} = RI_{oR} = 100\ I_{oC}$ (4)

* $Z_{L_1} = \omega L_1 = 100\pi.\dfrac{1}{2\pi} = 50\ (\Omega)$

$U_{oL_1} = Z_{L_1}I_{oR} = 50I_{oC}$ (5)



* Vẽ giản đồ vectơ với chú ý : U_{L_1} sớm pha hơn i_R 1 góc π/2 ; i_R muộn pha hơn u_{NP} 1 góc π/2 ; u_R cùng pha với i_R.

* Từ giản đồ ta có : $U_{oMP} = \sqrt{(U_{oL_1} + U_{oNP})^2 + U_{oR}^2}$

Hay $270 = \sqrt{(50 + 200)^2 I_{oC}^2 + (100)^2 I_{oC}^2} \rightarrow I_{oC} = \sqrt{2}\ (A)$

* $$tg\varphi = \frac{U_{oL_1} + U_{oNP}}{U_{oR}} = \frac{200I_{oC} + 50I_{oC}}{100I_{oC}} = 2,5$$

$\rightarrow \varphi \approx 68^o = 1,19\ (rad)$

* $I_{oR} = I_{oC} = \sqrt{2}\ (A)$; i_R muộn pha hơn u_{MP} một góc 1,19(rad)

$$i_R = \sqrt{2}\sin(100\pi t - 1,19)\ (A)$$

* $I_{oL} = 2I_{oC} = 2\sqrt{2}\ (A)$; i_L cùng pha với i_R

$$i_L = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t - 1,19)\ (A)$$

* i_C ngược pha với i_L và sớm pha hơn u_{MP} một góc $(\pi - 1,19) = 1,95\ (rad)$

$$i_C = \sqrt{2}\sin(100\pi t + 1,95)\ (A)$$

206. Cho mạch điện như hình vẽ.

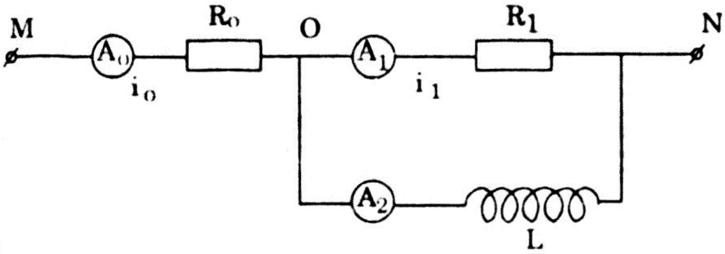
Giữa M và N có

$u = U_M\sin100\pi t$ (V)

Biết $R_o = 50\ (\Omega)$,

$R_1 = 100\ (\Omega)$,

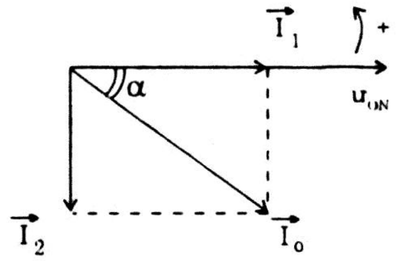
$R_a = 0$



1. Biết ampe kế (A_0) chỉ 2(A), (A_1) chỉ 1(A). Tìm U_M, viết biểu thức $i_0(t)$; $i_1(t)$; $i_2(t)$?
2. Thay L bằng tụ C sao cho số chỉ của 3 Ampe kế không đổi. Viết $i_0(t)$; $i_1(t)$; $i_2(t)$?
3. Nếu tụ C câu 2 mắc song song với cuộn dây L câu 1) thì số chỉ 3 Ampe kế là bao nhiêu ?

Giải

1.* $U_{ON} = I_1R_1 = 1 \times 100 = 100\ (V)$



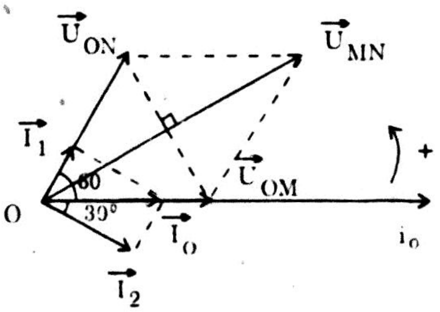
$\vec{I}_1$
+
α
u_{ON}
$\vec{I}_2$
$\vec{I}_o$

* Từ giản đồ ta có :

$$I_2 = \sqrt{I_o^2 - I_1^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}\ (A)$$

* Từ giản đồ $\cos\alpha = \dfrac{I_1}{I_o} = \dfrac{1}{2} \rightarrow \alpha = 60^\circ$

* $U_{MO} = I_oR_o = 2 \times 50 = 100\ (V) = U_{ON}$



$\vec{U}_{ON}$
$\vec{U}_{MN}$
$\vec{I}_1$
60°
+
$\vec{U}_{OM}$
O
30°
$\vec{I}_o$
i_o
$\vec{I}_2$

* Từ giản đồ ta có :

$$U_{MN} = 2U_{ON}\cos\frac{\alpha}{2} = 100 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

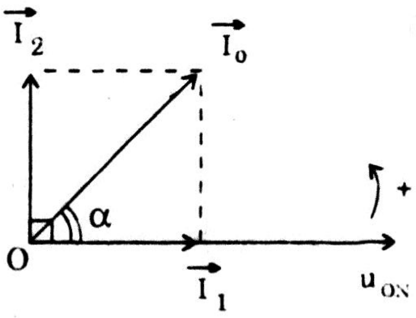
$$U_{MN} = 100\sqrt{3}\ (V)$$

* Vậy $U_m = U_{MN}\sqrt{2} = 100\sqrt{6} \approx 245\ (V)$

* Từ giản đồ ta có :

+ i_o muộn pha so với u_{MN} một góc π/6 :

$$i_o = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t - \pi/6)\ (A)$$



$\vec{I}_2$
$\vec{I}_o$
α
+
O
$\vec{I}_1$
u_{ON}

+ i_1 sớm pha hơn u_{MN} một góc π/6 :

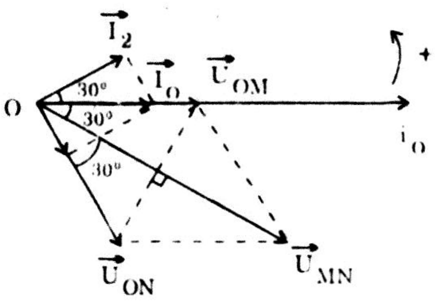
$$i_1 = \sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)\ (A)$$

+ i_2 muộn pha hơn u_{MN} một góc π/3 :

$$i_2 = \sqrt{6}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\ (A)$$

2.* Thay L bằng C, 3 ampe kế chỉ như cũ, nghĩa là $\omega L = \dfrac{1}{\omega C}$, chỉ có pha là ngược lại nên :

$$i_o = 2\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)(A)$$

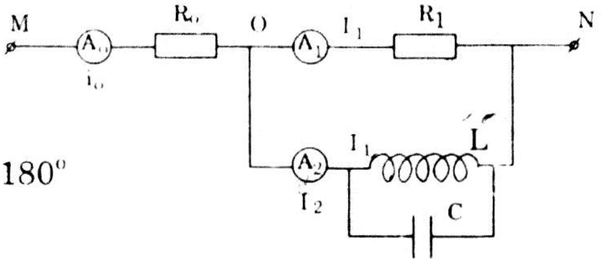


$\vec{I}_2$
$\vec{I}_o$
$\vec{U}_{OM}$
+
O
30°
30°
30°
i_o
$\vec{U}_{ON}$
$\vec{U}_{MN}$

$$i_1 = \sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)(A)$$

$$i_2 = \sqrt{6}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)(A)$$

3.* Xem mạch gồm : R_o nt$[R_1 // L // C]$



* Do $\omega L = \dfrac{1}{\omega C}$, U như nhau nên :

$I_L = I_C$ và $\vec{I}_2 = \vec{I}_L + \vec{I}_C$, $\widehat{\vec{I}_L, \vec{I}_C} = 180°$

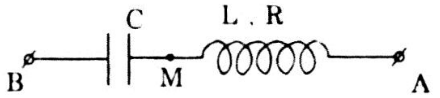
nên $I_2 = 0 \rightarrow$ ampe kế (A_2) chỉ 0

* Vậy $I_o \equiv I_1$. Mạch chỉ còn $R_o + R_1$ và i_o cùng pha với u_{MN}

$$I_o = I_1 = \frac{U_{MN}}{R_1 + R_o} = \frac{100\sqrt{3}}{100 + 50} \approx 1,16\ (A)$$

Ampe kế (A_o) và (A_1) cùng chỉ 1,16 (A).

207. 1. Cho mạch điện hình a. Khi B và A có $u = U_o \sin 100\pi t$ (V)



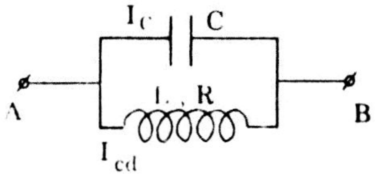
(H.a)

thì các hiệu điện thế hiệu dụng $U_{AM} = U_{MB} = U_{AB}$. Chứng minh rằng cuộn dây có $R \neq 0$ và tìm độ lệch pha của i so với u_{AM} và u_{AB}.

2. Cuộn cảm và tụ câu 1 bây giờ mắc như hình b.

Biết $L = \dfrac{1}{\pi}$ (H); $u_{AB} = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

Tìm $i_L(t)$; $i_C(t)$; $i(t)$ qua cuộn cảm, qua tụ và qua mạch chính.



(H.b)

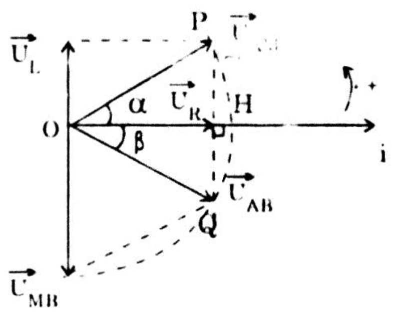
Giải

1.* Giả sử R = 0 thì $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{BM} + \vec{U}_{MA}$ với $\widehat{\vec{U}_{BM}, \vec{U}_{MB}} = 180°$

nên $U_{AB} = |U_{MB} - U_{MA}| = 0$

* Ở đây $U_{AB} \neq 0$, vậy R phải khác 0.

* Vẽ giản đồ vectơ.



Do $U_{AM} = U_{MB} = U_{AB}$ nên ΔOPQ đều và $\alpha = \beta = \pi/6$.

* Như vậy i muộn pha hơn u_{AM} một góc $\dfrac{\pi}{6}$;

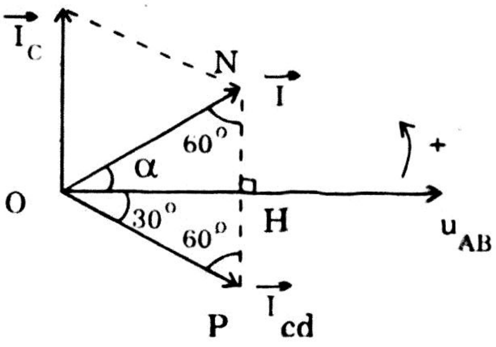
i sớm pha hơn u_{AB} một góc $\dfrac{\pi}{6}$.

2.* $Z_L = \omega L = 100\pi.\dfrac{1}{\pi} = 100\ (\Omega)$

* $U = 100\ (V)$

* $Z_{cd} = \dfrac{U}{I_{cd}}$ với $I_{cd}.Z_L = I_{cd}.Z_{cd}.\sin\alpha \rightarrow Z_{cd} = \dfrac{Z_L}{\sin\alpha}$

$$Z_{cd} = \frac{100}{\sin\frac{\pi}{6}} = 200\ (\Omega)$$



* Vậy $I_{cd} = \dfrac{U}{Z_{cd}} = \dfrac{100}{200} = 0,5(A)$

$\rightarrow I_{ocd} = 0,5\sqrt{2}\ (A)$

i_{cd} chậm pha hơn u_{AB} 1 góc $\dfrac{\pi}{6}$ nên : $i_{cd} = 0,5\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{6}\right)(A$

* i_C sớm pha hơn u_{AB} 1 góc $\pi/2$

Câu 1 cho ta : $IZ_{cd} = IZ_C \rightarrow Z_C = Z_{cd}$

nên $Z_C = 200(\Omega)$ vậy $I_C = \dfrac{U}{Z_C} = \dfrac{U}{Z_{cd}} = I_{cd}$

và $I_C = I_{cd} = 0,5(A)$; $I_{oC} = 0,5\sqrt{2}\ (A)$

$$i_C = 0,5\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)(A)$$

* $i = i_{cd} + i_C$; $\vec{I} = \vec{I}_{cd} + \vec{I_C}$

Do $I_C = I_{cd}$; $\widehat{HOP} = 30^o$ nên ΔONP đều và $I = I_{cd}$ và $\varphi = \dfrac{\pi}{6}$; i toàn mạch sớm pha hơn u_{AB} một góc $\dfrac{\pi}{6}$.

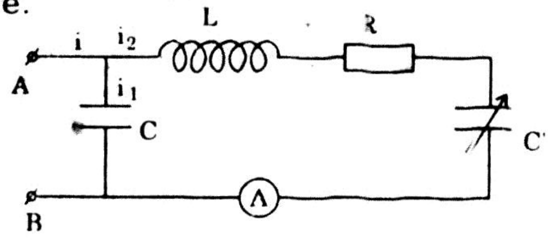
Vậy : $i = 0,5\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)(A)$

208. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ.

Biết $R = 50(\Omega)$, $R_a = 0$;

$L = \dfrac{1}{\pi}(H)$; $C = \dfrac{2}{\pi}.10^{-4}(F)$.

Giữa A và B có $u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$



1. Viết biểu thức $i_1(t)$; $i_2(t)$; $i(t)$? Biết C = C'

2. Biến đổi C để ampe kế Ⓐ chỉ cực đại. Tìm C' và viết biểu thức i(t).

Giải

1. $Z_L = \omega L = 100\pi.\dfrac{1}{\pi} = 100\ (\Omega)$

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi.\frac{2}{\pi}.10^{-4}} = 50\ (\Omega)$$

$$I_{o1} = \frac{U_o}{Z_C} = \frac{100\sqrt{2}}{50} = 2\sqrt{2}\ (A)$$

Với i_1 sớm pha hơn u một góc $\dfrac{\pi}{2}$ nên : $i_1 = 2\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right)(A)$

$C = C' \rightarrow Z_{C'} = Z_C = 50\ (\Omega)$

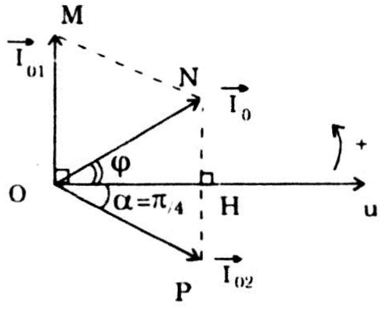
$$Z_2 = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C'})^2} = \sqrt{(50)^2 + (50)^2} = 50\sqrt{2}\ (\Omega)$$

$$I_{o2} = \frac{U_o}{Z_2} = \frac{100\sqrt{2}}{50\sqrt{2}} = 2(A)$$

$$tg\varphi_2 = \frac{Z_L - Z_{C'}}{R} = \frac{100-50}{50} = 1 \quad\rightarrow\quad \varphi_2 = \frac{\pi}{4}$$

u sớm pha hơn i_2, vậy i_2 muộn pha hơn u một góc π/4.

$$i_2 = 2\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)(A)$$



Vẽ giản đồ vectơ : $\vec{I}_o = \vec{I}_{o1} + \vec{I}_{o2}$

với $I_{o1} = 2\sqrt{2}\ (A)$; $I_{o2} = \sqrt{2}.\sqrt{2}$ nên

ΔONP cân, $\varphi = \dfrac{\pi}{4}$; $I_o = I_{o2} = 2\ (A)$

i sớm pha hơn u một góc $\dfrac{\pi}{4}$ nên : $i = 2\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)(A)$

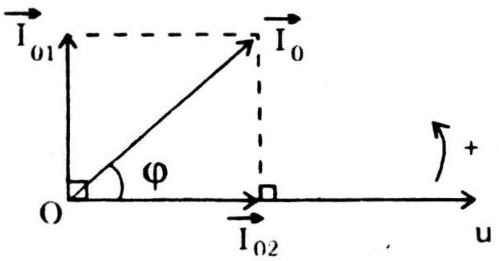
2. (A) chỉ cực đại nên I_{o2} cực đại. Lúc đó $Z_L = Z_{C'}$

$$\rightarrow\quad Z_L = \frac{1}{\omega C'} \quad\rightarrow\quad C' = \frac{1}{\omega Z_L} = \frac{1}{100\pi.100} = \frac{1}{\pi}.10^{-4}\ (F)$$

Khi đó $Z_{2min} = R = 50(\Omega)$

$$\rightarrow\quad I_{o2max} = \frac{U_o}{R} = \frac{100\sqrt{2}}{50}\ (A)$$

$I_{o2} = 2\sqrt{2}\ (A) = I_{o1}$

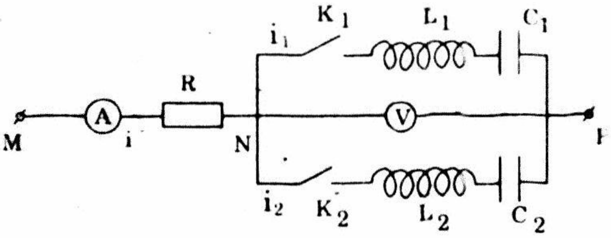


và $\vec{I}_{01} \perp \vec{I}_{02}$ nên $I_0 = I_{01}\sqrt{2} = 4$ (A) và $\varphi = +\pi/4$

Vậy : $i = 4\sin(100\pi t + \pi/4)$ (A).

209. Cho mạch điện như hình. $R = 15(\Omega)$; $L_1 = \frac{0,1}{\pi}$(H) ; $C_1 = 530(\mu F)$;

$L_2 = \frac{0,2}{\pi}$(H) ; $C_2 = 106(\mu F)$.



Giữa M và P duy trì hiệu điện thế $u = 110\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

Tìm số chỉ của Vôn kế Ⓥ và Ampe kế Ⓐ ($R_V = \infty$, $R_a = 0$) khi :

a) K₁ đóng, K₂ mở. **b)** K₂ đóng, K₁ mở. **c)** K₁ và K₂ đều đóng.

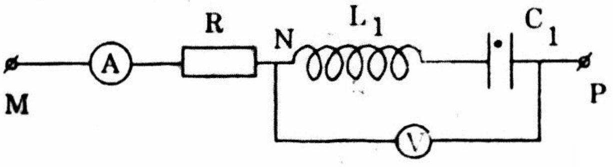
Giải

a) *K₁ đóng, K₂ mở :*

* $Z_{L_1} = \omega L_1 = 100\pi.\frac{0,1}{\pi} = 10\ (\Omega)$

* $Z_{C_1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{100\pi.530.10^{-6}} \approx 6\ (\Omega)$

* Mạch (xem hình) :



* $Z_1 = \sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2} = \sqrt{15^2 + (10 - 6)^2}$

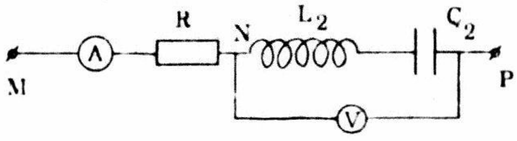
$Z_1 \approx 15,5\ (\Omega)$

* $I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{110}{15,5} \approx 7,1(A)$ → Ampe kế Ⓐ chỉ 7,1 (A)

$Z_{L_1C_1} = |Z_{L_1} - Z_{C_1}| = |10 - 6| = 4\ (\Omega)$

$U_{NP} = I_1 Z_{L_1C_1} = 7,1 \times 4 = 28,4(V)$ → Vôn kế Ⓥ chỉ 28,4 (V)

b) *K₂ đóng, K₁ mở :*



* $Z_{L_2} = \omega L_2 = 100\pi.\frac{0,2}{\pi} = 20\ (\Omega)$

* $Z_{C_2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{100\pi.106.10^{-6}} = 30(\Omega)$

* $Z_2 = \sqrt{R^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2} = \sqrt{15^2 + (30 - 20)^2} \approx 18\ (\Omega)$

* $I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{110}{18} \approx 6,1\ (A)$ → Ampe kế Ⓐ chỉ 6,1 (A)

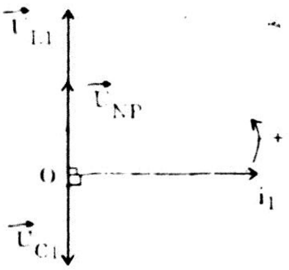
* $Z_{L_2C_2} = |Z_{C_2} - Z_{L_2}| = |20 - 10| = 10\ (\Omega)$

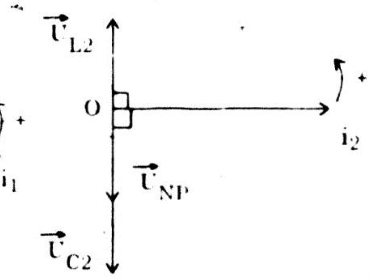
* $U_{NP} = I_2 Z_{L_2C_2} = 6,1 \times 10 = 61(V)$ → Vôn kế Ⓥ chỉ 61 (V)

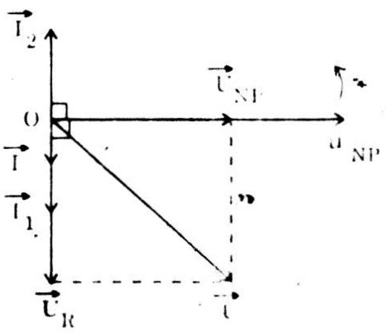
c) *K_1 và K_2 đóng :*

Cấu trúc mạch : $[(L_1 \text{ nt } C_1)\ //\ (L_2 \text{ nt } C_2)]$ nt + R

* Các giản đồ vectơ tương ứng :


$\vec{U}_{L1}$
$\vec{U}_{NP}$
O
+
i_1
$\vec{U}_{C1}$


$\vec{U}_{L2}$
O
+
i_2
$\vec{U}_{NP}$
$\vec{U}_{C2}$


$\vec{I}_2$
$\vec{U}_{NP}$
+
O
u_{NP}
$\vec{I}$
$\vec{I}_1$
$\vec{U}_R$
$\vec{U}$

$Z_{L1} = 10\ (\Omega)$	$Z_{L2} = 20\ (\Omega)$,	
$Z_{C1} = 6\ (\Omega)$	$Z_{C2} = 30\ (\Omega)$	(Toàn mạch)
u_{NP} sớm pha hơn	u_{NP} muộn pha hơn	
i_1 một góc $\pi/2$	i_2 một góc $\pi/2$	

* $U_{NP} = I_1|Z_{L_1} - Z_{C_1}| = 4I_1 = I_2|Z_{C_2} - Z_{L_2}| = 10I_2$

Vậy ta có : $I_1 = 2,5I_2$ (1)

* $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$; $\widehat{\vec{I}_1, \vec{I}_2} = 180°$ và $I_1 > I_2$ nên $I = I_1 - I_2 = 1,5I_2$ (2)

* $U^2 = U_{NP}^2 + U_R^2 = (4I_1)^2 + (22,5I_2)^2 = (10I_2)^2 + (22,5I_2)^2$

→ $110^2 = 602,25I_2^2$ → $I_2 \approx 4,47\ (A)$

(Với $U_R = IR = 1,5I_2 \times 15 = 22,5I_2$)

* $I = 1,5I_2 = 1,5 \times 4,47 = 6,7\ (A)$ → Ampe kế chỉ 6,7 (A).

* $U_{NP} = 10I_2 = 10 \times 4,47 = 44,7\ (V)$ → Vôn kế chỉ 41,7 (V)

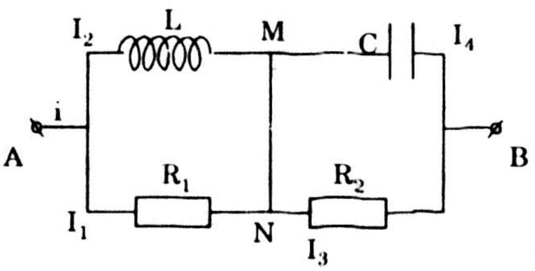
210. Cho mạch điện như hình.

$R_1 = R_2 = R = 10\ (\Omega)$

$L = 0{,}2.10^{-3}\ (H)$

Điện trở các dây nối không đáng kể.

Giữa A và B có $u = 110\sin 100\pi t$ (V)

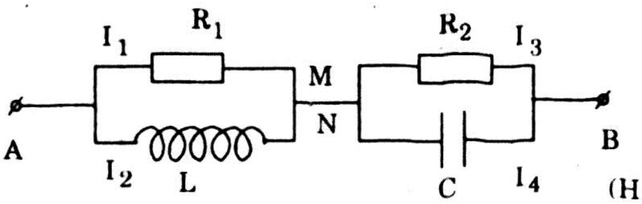


I_2
L
M
C
I_4
i
A
B
R_1
R_2
I_1
N
I_3

1. Tìm C để i toàn mạch cùng pha với u ở mọi tần số.
2. Tìm I_0 ở mạch chính lúc đó.

Giải

1.* Do R = 0 của dây nối nên cầu nối M và N có $U_{MN} = 0$; ta chập $M \equiv N$ (xem H.1)



I_1
R_1
R_2
I_3
M
A
N
B
I_2
L
C
I_4

(H.1)

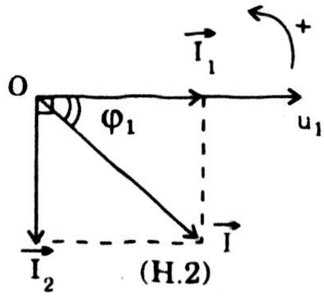
* Đặt $U_{AN} = U_1$; $U_{NB} = U_2$

* *Xét đoạn mạch R // L :*

* Xem các bài trước, tổng trở mạch song song này là Z_1.

$$\frac{1}{Z_1^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{Z_L^2} \quad \rightarrow \quad Z_1^2 = \frac{R^2 Z_L^2}{R^2 + Z_L^2} \qquad (1)$$

+ Xem H.2 :



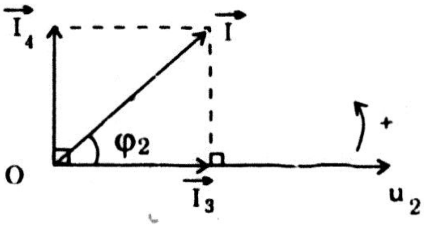
$\vec{I}_1$
+
O
φ_1
u_1
$\vec{I}$
$\vec{I}_2$

(H.2)

$$\sin\varphi_1 = \frac{I_2}{I} = \frac{\dfrac{U_1}{Z_L}}{\dfrac{U_1}{Z_1}} = \frac{Z_1}{Z_L} \qquad (2)$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{I_1}{I} = \frac{U_1}{R.\dfrac{U_1}{Z_1}} = \frac{Z_1}{R} \qquad (3)$$

* *Xét đoạn mạch R // C* (xem H.3) :



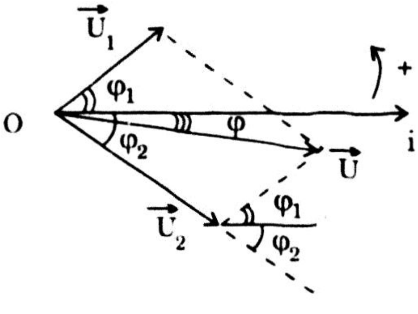
$\vec{I}_4$
$\vec{I}$
+
φ_2
O
$\vec{I}_3$
u_2

(H.3)

$$+ \qquad \frac{1}{Z_2^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{Z_C^2}$$

$$\rightarrow \quad Z_2^2 = \frac{R^2 Z_C^2}{R^2 + Z_C^2} \qquad (4)$$

+ Tương tự như trên :



$\vec{U}_1$
φ_1
+
O
φ
i
φ_2
$\vec{U}$
φ_1
$\vec{U}_2$
φ_2

(H.4)

$$\sin\varphi_2 = \frac{Z_2}{Z_C} \qquad (5)$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{Z_2}{R} \qquad (6)$$

* *Xét toàn mạch* (xem H.4)

+ Chú ý : $U_1 = IZ_1$; $U_2 = IZ_2$

+ $$\tan\varphi = \frac{U_1\sin\varphi_1 - U_2\sin\varphi_2}{U_1\cos\varphi_1 + U_2\cos\varphi_2} = \frac{Z_1\sin\varphi_1 - Z_2\sin\varphi_2}{Z_1\cos\varphi_1 + Z_2\cos\varphi_2} \quad (7)$$

+ Để u và i cùng pha với mọi tần số thì $\varphi = 0$ và $Z_1\sin\varphi_1 = Z_2\sin\varphi_2$ (8)

Thế (1), (4), (2), (5) vào (8) và biến đổi, ta có : $R^2 = Z_L.Z_C$ (9)

* $$\omega L.\frac{1}{\omega C} = R \quad \rightarrow \quad R^2 = \frac{L}{C} \quad (10)$$

$$C = \frac{L}{R^2} = \frac{0{,}2.10^{-3}}{10^2} = 2.10^{-6}(F) = 2\,(\mu F)$$

* Vậy khi C = 2 (μF) thì u và i cùng pha với mọi tần số.

2. * Cũng từ giản đồ ta có :

$$U^2 = U_1^2 + U_2^2 - 2U_1U_2\cos[180^o - (\varphi_1 + \varphi_2)] \quad (11)$$

* Với $\cos(\varphi_1 + \varphi_2) = \cos\varphi_1\cos\varphi_2 - \sin\varphi_1\sin\varphi_2$ (12)

Thay (2), (3), (5), (6) vào (12), biến đổi để có :

$$\cos(\varphi_1 + \varphi_2) = 0 \quad \text{hay} \quad \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \quad (13)$$

* Khi đó : $U^2 = U_1^2 + U_2^2$ nên $\vec{U_1} \perp \vec{U_2}$

và $I^2Z^2 = I^2Z_1^2 + I^2Z_2^2 \rightarrow Z^2 = Z_1^2 + Z_2^2$ (14)

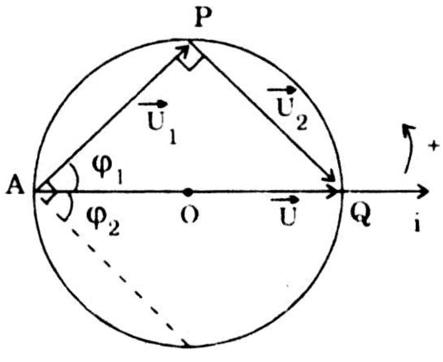
Thay (1), (4) vào (14) ta có : $Z = R$ (15)

* Z = R với mọi tần số và khi đó : $I_o = \frac{U_o}{R} = \frac{110}{10} = 11(A)$

Chú ý :

* Khi ω biến thiên, nếu $R^2 = \frac{L}{C}$ thì $\varphi = 0$ và $\varphi_1 + \varphi_2 = \pi/2$

$\vec{U_1} \perp \vec{U_2}$ với mọi ω.



* Do U = const, $\vec{U_1} \perp \vec{U_2}$ nên các giá trị U_1 và U_2 thay đổi; gốc của $\vec{U_2}$ (và cũng là ngọn của $\vec{U_1}$) dịch trên nửa đường tròn tâm O đường kính là U.

* Khi ω = 0 ; $Z_1 = 0$ (do $Z_L = 0$) dòng là 1 chiều; $Z_2 = R$; $U_1 = 0$, $U_2 = U$ và P ≡ A

* Khi $\omega \to \infty$; $R = Z_1$, $Z_2 = 0$; $U_1 = U$, $U_2 = 0$, $P \equiv Q$

* Khi $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$; $Z_L = Z_C$, $Z_1 = Z_2 = \dfrac{R}{2}$, $U_1 = U_2$

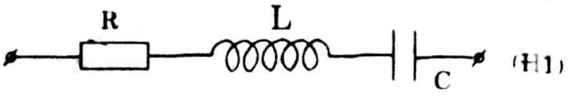
$\varphi_1 = \varphi_2 = \pi/4$ và $U_1 = U_2 = \dfrac{U}{\sqrt{2}}$.

211. Cho 3 phần tử R, L, C và đặt vào 1 hiệu điện thế xoay chiều sao cho $\omega^2LC = 1$. Tìm các cách mắc 3 phần tử này để cường độ dòng qua R không phụ thuộc R.

Giải

* *Xem h.1* :

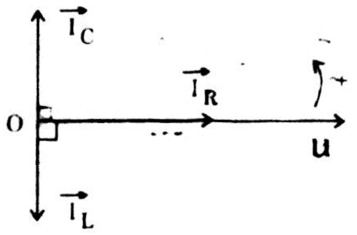
$\omega^2LC = 1 \quad \to \quad \omega L = \dfrac{1}{\omega C}$

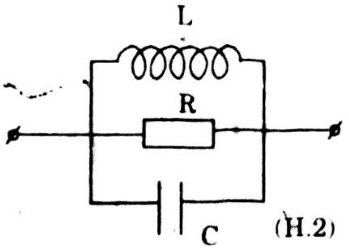


(H1)

Dòng qua R là $I = \dfrac{U}{Z_{min}} = \dfrac{U}{R}$ phụ thuộc R (loại)

* *Xem h.2* :



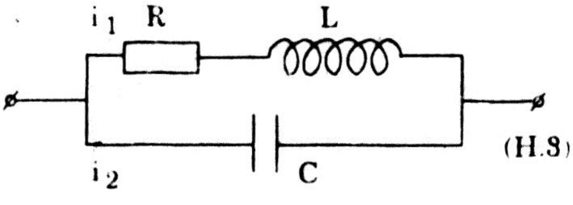


(H.2)

* Do $Z_L = Z_C$ nên $I_L = I_C$, $\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C$,

$\widehat{(\vec{I}_L, \vec{I}_C)} = 180°$ nên $\vec{I}_L + \vec{I}_C = \vec{0}$. Như vậy $I_R = \dfrac{U}{R}$ phụ thuộc R (loại).

* *Xem h.3* :



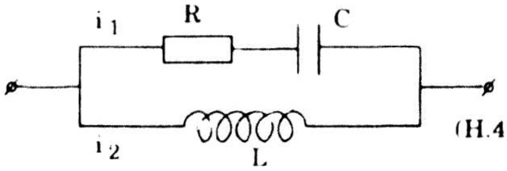
(H.3)

$$I_1 \begin{cases} I_1 = \dfrac{U}{Z_1} = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} \\ i_1 \text{ chậm pha hơn u} \end{cases}$$

$$I_2 \begin{cases} I_2 = \dfrac{U}{Z_C} = \dfrac{U}{Z_L} \\ i_2 \text{ sớm pha hơn u một góc } \pi/2 \end{cases}$$

Ta có i_R chính là i_1 phụ thuộc vào R (loại).

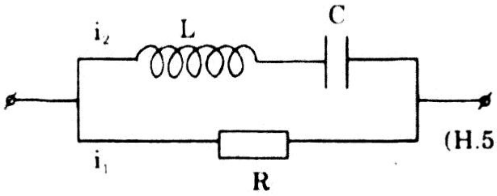
* *Xem h.4* : Tương tự hình 3



(H.4)

$$I_R = I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$$ phụ thuộc R (loại).

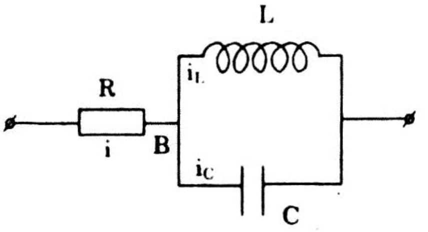
* *Xem h.5* :



(H.5)

+ Với $Z_L = Z_C$ nên $I_2 = \frac{U}{|Z_L - Z_C|}$ thì $I_2 = \infty$ (đoản mạch), dòng qua R rất bé nhưng vẫn phụ thuộc R (loại).

* *Xem h.6* :



(H.6)

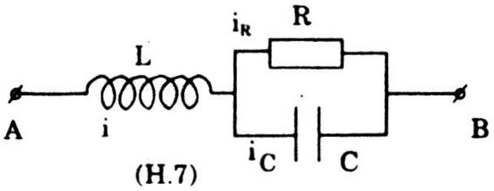
+ Đoạn mạch vẽ L // C,

U như nhau,

$Z_L = Z_C$; $\vec{I} = \vec{I}_L + \vec{I}_C = \vec{0}$

+ i qua R bằng 0 với mọi R. Dòng $I_R = 0$ không phụ thuộc R.

* *Xem h.7* :



(H.7)

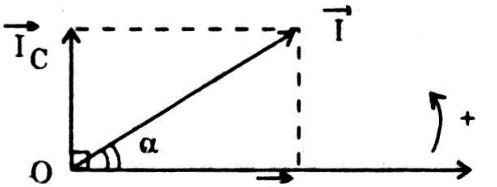
+ Xét mạch C // R (mạch CB).

+ Vẽ giản đồ h.8 :

$$\vec{I} = \vec{I}_L + \vec{I}_C$$

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = U_{CB}\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{Z_C^2}} = \frac{U_{CB}\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{RZ_C}$$

$$\rightarrow \quad U_{CB} = \frac{RZ_CI}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \qquad (1)$$



(H.8)

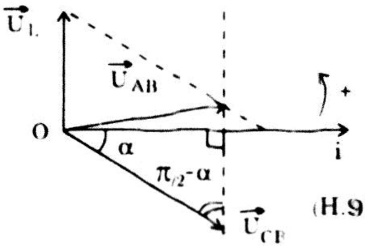
+ u_{CB} chậm pha hơn i 1 góc α.

$$\text{tg}\alpha = \frac{I_C}{I_R} = \frac{U_{CB}}{Z_C \cdot \frac{U_{CB}}{R}} = \frac{R}{Z_C} \qquad (2)$$

$$\sin\alpha = \frac{I_C}{I} = \frac{U_{CB}}{Z_C \cdot \frac{U_{CB}\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{RZ_C}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \qquad (3)$$

+ Xét toàn mạch (xem giản đồ h.9).

+ Từ giản đồ ta có :



(H.9)

$$U_{AB}^2 = U_{CB}^2 + U_L^2 - 2U_{CB}U_L\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$= U_{CB}^2 + U_L^2 - 2U_{CB}U_L\sin\alpha \qquad (4)$$

+ Thay (1), (3), chú ý $U_L = IZ_L$; biến đổi, cuối cùng ta có :

$$I = \frac{U_{AB}\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{Z_C^2} \qquad (5)$$

+ Đưa (5) vào (1) ta tính được U_{CB} : $\quad U_{CB} = \dfrac{RU}{Z_C} \qquad (6)$

+ Dòng điện qua R là : $\quad I_R = \dfrac{U_{CB}}{R} = \dfrac{U}{Z_C} \qquad (7)$

Dòng $I_R = \dfrac{U}{Z_C}$ không phụ thuộc vào R.

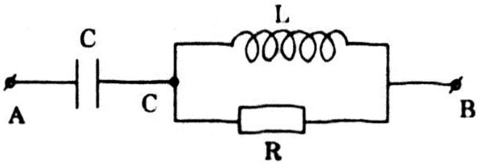
* *Xem h.10* : Xét tương tự như h.7

* *Kết luận* : Để cường độ dòng điện qua R không phụ thuộc R ta phải mắc theo 3 cách :

+ R nt (L // C)

+ L nt (R // C)

+ C nt (R // L)



(H.10)

Chủ đề 4

MÁY ĐIỆN

212. Điện năng từ trạm tăng thế đến trạm hạ thế nhờ một dây dẫn, điện trở R = 20 (Ω) với cảm kháng và dung kháng không đáng kể. Đầu ra cuộn thứ cấp máy hạ thế cần công suất 12 (KW) với cường độ dòng điện 100 (A). Máy hạ thế có tỷ số số vòng dây ở cuộn sơ cấp và thứ cấp là $\dfrac{N_1}{N_2} = 10$. Bỏ qua hao phí của máy biến thế.

1. Tìm hiệu điện thế và cường độ hiệu dụng của cuộn sơ cấp máy hạ thế.

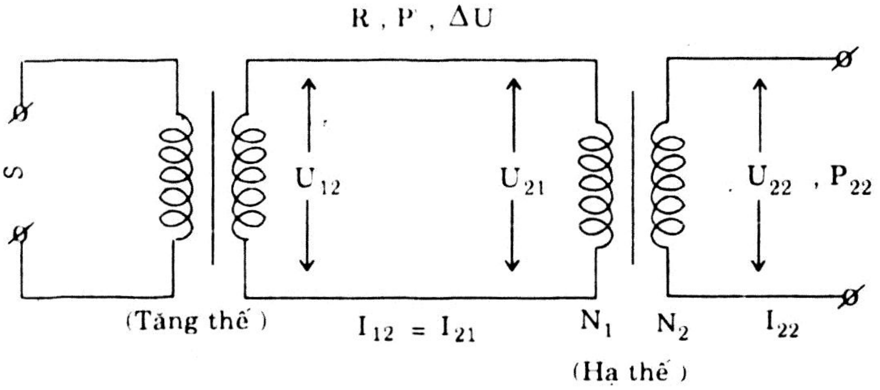
2. Tìm hiệu điện thế hiệu dụng của cuộn thứ cấp máy tăng thế.

3. Nếu nơi dùng vẫn cần công suất và dòng như trên mà không dùng máy tăng thế và hạ thế thì hiệu điện thế nơi truyền đi bằng mấy ? Sự hao phí trên dây tải như thế nào ?

Giải

1. * Vẽ sơ đồ chuyển tải điện.

* Kí hiệu được hiểu trên hình vẽ.



* Ở cuộn thứ cấp, máy hạ thế ta có :

$$U_{22} = \frac{P_{22}}{I_{22}} = \frac{12000}{100} = 120\,(V)$$

* Đặc điểm của máy hạ thế cho ta :

$$\frac{U_{21}}{U_{22}} = \frac{N_1}{N_2} = 10 \quad \rightarrow \quad U_{21} = 10U_{22} = 1200\ (V)$$

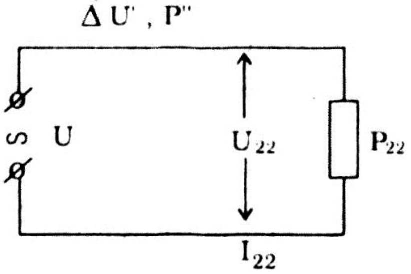
$$\frac{I_{21}}{I_{22}} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{10} \quad \rightarrow \quad I_{21} = \frac{I_{22}}{10} = \frac{100}{10} = 10\ (A)$$

2. Độ giảm thế trên dây tải điện :

$$\Delta U = I_{21}R = 10 \times 20 = 200\ (V)$$

$$U_{12} = U_{21} + \Delta U = 1200 + 200 = 1400\ (V)$$

3. *Khi không có máy tăng thế và hạ thế :*



* Hiệu điện thế nơi tiêu thụ vẫn là 120 (V) = U_{22}

* Độ giảm thế trên dây tải điện bây giờ là ΔU'

$$\Delta U' = I_{22}R = 100 \times 20 = 2000\ (V)$$

* Hiệu điện thế đầu dây tải là U :

$$U = \Delta U' + U_{22} = 2000 + 120 = 2120\ (V)$$

* Hao phí, không có máy biến thế : $P'' = I_{22}^2 R$

Hao phí, có máy tăng thế và hạ thế : $P' = I_{21}^2 R$

So sánh : $\dfrac{P''}{P'} = \left(\dfrac{I_{22}}{I_{21}}\right)^2 = \left(\dfrac{100}{10}\right)^2 = 100$

Vậy khi không có máy biến thế, hao phí tăng 100 lần.

213. Một máy biến thế mà cuộn sơ cấp có $N_1 = 2000$ (vòng) có hiệu điện thế hiệu dụng $U_1 = 100$ (V) ; cuộn thứ cấp có $N_2 = 4000$ (vòng)

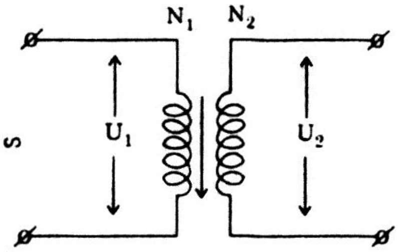
1. Tìm hiệu điện thế hiệu dụng ở cuộn thứ cấp. Bỏ qua điện trở hoạt động.

2. Dùng vôn kế nhiệt ($R_V = \infty$) mà đo hiệu điện thế ở cuộn thứ cấp thì thấy nó chỉ 199 (V). So sánh với giá trị tính được ở câu 1 và giải thích. Từ đó tìm tỉ số của cảm kháng và điện trở hoạt động của cuộn sơ cấp.

3. Thay lõi biến thế bằng một lõi khác làm cho độ tự cảm của cuộn sơ cấp giảm đi 100 lần. Vẫn U_1 trên thì hiệu điện thế hiệu dụng ở cuộn thứ cấp hở thế nào ?

Giải

1.* Mạch thứ cấp hở, bỏ qua R của cuộn sơ cấp.



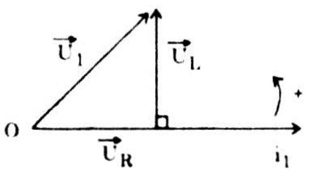
* Đặc điểm của máy biến thế :

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{4000}{2000} = 2 \quad \rightarrow \quad U_2 = 2U_1 = 2 \times 100 = 200\ (V)$$

2.* Nếu đo U_2 thì ⓥ chỉ $U'_2 = 199(V) < U_2 = 200$ (V). Giá trị đo bé hơn giá trị tính. Đó là do ta đã bỏ qua R của cuộn sơ cấp. Thực tế cuộn sơ cấp có R nên có $\vec{U}_R$ tham gia vào với $\vec{U}_L$ để có $\vec{U}_1 = \vec{U}_R + \vec{U}_L$. Như vậy trong đặc điểm của máy biến thế ta phải có :

$$\frac{U_L}{U'_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad U_L = \frac{U'_2}{2} = \frac{199}{2} = 99,5\,(V)$$

* Như vậy : $U_R = \sqrt{U_1^2 - U_L^2} = \sqrt{100^2 - 99{,}5^2} \approx 10\ (V)$



* Gọi $a = \dfrac{U_L}{U_R} = \dfrac{IZ_L}{IR} = \dfrac{Z_L}{R} = \dfrac{99,5}{10} = 9,95$

3.* Giả thiết cho cảm kháng mới Z'_L.

$$Z'_L = \omega L' = \omega\frac{L}{100} = \frac{Z_L}{100}$$

* Khi đó $a' = \dfrac{Z'_L}{R} = \dfrac{Z_L}{100R} = \dfrac{a}{100} = \dfrac{U'_L}{U'_R} = \dfrac{9,95}{100} \approx \dfrac{1}{10}$

$$\rightarrow \quad U'_R = 10U'_L \text{ và } U_1^2 = U'_R + U'^2_L = 100U'^2_L + U'^2_L = 101U'^2_L$$

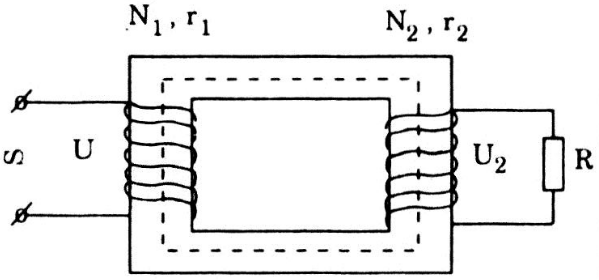
$$\rightarrow \quad U'_L = \frac{100}{\sqrt{101}} \approx 9,95 \text{ (V)}$$

* Đặc điểm của máy biến thế :

$$\frac{U'_L}{U'_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad \rightarrow \quad U'_2 = U'_L\frac{N_2}{N_1} = 9,95.\frac{4000}{2000} = 19,9 \text{ (V)}$$

Vậy khi độ tự cảm của cuộn sơ giảm đi 100 lần thì hiệu điện thế ở mạch thứ cấp hở đo được là 19,9 (V).

214. Một máy hạ thế có : $K = \dfrac{N_1}{N_2} = \dfrac{220}{127}$, cuộn sơ có điện trở hoạt động $r_1 = 3,6\ (\Omega)$ cuộn thứ có điện trở hoạt động $r_2 = 1,2\ (\Omega)$. Điện trở $R = 10\ (\Omega)$ mắc vào cuộn thứ cấp. Xem mạch từ kín, bỏ qua hao phí do dòng Fucô.



1. Hỏi U_2 trên R khi u_1 cuộn sơ cấp có $U_1 = 220$ (V)
2. Tìm hiệu suất của máy biến thế.

Giải

1. *Tìm U_2 :*

* Chú ý $\quad K = \dfrac{220}{127} = \dfrac{127\sqrt{3}}{127} = \sqrt{3}$

* Mạch từ kín, tốc độ biến thiên $\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}$ của từ thông qua 2 cuộn dây như nhau sinh ra 2 suất điện động cảm ứng e_1, e_2 là :

$$\left.\begin{aligned} e_1 &= N_1\left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right| \\ e_2 &= N_2\left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right| \end{aligned}\right\} \rightarrow \quad \frac{e_2}{e_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{K} \qquad (1)$$

* Do bỏ qua hao phí nên : $e_1i_1 = e_2i_2 \rightarrow \frac{i_2}{i_1} = \frac{e_1}{e_2} = K$ (2)

* Cuộn sơ cấp có nguồn phát nên e_1 là suất phản điện, cuộn thứ cấp có e_2 là nguồn phát điện nên theo định luật Ohm tổng quát ta có :

$$u_1 - e_1 = i_1r_1 \rightarrow e_1 = u_1 - i_1r_1 \quad (3)$$

$$u_2 = e_2 - i_2r_2 \rightarrow e_2 = u_2 + i_2r_2 \quad (4)$$

* Từ (3) và (4) ta có : $\frac{u_1 - i_1r_1}{u_2 + i_2r_2} = K$ (5)

* (2) → $i_1 = \frac{i_2}{K}$ và $i_2 = \frac{u_2}{R}$, thay chúng vào (5) ta có :

$$u_2 = \frac{KRu_1}{K^2(R + r_2) + r_1} \quad (6)$$

* Không chú ý đến sự lệch pha (hay quan niệm cuộn sơ và cuộn thứ có độ lệch pha giữa thế và dòng như nhau) ta có :

$$U_2 = \frac{KRU_1}{K^2(R + r_2) + r_1} \quad (7)$$

Thay số $K = \sqrt{3}$, $R = 10\ (\Omega)$, $U_1 = 220\ (V)$, $r_1 = 3{,}6\ (\Omega)$, $r_2 = 1{,}2\ (\Omega)$ vào (7) ta có : $U_2 \approx 102{,}5\ (V)$

2.* Từ (6) ta có : $\frac{U_2}{U_1} = \frac{KR}{K^2(R + r_2) + r_1}$ (8)

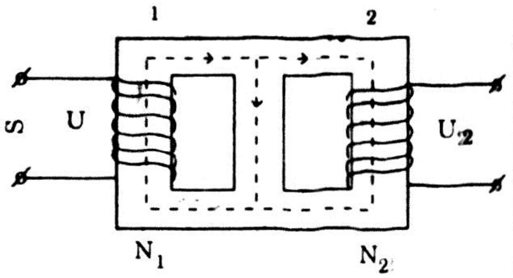
* Từ (2) ta có : $\frac{I_2}{I_1} = K$ (9)

* Hiệu suất máy biến thế (từ (8) và (9)) :

$$H = \frac{U_2I_2}{U_1I_1} = \frac{R}{R + r_2 + \frac{r_1}{K^2}} = \frac{10}{10 + 1{,}2 + \frac{3{,}6}{(\sqrt{3})^2}} \approx 0{,}8065 = 80{,}65\%$$

$H = 80{,}65\%$

215. Một máy biến thế có lõi đối xứng 3 nhánh, có quấn 2 cuộn dây. Nếu mắc cuộn này vào hiệu điện thế xoay chiều thì đường sức từ kín chia đều cho 2 nhánh còn lại. Nếu $U_1 = 40\ (V)$ thì cuộn kia hở có hiệu điện thế U_2. Hỏi nếu mắc cuộn kia vào hiệu điện thế xoay chiều U_2 thì hiệu điện thế ở cuộn này là U_1' bằng mấy ? Cho dây dẫn có R = 0.



Giải

* Do các cuộn dây có R = 0 nên :

$$u_1 = e_1 = n_1\left|\frac{\Delta\phi_1}{\Delta t}\right| \quad (1)$$

$$u_2 = e_2 = n_2\left|\frac{\Delta\phi'_1}{\Delta t}\right| \quad (2)$$

* Theo giả thiết : $\left|\frac{\Delta\phi'_1}{\Delta t}\right| = \frac{1}{2}\left|\frac{\Delta\phi_1}{\Delta t}\right|$ (3)

* Đưa (3) vào (1), (2) so sánh ta có : $\frac{u_2}{u_1} = \frac{n_2}{2n_1}$ (4)

* Từ đó chuyển sang : $\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{2n_1}$ (5)

* Tương tự khi mắc máy biến thế ngược lại :

$$u'_2 = e'_2 = n_2\left|\frac{\Delta\phi'_2}{\Delta t}\right| \quad (6)$$

$$u'_1 = e'_1 = n_1\left|\frac{\Delta\phi'_2}{\Delta t}\right| . \quad (7)$$

$$\left|\frac{\Delta\phi'_2}{\Delta t}\right| = \frac{1}{2}\left|\frac{\Delta\phi_2}{\Delta t}\right| \quad (8)$$

Từ (6), (7), (8) ta có : $\frac{u'_1}{u'_2} = \frac{n_1}{2n_2} \rightarrow \frac{U'_1}{U'_2} = \frac{n_1}{2n_2}$ (9)

* Chia (9) cho (5) ta có: $\frac{U'_1}{U_1} = \frac{1}{4} \rightarrow U'_1 = \frac{U_1}{4} = \frac{40}{4} = 10\,(V)$

216. Cuộn sơ cấp của máy biến thế được mắc qua một ampe kế nhiệt ($R_a = 0$) vào mạng điện xoay chiều có hiệu điện thế hiệu dụng U = 220 (V). Cuộn thứ cấp được mắc vào một mạch điện gồm một nam châm điện, một điện trở R = 8 (Ω) và một tụ điện có điện dung thay đổi được mắc nối tiếp nhau. Số vòng dây của hai cuộn sơ cấp và thứ cấp lần lượt là N_1 = 1100 (vòng), N_2 = 50 (vòng). Điện trở thuần của nam châm là 2Ω. Bỏ qua điện trở hoạt động của cuộn sơ cấp và thứ cấp và hao phí do dòng Fucô.

1. Vẽ sơ đồ mạch điện.
2. Ampe kế chỉ 0,032 (A). Tìm độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế ở cuộn thứ cấp, nhiệt lượng tỏa ra trên nam châm và trên điện trở R trong mỗi phút.

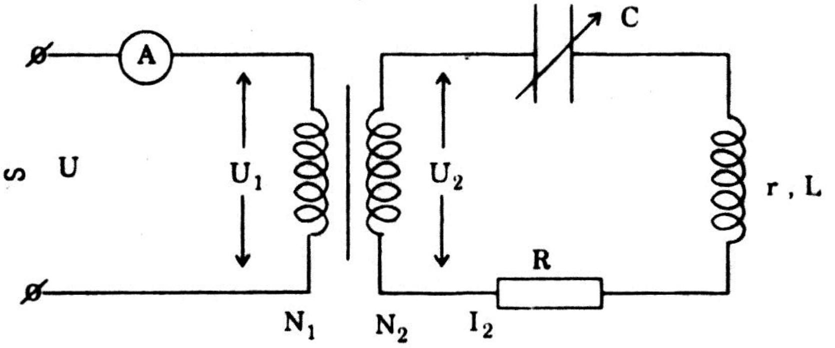
3. Tần số dòng điện là f = 50 (Hz); cuộn dây nam châm có $L = \frac{3}{20\pi}$ (H).

Tính điện dung C của tụ điện.

4. Để số chỉ của ampe kế là cực đại thì phải tăng hay giảm điện dung C bao nhiêu ? Tính hiệu điện thế cực đại của nam châm điện khi đó.

Giải

1.* Xem hình vẽ.



2.* Đặc điểm của máy biến thế áp dụng gần đúng cho mạch thứ cấp kín là :

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \rightarrow \quad U_2 = U_1\frac{N_2}{N_1} = 220\frac{50}{1100} = 10\,(V)$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{U_1}{U_2} \quad \rightarrow \quad I_2 = I_1\frac{U_1}{U_2} = 0,032\frac{220}{10} = 0,704\,(A)$$

* Tổng trở mạch thứ cấp : $Z_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{10}{0,704} \approx 10\sqrt{2}\,(\Omega)$

* Độ lệch pha giữa i_2 và u_2 là φ_2 :

$$\cos\varphi_2 = \frac{R+r}{Z_2} = \frac{8+2}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad \varphi_2 = \pm\frac{\pi}{4}$$

* Trên nam châm, nhiệt lượng tỏa ra là Q_1 :

$$Q_1 = I_2^2rt = (0,704)^2 \times 2 \times 60 \approx 59,5\,(J)$$

* Trên R, nhiệt lượng tỏa ra là Q_2 :

$$Q_2 = I_2^2Rt = (0,704)^2 \times 8 \times 60 \approx 238\,(J)$$

3.* $Z_L = \omega L = 100\pi.\frac{3}{20\pi} = 15\,(\Omega)$

* $\omega = 2\pi f = 100\pi$ (rad/s)

* $\mathrm{tg}\varphi_2 = \frac{Z_L - Z_C}{R + r}$

* Nếu $\varphi_2 = +\frac{\pi}{4}$ thì $\mathrm{tg}\varphi_2 = \mathrm{tg}\left(+\frac{\pi}{4}\right) = 1 = \frac{Z_L - Z_{C_1}}{R + r}$

$\rightarrow \quad Z_{C_1} = Z_L - (R + r) = 15 - (8 + 2) = 5\ (\Omega)$

$$Z_{C_1} = \frac{1}{\omega C_1} \quad \rightarrow \quad C_1 = \frac{1}{\omega Z_{C_1}} = \frac{1}{100\pi.5} \approx 636.10^{-6}\,(F)$$

$$C_1 = 636\ (\mu F)$$

Nếu $\varphi_2 = -\frac{\pi}{4}$ thì $tg\varphi_2 = tg\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1 = \frac{Z_L - Z_{C_2}}{R + r}$

$\rightarrow \quad Z_{C_2} = Z_L + (R + r) = 15 + (8 + 2) = 25\ (\Omega)$

$\rightarrow \quad C_2 = \frac{1}{\omega Z_{C_2}} = \frac{1}{100\pi.25} = 127.10^{-6}\,(F) = 127\ (\mu F)$

4. Do $\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = const$ nên muốn $I_{1\,max}$ thì $I_{2\,max}$

$I_{2\,max}$ khi $Z_{2\,max} = R + r$ và $Z_L = Z_C = \frac{1}{\omega C'}$

Vậy $C' = \frac{1}{\omega Z_L} = \frac{1}{100\pi.15} = 212.10^{-6}\,(F) = 212\ (\mu F)$

Vậy nếu $\varphi_2 = +\frac{\pi}{4}$ thì điện dung của tụ phải giảm đi ΔC_1.

$$\Delta C_1 = 636 - 212 = 424\ (\mu F)$$

Và nếu $\varphi_2 = -\frac{\pi}{4}$ thì điện dung của tụ phải tăng thêm ΔC_2.

$$\Delta C_2 = 212 - 127 = 85\ (\mu F)$$

Khi đó $I'_2 = \frac{U_2}{R + r} = \frac{10}{8 + 2} = 1\,(A)$

Nam châm điện có $Z_{nc} = \sqrt{r^2 + Z_L^2} = \sqrt{2^2 + 15^2} \approx 15,13\ (\Omega)$

$$U_{o\,nc} = I'_2\sqrt{2}Z_{nc} = 1 \times \sqrt{2} \times 15,13 \approx 21,40\ (V).$$

2.7. 1. Để thắp sáng đèn loại 12V – 6W (coi là điện trở thuần) mà chỉ có ổ điện xoay chiều với u = 240sin(100πt) (V) và một biến thế điện có tỉ số các vòng dây cuộn sơ cấp và thứ cấp là $\frac{N_1}{N_2} = 10$ và các tụ điện. Hãy cho biết có thể mắc phối hợp tụ và đèn ở mạch thứ cấp để đèn sáng bình thường được không ? Nếu không, giải thích tại sao. Nếu có thì mắc thế nào và phải dùng tụ điện có điện dung bao nhiêu ? Viết biểu thức của dòng điện trong mạch thứ cấp lúc này. Bỏ qua mọi hao tổn năng lượng của máy biến thế.

2. Một máy biến thế có cuộn sơ cấp 2000 vòng dây, cuộn thứ cấp có 400 vong. Trong 1 phút, từ thông biến thiên qua thiết diện thẳng của lõi thép là 10 (Wb). Tính các suất điện động ở 2 đầu cuộn sơ cấp và thứ cấp từ đó lập tỉ số của hai suất điện động này và suy ra kết luận về mối quan hệ giữa các suất điện động nói trên và số vòng dây của máy biến thế.

Giải

1.* Cuộn sơ cấp có $U_1 = \dfrac{U_o}{\sqrt{2}} = \dfrac{240}{\sqrt{2}} = 120\sqrt{2}\,(V)$

* Đặc điểm của máy biến thế :

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \rightarrow \quad U_2 = U_1\frac{N_2}{N_1} = 120\sqrt{2}.\frac{1}{10} = 12\sqrt{2}\,(V)$$

* $U_2 > U_d$ ($U_d = 12$ (V) : hiệu điện thế định mức của đèn)

Do đó phải mắc nối tiếp đèn với tụ C.

* Dòng điện định mức của đèn : $I_d = \dfrac{P}{U_d} = \dfrac{6}{12} = 0,5\,(A)$

* Điện trở của đèn : $R = \dfrac{U_d}{I_d} = \dfrac{12}{0,5} = 24\,(\Omega)$

* Tổng trở của mạch : $Z_2 = \dfrac{U_2}{I_d} = \dfrac{12\sqrt{2}}{0,5} = 24\sqrt{2}\,(\Omega)$

* Dung kháng của tụ : $Z_C = \sqrt{Z_2^2 - R_d^2} = \sqrt{(24\sqrt{2})^2 - (24)^2} = 24\,(\Omega)$

$$C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi.24} = 132,6.10^{-6}\,(F) = 132,6\,(\mu F)$$

* $\text{tg}\varphi_2 = \dfrac{-Z_C}{R} = -\dfrac{24}{24} = -1 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 = -\dfrac{\pi}{4}.$

Vậy u_2 muộn pha hơn i_2 qua đèn một góc π/4 thì i_2 sớm pha hơn u_2 một góc π/4, vậy : $i_2 = 0,5\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)(A)$

2.* Vì $\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}$ qua mỗi vòng ở cuộn sơ cấp và thứ cấp như nhau nên 1 vòng có suất điện động cảm ứng e_o là : $e_o = \left|\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}\right| = \dfrac{10}{60} = \dfrac{1}{6}\,(V)$

* Suất điện động của cuộn sơ cấp : $E_1 = N_1e_o = 200.\dfrac{1}{6} \approx 33,33\,(V)$

* Suất điện động của cuộn thứ cấp : $E_2 = N_2e_o = 400.\dfrac{1}{6} \approx 66,67\,(V)$

* Tỉ số : $\frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2e_o}{N_1e_o} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{400}{2000} = 0,2$

Suất điện động tỉ lệ thuận với số vòng dây.

218. Một đường dây có điện trở 10 (Ω) tải điện từ máy phát điện đến nơi tiêu thụ. Máy phát điện có E = 220 (V), điện trở trong 1 (Ω).

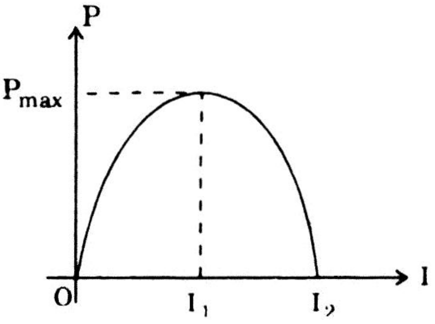
a) Tính công suất cực đại có thể sử dụng ở cuối đường dây và hiệu điện thế ở cuối đường dây lúc đó.

b) Nếu ở đầu đường dây ta đặt một máy tăng thế có hệ số $k_1 = 0,05$ và cuối đường dây đặt một máy giảm thế có hệ số $k_2 = 20$ thì ở cuối đường dây ta có thể sử dụng một công suất cực đại bằng bao nhiêu ? Hiệu suất của cả 2 máy biến thế đều là η = 90%.

Giải

a)* Công suất ở cuối đường dây là P :

$$P = EI - (R + r)I^2 \qquad (1)$$



* (1) là hàm bậc 2 của I.

$$I_2 = \frac{E}{R + r}$$

Tọa độ đỉnh là I_1 :

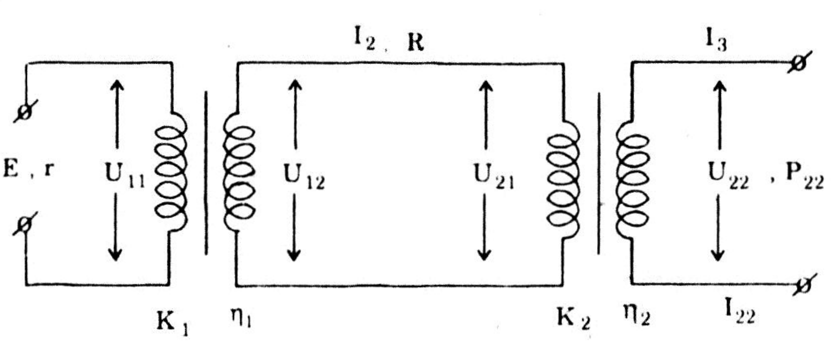
$$I_1 = \frac{E}{2(R + r)} = \frac{220}{2(10 + 1)} = 10(A)$$

* $$P_{max} = EI_1 - (R + r)I_1^2 = 220 \times 10 - (10 + 1).10^2 = 1100\ (W)$$

* Hiệu điện thế lúc đó ở cuối đường dây (2 đầu nơi tiêu dùng) là U :

$$U = \frac{P_{max}}{I_1} = \frac{1100}{10} = 110(V)$$

b)



* Các kí hiệu đã ghi trên hình vẽ.

* Từ các giả thiết ta có các phương trình sau : $P_{22} = U_{22}I_3$ (1)

$$\eta_o = \eta = \frac{U_{12}I_2}{U_{11}I_1} \tag{2}$$

$$\frac{U_{11}}{U_{12}} = k_1 \tag{3}$$

$$U_{11} = E - I_1 r \tag{4}$$

Từ (2), (3), (4) ta có : $I_2 = \eta k_1 I_1$ (5)

$$U_{12} = \frac{1}{k_1}(E - I_1 r) \tag{6}$$

$$U_{21} = U_{12} - I_2 R \tag{7}$$

$$\frac{U_{22}.I_3}{U_{21}.I_2} = \eta_2 = \eta \tag{8}$$

$$\frac{U_{21}}{U_{22}} = k_2 \tag{9}$$

Từ (7), (8), (9) ta có : $I_3 = \eta k_2 I_2$ (10)

$$U_{22} = \frac{U_{21}}{k_2} \tag{11}$$

* Từ (5) và (10) : $I_3 = \eta^2 k_1 k_2 I_1$ (12)

* Từ (6) và (11) với (7) và (5) : $U_{22} = \frac{1}{k_1 k_2}(E - I_1 r) - \eta \frac{k_1}{k_2} R I_1$ (13)

* Từ (12), (13) và (1) ta nhận được (có chú ý đến (10) và (5)):

$$P_{22} = \eta^2 E I_1 - (\eta^2 r + \eta^3 k_1^2 R) I_1^2 \tag{14}$$

* Thay $k_1 = 0,05$; $E = 220$ (V) ; $\eta = 0,9$; $r = 1$ (Ω) ; $R = 10$ (Ω)

ta có : $P_{22} = 178,2.I_1 - 0,828\,I_1^2$ (15)

* Đạo hàm (15) theo I_1 ta có:

$$P'_{22} = 178,2 - 1,656\,I_1 = 0 \;\rightarrow\; I_1 = \frac{178,2}{1,656} \approx 108 \text{ (A)}$$

$P''_{22} = -1,656 < 0 \rightarrow$ Khi $I_1 = 108$(A) thì $P_{22\,max}$

* $P_{22\,max} = 178,2 \times 108 - 0,828 \times (108)^2 \approx 9588$ (W)

219. Một nhà máy thủy điện hoạt động nhờ một thác nước cao 100m. Tua bin nước có hiệu suất 80% làm quay 1 máy dao điện hiệu suất 90%.

Hiệu điện thế giữa 2 cực máy dao điện là : $u = 2000\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

và cường độ dòng điện do máy cung cấp là : $i = 1080\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (A)

1. Tính lưu lượng của thoát nước. Lấy $g = 10$ (m/s^2).

2. Cho dòng này vào cuộn sơ cấp của một máy biến thế có cuộn sơ cấp 200 vòng, cuộn thứ cấp 1600 vòng, có hiệu suất 90%. Giả sử hiệu suất này chỉ ảnh hưởng đến dòng điện. Tìm cường độ hiệu dụng của dòng điện thứ cấp.

3. Dòng điện thứ cấp được tải đến nơi tiêu thụ, cách nhà máy 100km bằng một dây dẫn có điện trở suất $\rho = 1,8.10^{-8}$ (Ωm). Cho biết : Hiệu điện thế 2 đầu cuộn thứ cấp của máy biến thế cùng pha với cường độ dòng điện, hiệu suất của việc tải điện là 92%, còn nơi tiêu thụ được xem là một cuộn dây có điện trở $R_0 = 60,6$ (Ω) và độ tự cảm $L = 0,193$ (H) mắc song song với một tụ điện C. Tìm thiết diện S của dây tải điện và điện dung C.

Giải

1. * Công suất của máy dao điện là : $P_1 = UI\cos\varphi$

* Do $\varphi = 0$; $\cos\varphi = 1$; $U = 2000$ (V); $I = 1080$ (A)

nên $P_1 = 2.10^3 \times 1,08.10^3 = 2,16.10^6$ (W)

* Công suất do tua bin sinh ra là : $P_2 = \dfrac{P_1}{0,9}$

* Công suất của khối nước m là : $P_3 = \dfrac{P_2}{0,8} = \dfrac{P_1}{0,8 \times 0,9}$

$$P_3 = \frac{2,16.10^6}{0,8 \times 0,9} = 3.10^6 \text{(W)}$$

* Công của khối nước m là : $A = P_3t$. Do bảo toàn cơ năng : $A = P_3t = mgh$

* Vậy lưu lượng nước : $L = \dfrac{m}{t} = \dfrac{P_3}{gh}$

$$L = \frac{3.10^6}{10 \times 100} = 3.10^3 \text{(kg/s)}$$

Do đó lưu lượng : $L' = \dfrac{L}{d} = \dfrac{3.10^3}{10^3} = 3$ (m^3/s)

($d = 10^3$ kg/m^3 là khối lượng riêng của nước)

2. *Máy tăng thế :*

* $\dfrac{U_1}{U_2} = \dfrac{N_1}{N_2} \rightarrow U_2 = U_1\dfrac{N_2}{N_1} = 2000.\dfrac{1600}{200} = 16000$ (V)

* Hệ số công suất mạch sơ cấp là $\cos\varphi_1 = 1$. Hiệu suất chỉ ảnh hưởng đến cường độ nên :

$$H = \frac{U_2I_2}{U_1I_1} \rightarrow I_2 = H.\frac{U_1I_1}{U_2} = 0,9 \times \frac{2000 \times 1080}{16000} = 121,5 \text{(A)}$$

3. *Tải điện :*

* Công suất tải đi ở mạch thứ cấp máy tăng thế là :

$$P_o = U_2 I_2 \cos\varphi_2 = 16000 \times 121{,}5 \times 1 = 1{,}944.10^6\,(W)$$

($\varphi_2 = 0$, $\cos\varphi_2 = 1$ theo giả thiết)

* Công suất hao phí trên dây tải là ΔP.

$$\eta = \frac{P_o - \Delta P}{P_o} \quad \rightarrow \quad \Delta P = P_o - \eta P_o = P_o(1 - \eta)$$

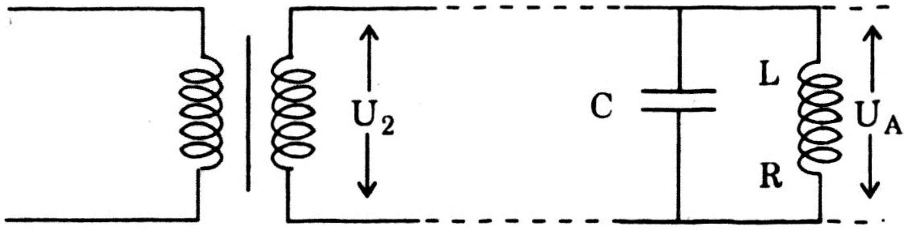
$$\Delta P = 1{,}944.10^6(1 - 0{,}92) = 155520\,(W)$$

* Biết $\Delta P = I_2^2 R \quad \rightarrow \quad R = \dfrac{\Delta P}{I_2^2} = \dfrac{155520}{(121{,}5)^2} \approx 10{,}5\,(\Omega)$

* Do dây tải gồm 2 dây nên :

$$R = \rho\frac{2l}{S} \rightarrow S = \frac{2\rho l}{R} = \frac{2 \times 1{,}8.10^{-8}.10^5}{10{,}5} \approx 3{,}43.10^{-4}\,(m^2) = 3{,}43\,(cm^2$$

* Xem hình vẽ mạch thứ cấp máy tăng thế :



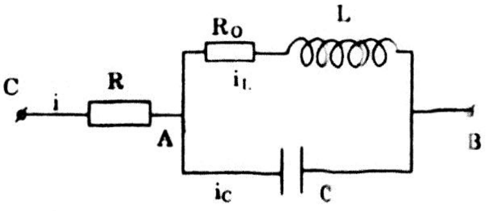
$$Z_L = \omega L = 100\pi.0{,}193 \approx 60{,}6\,(\Omega)$$

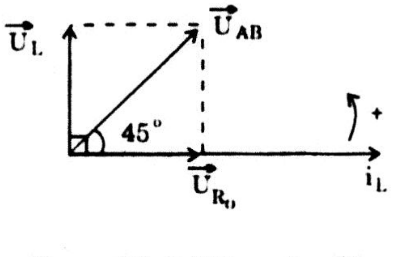
* Như vậy xem mạch thứ cấp máy tăng thế gồm R (của dây tải) nối tiếp với mạch song song (xem hình) giữa cuộn dây và tụ điện.

* $u_{CB} = u_2$ (giữa 2 đầu cuộn thứ cấp máy tăng thế)

$$u_{CB} = u_{CA} + u_{AB}$$

Theo giả thiết u_{CA} cùng pha với i, u_{AB} cùng pha với i.





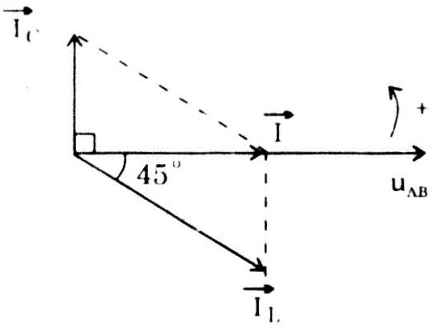
* Do $R_o = Z_L = 60{,}6\,(\Omega)$ nên $U_L = U_{Ro}$ và $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{Ro} + \vec{U}_L$; $\vec{U}_{Ro} \perp \vec{U}_L$

nên u_{AB} sớm pha hơn i_L 1 góc $\pi/4$, và

$$I_L = \frac{U_{AB}}{Z_{LRo}} \quad \rightarrow \quad Z_{LRo} = \sqrt{R_o^2 + Z_L^2} = 60{,}6\sqrt{2}\,(\Omega)$$

* i_C nhanh pha hơn u_{AB} 1 góc $\pi/2$ và $I_C = \frac{U_{AB}}{Z_C}$

* $\vec{I} = \vec{I}_C + \vec{I}_L$. Vẽ giản đồ vectơ theo giả thiết i_2 chính là i cùng pha với u_{AB}.



Từ giản đồ ta có : $I_C = I = \frac{I_L}{\sqrt{2}}$

$$\rightarrow \quad I_L = \sqrt{2}\, I_C$$

Vậy : $\frac{U_{AB}}{Z_{LRo}} = \sqrt{2}.\frac{U_{AB}}{Z_C} \quad \rightarrow \quad Z_C = Z_{LRo}\sqrt{2} = 60,6\sqrt{2}.\sqrt{2}\ (\Omega)$

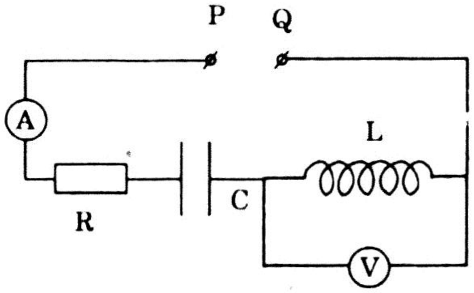
Hay : $Z_C = 121,2(\Omega)$

* Điện dung của tụ điện là :

$$C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi \times 121,2} \approx 26.10^{-6}\ (F) = 26\ (\mu F).$$

220. Một cuộn dây dẹp hình chữ nhật thiết diện $S_o = 36cm^2$ có 750 vòng dây, điện trở không đáng kể, quay với vận tốc n = 50 vòng/s quanh một trục đi qua tâm và song song với 1 cạnh. Đặt cuộn dây trong từ trường đều có cảm ứng từ B = 0,1 (T) vuông góc với trục quay.

1. Tìm từ thông cực đại qua cuộn dây ? Biết lúc t = 0, bề mặt cuộn dây vuông góc với đường sức của từ trường.
2. Mắc 2 đầu cuộn dây vào hai đầu P, Q của 1 mạch R, L, C nối tiếp như hình. Biết ampe kế Ⓐ chỉ 1,2 (A); vôn kế Ⓥ chỉ 50 (V); công suất tiêu thụ trên mạch là $36\sqrt{2}$ (W).



Tìm R, L, C và i(t) trong mạch. Cho rằng điện trở dây nối và ampe kế không đáng kể, điện trở vôn kế rất lớn.

Giải

1. Từ thông cực đại : $\phi_{max} = NBS_o = 750 \times 0,1 \times 36.10^{-4} = 0,27\ (Wb) = \phi_m$

Từ thông tức thời qua cuộn dây : $\phi = \phi_m.\cos(\omega t + \varphi)$ (1)

$\omega = 2\pi f = 2\pi n = 100\pi$ (rad/s)

Theo giả thiết : t = 0; $\phi = \phi_m = \phi_m\cos\varphi \rightarrow \cos\varphi = 1 \rightarrow \varphi = 0$

Vậy : $\phi = \phi_m\cos 100\pi t$ (Wb)

Suất điện động cảm ứng trong cuộn dây : $e = -\frac{d\phi}{dt} = \omega\phi_m\sin\omega t$

$$e = 100\pi.0,27\sin 100\pi t = 60\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$$

2.* $Z_L = \frac{U_L}{I} = \frac{50}{1,2} \approx 41,67\ (\Omega) \rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{41,67}{100\pi} \approx 0,1326\ (H)$

* Công suất của mạch :

$$P = I^2R \rightarrow R = \frac{P}{I^2} = \frac{36\sqrt{2}}{(1,2)^2} = 25\sqrt{2} \approx 35,36\ (\Omega)$$

* Tổng trở mạch là Z, với $U = \frac{U_o}{\sqrt{2}} = \frac{60\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 60\ (V)$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{60}{1,2} = 50\,(\Omega)$$

$$Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \rightarrow Z_C = Z_L \pm \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$Z_C = 41,67 \pm \sqrt{50^2 - (35,36)^2} \approx 41,67 \pm 35,36\ (\Omega)$$

* Khi $Z_{C_1} = 41,67 + 35,36 = 70,03(\Omega)$ thì :

$$C_1 = \frac{1}{\omega Z_{C_1}} = \frac{1}{100\pi.70,03} \approx 45,41.10^{-6}(F) = 45,41\ (\mu F)$$

* Khi $Z_{C_2} = 41,67 - 35,36 = 6,31\ (\Omega)$ thì :

$$C_2 = \frac{1}{\omega Z_{C_2}} = \frac{1}{100\pi.6,31} \approx 504.10^{-6}(F) = 504\ (\mu F)$$

* $$\text{tg}\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \pm\frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{R} = \pm\frac{35,36}{35,36} = \pm 1 \rightarrow \varphi = \pm\pi/4$$

Vậy : $i = 1,2\sqrt{2}\sin\left(100\pi t \pm \frac{\pi}{4}\right)$ (A).

221. 1. Một động cơ điện xoay chiều M và một cuộn tự cảm L mắc nối tiếp nhau được mắc vào một mạch điện xoay chiều. Động cơ điện có hiệu suất 85% và sinh ra 1 công cơ học 80 (KW).

a) Tính điện năng do động cơ điện tiêu thụ trong 15 phút ?

b) Dòng điện qua động cơ có cường độ 220 (A) và chậm pha 30° so với hiệu điện thế ở 2 cực của động cơ. Tính hiệu điện thế này ?

c) Hiệu điện thế hiệu dụng ở 2 đầu cuộn cảm L bằng 270 (V) và sớm pha 60° so với dòng điện. Tính hiệu điện thế của mạng và góc sớm pha của nó so với dòng điện.

2. Sợi nung của một ấm điện có hai cuộn. Khi một cuộn được nối điện, nước trong ấm bắt đầu sôi sau 15 phút và khi cuộn kia được nối điện. Sau 30 phút nước sôi.

Nước trong ấm điện sẽ bắt đầu sôi sau bao lâu, nếu :

a) Hai cuộn sợi nung mắc nối tiếp ?

b) Hai cuộn sợi nung mắc song song ?

Giải

1.a) * $W_C = P_C t$: công cơ học của động cơ.

* W : điện năng tiêu thụ của động cơ.

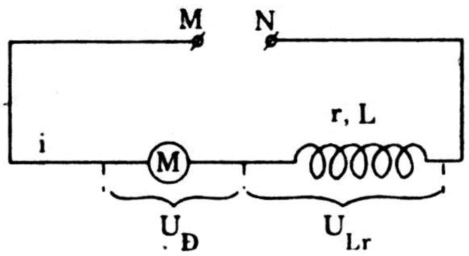
* Hiệu suất của động cơ : $H = \dfrac{W_C}{W} \rightarrow W = \dfrac{W_C}{H}$

$$W = \frac{P_o t}{H} = \frac{80 \times 1000 \times 15 \times 60}{0,85} \approx 84,7.10^6\ (J)$$

b)* Giả thiết cho : $I = 220\ (A)$; $\varphi = 30^\circ$, $U_{Đ}$ **là hiệu điện thế giữa 2 đầu động** cơ. Công suất điện tiêu thụ của động cơ : $P = \dfrac{P_C}{H}$.

* $P = U_{Đ} I \cos\varphi = \dfrac{P_C}{H} \rightarrow U_{Đ} = \dfrac{P_C}{H.I.\cos\varphi}$

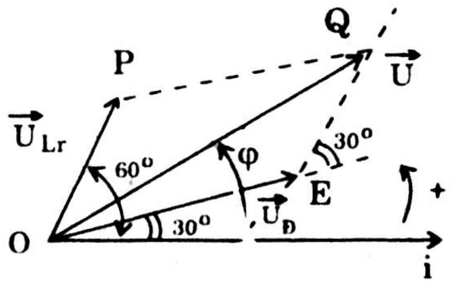
$$U_{Đ} = \frac{80.10^3}{0,85 \times 220 \times \cos 30^\circ} = 494\ (V)$$



c)+ Vẽ giản đồ vectơ theo giả thiết.

$$U_{Đ} \begin{cases} U_{Đ} = 494(V) \\ \text{Sớm pha hơn i một góc } \dfrac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$U_{L_r} \begin{cases} U_{L_r} = 270(V) \\ \text{Sớm pha hơn i một góc } \dfrac{\pi}{3} \end{cases}$$



+ Từ ΔOEQ ta có :

$$U = \sqrt{U_{Đ}^2 + U_{L_r}^2 + 2U_{Đ}U_{L_r}\cos 30^\circ}$$

$$= \sqrt{(494)^2 + (270)^2 + 2 \times 494 \times 270 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 740\ (V)$$

$$+ \quad \mathrm{tg}\varphi = \frac{U_{Đ}\sin 30^\circ + U_{L_r}\sin 60^\circ}{U_{Đ}\cos 30^\circ + U_{L_r}\cos 60^\circ} = \frac{494.\dfrac{1}{2} + 270.\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{494.\dfrac{\sqrt{3}}{2} + 270.\dfrac{1}{2}} \approx 0,8543$$

$\varphi \approx 40,51^\circ = 0,71\ (rad)$

2.* Chú ý Q là nhiệt lượng cần thiết để đun sôi nước trong các trường hợp là như nhau. Hiệu điện thế U như nhau.

* Khi đun bằng R_1 : $Q = \frac{U^2}{R_1} t_1 \rightarrow R_1 = \frac{U^2}{Q} t_1$ (1)

* Khi đun bằng R_2 : $Q = \frac{U^2}{R_2} t_2 \rightarrow R_2 = \frac{U^2}{Q} t_2$ (2)

* Khi mắc nối tiếp : $R_n = R_1 + R_2 = \frac{U^2}{Q} t_n = \frac{U^2}{Q} t_1 + \frac{U^2}{Q} t_2$

$\rightarrow$ $t_n = t_1 + t_2$ (3)

$t_n = 15 + 30 = 45$ (phút)

* Khi mắc song song : $R_S = \frac{U^2}{Q} t_S = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{\frac{U^2}{Q} t_1 . \frac{U^2}{Q} t_2}{\frac{U^2}{Q} t_1 + \frac{U^2}{Q} t_2}$

$\rightarrow$ $t_S = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}$ (4)

$t_S = \frac{15 \times 30}{15 + 30} = 10$ (phút).

222. Một máy phát điện 3 pha phát ra các dòng tần số $f = 50$ (Hz).

1. Phần ứng của máy phát mắc theo kiểu hình sao. Biết hiệu điện thế pha $U_P = 220$ (V). Tìm hiệu điện thế dây U_d ?
2. Mắc tải hình sao :

* Tải 1 có cuộn dây thuần cảm độ tự cảm L_1, điện trở hoạt động R mắc nối tiếp nhau.

* Tải 2 có điện trở hoạt động R nối tiếp với tụ C_2.

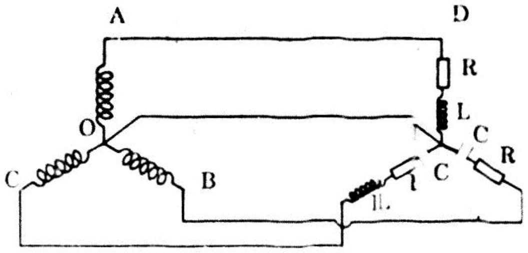
* Tải 3 có cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L_3, điện trở hoạt động R, tụ điện C_3 nối tiếp nhau.

Cho $R = 6\ (\Omega)$; $L = L_1 = L_3 = 2{,}55.10^{-2}$ (H) ; $C_2 = C_3 = C = 306\ (\mu F)$

a) Tìm cường độ dòng điện hiệu dụng qua mỗi tải.

b) Tìm công suất của dòng 3 pha này.

Giải



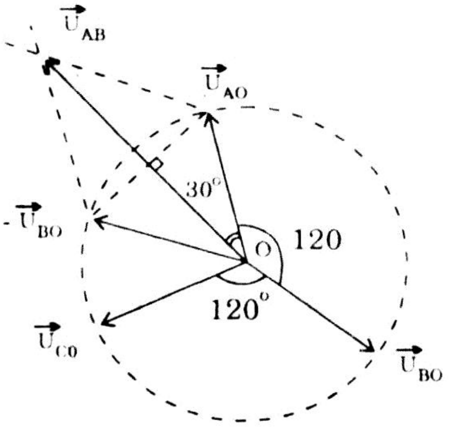
1.* $U_P = U_{AO} = U_{BO} = U_{CO} = 220$ (V)

* $U_d = U_{AB} = U_{BC} = U_{CA}$

* Ta có :

$\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AO} + \vec{U}_{OB} = \vec{U}_{AO} + (-\vec{U}_{BO})$

* Vẽ giản đồ vectơ.



Từ hình vẽ ta có :

$$U_{AB} = 2U_{AO}\cos 30^\circ = 2U_P\frac{\sqrt{3}}{2} = U_d$$

$$\rightarrow \quad U_d = \sqrt{3}U_P \qquad (1)$$

$$U_d = \sqrt{3} \times 220 \approx 380(V)$$

2.a) • *Tải 1* :

* $Z_L = \omega L = 100\pi.2{,}55.10^{-2}$

$Z_L \approx 8(\Omega)$ $\quad (\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ (rad/s)})$

* $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{100\pi.306.10^{-6}} \approx 10{,}4\ (\Omega)$

* $Z_1 = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\ (\Omega)$

* $I_1 = \dfrac{U_P}{Z_1} = \dfrac{220}{10} = 22(A)$

• *Tải 2* :

* $Z_2 = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \sqrt{6^2 + (10{,}4)^2} \approx 12\ (\Omega)$

* $I_2 = \dfrac{U_P}{Z_2} = \dfrac{220}{12} \approx 18{,}3\ (A)$

• *Tải 3* :

* $Z_3 = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{6^2 + (10{,}4 - 8)^2} \approx 6{,}46\ (\Omega)$

* $I_3 = \dfrac{U_P}{Z_3} = \dfrac{220}{6{,}46} \approx 34\ (A)$

b) *Công suất của dòng 3 pha :*

* Công suất dòng 3 pha bằng tổng 3 công suất của 3 tải.

* $P = P_1 + P_2 + P_3 = I_1^2R + I_2^2R + I_3^2R = R(I_1^2 + I_2^2 + I_3^2)$

$P = 6(22^2 + 18{,}3^2 + 34^2) \approx 11876\ (W) = 11{,}876\ (KW).$

Chương III

DAO ĐỘNG VÀ SÓNG ĐIỆN TỪ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. *Dao động điện tự do – mạch LC*

+ Mạch dao động gồm cuộn dây độ tự cảm L, điện trở hoạt động không đáng kể mắc với một tụ điện thuần dung kháng điện dung C.

+ Kích dao động bằng cách tích điện cho tụ.

+ Phương trình điện động lực học (vi phân) : $q'' + \frac{1}{LC}q = 0$ (1)

- Tần số góc của dao động : $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (2)

- Chu kì dao động : $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}$ (3)

  (3) là công thức Tômxơn

- Tần số dao động : $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ (3)

+ Phương trình điện tích trên tụ : $q = q_0\sin(\omega t + \varphi)$ (4)

Phương trình cường độ dòng điện qua mạch :

$$i = q' = I_0\cos(\omega t + \varphi);\ I_0 = \omega q_0 \quad (5)$$

Phương trình hiệu điện thế hai đầu tụ :

$$u = \frac{q}{c} = U_0\sin(\omega t + \varphi);\quad U_0 = \frac{q_0}{c} \quad (6)$$

+ Năng lượng mạch LC : (R = 0)

- Gồm năng lượng điện trường giữa 2 bản tụ và năng lượng từ trường trong cuộn dây.

- $E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{c} + \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\frac{q_0^2}{c} = \frac{1}{2}LI_0^2 = \text{const}$ (7)

Trong đó q_0 là điện tích cực đại trên tụ, I_0 là dòng cực đại qua mạch; q và i là điện tích trên tụ và dòng qua mạch ở thời điểm bất kì.

2. *Sóng điện từ*

+ Điện trường biến thiên tuần hoàn và từ trường biến thiên tuần hoàn lan truyền trong không gian dưới dạng sóng điện từ.

+ Sóng điện từ là sóng ngang : $\vec{B} \perp \vec{E} \perp \vec{v}$

+ Bước sóng : $\lambda = CT = \frac{v}{f}$

+ "Bắt" sóng điện từ tức là điều chỉnh để f của mạch dao động trùng với f của sóng cần thu, khi đó : $\lambda_s = C.T_s = cT_r = 2\pi c\sqrt{LC}$

II. CÁC BÀI TOÁN

223. Một mạch dao động gồm tụ AB có điện dung C = 0,1 (μF) ; cuộn dây độ tự cảm L = 1 (H) (R = 0). Khi t = 0, hiệu điện thế hai đầu tụ U_{AB} = 120 (V), dòng điện trong mạch bằng 0.

1. Tìm ω, T, f của mạch dao động.

2. Viết biểu thức của q trên tụ và i trong mạch theo thời gian.

3. Tìm q, i khi $t_1 = 0,5$ms; $t_2 = 1$ms; $t_3 = 1,5$ms.

Giải

1. ω, T, f :

* $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1.10^{-7}}} \approx 3126$ (rad/s)

* $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \times 3,14}{3126} \approx 2.10^{-3}$ (s)

* $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2.10^{-3}} = 500$ (Hz)

2. * $q = q_0\sin(\omega t + \varphi)$ (1)

$i = q_0\omega\cos(\omega t + \varphi) = I_0\cos(\omega t + \varphi)$ (2)

* Khi t = 0 ; $q = q_0\sin\varphi = CU_0\sin\varphi$ (3)

$i = 0 = q_0\omega\cos\varphi$ (4)

(4) → $\cos\varphi = 0$ → $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$

(3) → $\sin\varphi > 0$ → $\varphi = +\frac{\pi}{2}$;

$q_0 = CU_0 = 120.10^{-7} = 1,2.10^{-5}$ (C)

$I_0 = q_0\omega = 1,2.10^{-5}.3126 \approx 3,8.10^{-2}$ (A)

* (1) → $q = 1,2.10^{-5}\sin\left(3126t + \frac{\pi}{2}\right)$ (5)

(2) → $i = 3,8.10^{-2}\cos\left(3126t + \frac{\pi}{2}\right)$ (6)

3a) $t_1 = 0{,}5\text{ms}$:

$$q_1 = 1{,}2.10^{-5}\sin\left(3126 \times 0{,}5.10^{-3} + \frac{\pi}{2}\right) \approx 1{,}2.10^{-5}\sin\pi = 0$$

$$i_1 = 3{,}8.10^{-2}\cos\left(3126 \times 0{,}5.10^{-3} + \frac{\pi}{2}\right) \approx 3{,}8.10^{-2}\cos\pi = -3{,}8.10^{-2}\ (\text{A})$$

b) $t_2 = 1\text{ms};\ t_2 = \dfrac{T}{2}$:

$$q_2 = 1{,}2.10^{-5}\sin\left(3126.10^{-3} + \frac{\pi}{2}\right) = 1{,}2.10^{-5}\sin\left(\frac{2\pi}{T}.\frac{T}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 1{,}2.10^{-5}\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1{,}2.10^{-5}\ (\text{C})$$

$$i_2 = 3{,}8.10^{-2}\cos\frac{3\pi}{2} = 0$$

c) $t_3 = 1{,}5\text{ms} = \dfrac{3T}{4}$

$$q_3 = 1{,}2.10^{-5}\sin\left(\frac{2\pi}{T}.\frac{T}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = 1{,}2.10^{-5}\sin 2\pi = 0$$

$$i_3 = 3{,}8.10^{-2}\cos\frac{4\pi}{2} = 3{,}8.10^{-2}\ (\text{A}).$$

224. Mạch chọn sóng của máy thu thanh gồm cuộn dây có $L = 2.10^{-6}$ (H), tụ điện có điện dung $C = 2.10^{-10}$ (F), điện trở thuần $R = 0$. Xác định tổng năng lượng điện - từ trong mạch, biết rằng hiệu điện thế cực đại giữa 2 bản tụ bằng 120 (mV). Để máy thu thanh chỉ có thể thu được các sóng điện từ có bước sóng từ 57 (m) (coi bằng 18π (m)) đến 753 (m) (coi bằng 240π (m)) ta thay tụ trên bằng tụ có điện dung biến thiên. Hỏi tụ này có điện dung trong khoảng nào ? Cho $C = 3.10^8$ (m/s).

Gợi ý

+ Tổng năng lượng điện từ :

$$W = W_t + W_d = W_{t\,max} = \frac{cU_o^2}{2}$$

$$W = \frac{CU_o^2}{2} = \frac{2.10^{-10}.(120.10^{-3})^2}{2} = 1{,}44.10^{-12}\ (\text{J})$$

+ Gây cộng hưởng để "bắt sóng" ta có sóng bắt được có chu kỳ bằng chu kỳ của mạch dao động và :

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{LC_x} \quad \rightarrow \quad C_x = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 L}$$

+ Với $\lambda_1 = 18\pi$ (m) thì tính ra : $C_{x_1} = 450.10^{-12}$ (F) = 450 (pF)

+ Với $\lambda_2 = 240\pi$ (m) thì : $C_{x_2} = 80.10^{-9}$ (F) = 80 (nF)

+ C_x = 450 (pF) ÷ 80 (nF).

225. Một khung dao động gồm ống dây độ tự cảm L (R = 0) và hai tụ C_1, C_2. Khi có khung dây L, C_1 chu kì riêng là T_1 = 6ms. Khi có khung dây L, C_2, chu kì riêng là T_1 = 8ms. Nếu mắc L với cả C_1 và C_2 thì chu kì riêng của khung dây là bao nhiêu nếu :

1. C_1 ghép nối tiếp với C_2. **2.** C_1 ghép song song với C_2.

Giải

* Chu kì của mạch dao động :

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 L}T^2 = \alpha T^2 \quad \text{với } \alpha = \frac{1}{4\pi^2 L} = \text{const}$$

1. C_1 nối tiếp C_2 + L :

+ Điện dung tương đương của hai tụ là : $C = \dfrac{C_1C_2}{C_1 + C_2}$

+ Áp dụng công thức trên cho các C ta có :

$$\alpha T^2 = \frac{\alpha T_1^2 . \alpha T_2^2}{\alpha T_1^2 + \alpha T_2^2} = \alpha . \frac{T_1^2 . T_2^2}{T_1^2 + T_2^2} \rightarrow T = \frac{T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$$

$$T = \frac{6 \times 8}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = 4{,}8 \text{ (ms)}$$

2. C_1 song song với C_2 + L :

+ $C = C_1 + C_2$

+ $\alpha T^2 = \alpha T_1^2 + \alpha T_2^2 \rightarrow T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$

$$T = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ (ms)}.$$

226. Một mạch dao động có C = 5 (μF); L = 50 (mH).

a) Tìm f.

b) Tìm năng lượng của mạch biết hiệu điện thế cực đại trên tụ là U_{max} = 6 (V).

c) Tìm năng lượng điện trường và năng lượng từ trường của mạch khi hiệu điện thế trên tụ là 4(V). Tìm i của mạch khi đó.

Giải

a) $$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2.\pi\sqrt{50.10^{-3}.5.10^{-6}}} \approx 318 \text{ (Hz)}$$

b) Năng lượng của mạch dao động :

$$W = \frac{CU^2_{max}}{2} = \frac{5.10^{-6} \times 6^2}{2} = 90.10^{-6}(J) = 90\ (\mu J)$$

c) * Năng lượng điện trường $W_đ$:

$$W_đ = \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{1}{2}.5.10^{-6}.4^2 = 40.10^{-6}\ (J) = 40\ (\mu J)$$

* Năng lượng từ trường W_t :

$$W_t = W - W_đ = 90 - 40 = 50\ (\mu J)$$

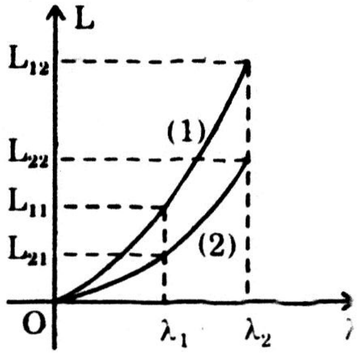
* Dòng điện trong mạch :

$$W_t = \frac{Li^2}{2} \rightarrow i = \sqrt{\frac{2W_t}{L}} = \sqrt{\frac{2 \times 50.10^{-6}}{50.10^{-3}}} = 0,0447\ (A)$$

$$i = 44,7\ (mA).$$

227. Mạch chọn sóng của một Rađiô gồm 1 tụ xoay, điện dung C biến thiê từ 30 (pF) đến 500 (pF) và một cuộn dây tự cảm L. Để bắt được sóng t 13m đến 500m thì cuộn tự cảm phải có L nằm trong giới hạn hẹp nhâ là bao nhiêu ?

Giải



* Khi bắt được sóng, gây cộng hưởng thì :

$$\lambda = cT = 2\pi c\sqrt{LC} \rightarrow L = \frac{\lambda^2}{4\pi^2c^2C} \qquad (1)$$

c : vận tốc ánh sáng trong chân không.

* Coi C là tham số thì L là hàm bậc 2 của λ (đồ thị là 1 Parabol) với $\lambda_1 = 13$ (m) ; $\lambda_2 = 500$ (m)

* Đồ thị phản ánh rằng : có 1 họ nhiều Parabol tương ứng các giá t tham số C. Ví dụ đường (1) ứng với $C_1 = 30$ (pF), đường (2) ứng vớ $C_2 = 500$ (pF) và để bắt được các sóng từ λ_1 đến λ_2 thì L biến thiên t $L_{11} \rightarrow L_{12}$ (đường (1)) và từ $L_{21} \rightarrow L_{22}$ (đường (2))

* Vậy giới hạn hẹp nhất của L là $L_{11} \rightarrow L_{22}$

$$L_{11} = \frac{\lambda_1^2}{4\pi^2c^2C_1} = \frac{13^2}{4 \times 10(3.10^8)^2 \times 30.10^{-12}} = 1,585.10^{-6}(H)$$

$$L_{22} = \frac{\lambda_2^2}{4\pi^2c^2C_2} = \frac{500^2}{4 \times 10.(3.10^8)^2 \times 500.10^{-12}} = 1,407.10^{-4}(H)$$

* Vậy khoảng biến thiên hẹp nhất của L là :

$$L = 1,585.10^{-6}\ (H) \div 1,407.10^{-4}\ (H)$$

228. Mạch dao động gồm cuộn dây có độ tự cảm L ($R = 0$) và 2 tụ C_o và C_v ; C_v biến thiên từ $C_m = 10$ (pF) đến $C_M = 490$ (pF). Mạch có thể bắt được dải sóng từ 10m đến 50m.

1. Mắc C_o và C_v thế nào với L ?

2. Tìm C_o , L.

3. C_v là 1 tụ xoay gồm 5 lá chuyển động và 6 lá cố định đặt xen kẽ, cách đều những khoảng 0,5mm. Mỗi lá là $\frac{1}{2}$ hình tròn. Giữa các lá là không khí ($\varepsilon = 1$) C_{vmax} khi các $\frac{1}{2}$ hình tròn đối diện nhau. Tìm bán kính các lá ?

4. Để bắt được sóng 20m thì phải xoay các lá 1 góc bao nhiêu kể từ khi C_{vmax}.

Giải

1,2. *Mắc tụ, C_o, L :*

* Mạch bắt được sóng $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$ (1)

* L xác định $\lambda \sim \sqrt{C}$ nên $C \sim \lambda^2$

* Bắt sóng $\lambda_1 = 10$m cần có điện dung tương đương của 2 tụ là C_1. Để bắt sóng $\lambda_2 = 50$m cần điện dung tương dương là C_2.

$$\left.\begin{matrix} C_1 = \alpha\lambda_1^2 \\ C_2 = \alpha\lambda_2^2 \end{matrix}\right] \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^2 = \left(\frac{50}{10}\right)^2 = 25 \quad \text{hay} \quad C_2 = 25C_1 \qquad (2)$$

* Nếu C_o nối tiếp với C_v thì C_1 nhỏ nhất ứng với C_m :

$$\rightarrow \quad C_1 = \frac{C_oC_m}{C_o + C_m} \qquad (3)$$

* Nếu C_o nối tiếp với C_v thì C_2 lớn nhất ứng với C_M :

$$\rightarrow \quad C_2 = \frac{C_oC_M}{C_o + C_M} \qquad (4)$$

* Phối hợp (3), (4), (5) ta có : $\dfrac{C_oC_M}{C_o + C_M} = 25\dfrac{C_oC_m}{C_o + C_m}$

Vậy : $\dfrac{490}{C_o + 490} = 25.\dfrac{10}{C_o + 10} \rightarrow C_o = 490$ (pF)

* Khi đó : $C_1 = C = \dfrac{C_oC_m}{C_o + C_m} = \dfrac{490 \times 10}{190 + 10} = 9,8$ (pF)

và $L = \dfrac{\lambda_1^2}{4\pi^2c^2C_1} = \dfrac{10^2}{4 \times 10(3.10^8)^2 \times 9,8.10^{-12}} = 2,8 \times 10^{-6}$ (H) $= 2,8$ (μH)

* Nếu C_o song song với C_v thì : $C_1 = C_o + C_m$ và $C_2 = C_o + C_M$

Với : $C_2 = 25C_1 \rightarrow C_o + C_M = 25(C_o + C_m)$

Hay : $C_o + 490 = 25(C_o + 10) \rightarrow C_o = 10\ (pF)$

Lúc này : $C_1 = C_o + C_m = 10 + 10 = 20\ (pF)$

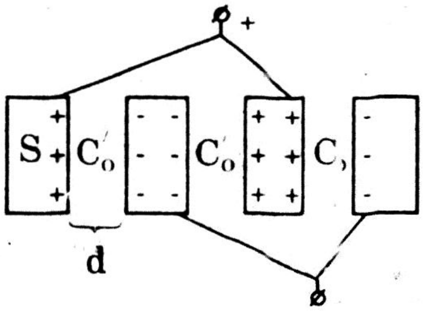
Và : $$L = \frac{\lambda_1^2}{4\pi^2c^2C_1} = \frac{10^2}{4 \times 10.(3.10^8)^2 \times 20.10^{-12}}$$

$$L \approx 1,4.10^{-6}(H) = 1,4\,(\mu H)$$

* *Đáp số câu 1, 2 :* + Khi C_o nối tiếp với C_v : $\begin{cases} C_o = 490(pF) \\ C_1 = 9,8(pF) \\ L = 2,8(\mu H) \end{cases}$

+ Khi C_o song song với C_v : $\begin{cases} C_o = 10(pF) \\ C_1 = 20(pF) \\ L = 1,4(\mu H) \end{cases}$

3. *Tìm R* :



* Tích điện cho các lá cố định và di động, sự phân bố điện tích như hình.

* Các mặt đối diện của các lá tạo thành 1 tụ, các tụ có điện dung như nhau và bằng C'_o

$$C'_o = \frac{\varepsilon_o S}{d} = \frac{1}{9.10^9}\frac{\frac{1}{2}\pi R^2}{4\pi d} = \frac{R^2}{72.10^9 d} \qquad (\varepsilon = 1)$$

* Các tụ này có bản cùng dấu nối nhau nên chúng mắc song song, có n lá thì có n - 1 tụ. Ở đây có 11 lá nên có 10 tụ, điện dung của C_v là :

$$C_v = 10C'_o = \frac{10R^2}{72.10^9 d} = C_M \rightarrow R = \sqrt{72.10^8 dC_M}$$

* $$R = \sqrt{72.10^8 \times 5.10^{-4} \times 490.10^{-12}} = 4,2.10^{-2}\,(m) = 4,2\,(cm)$$

4. *Góc quay* :

a) *Nếu C_o nối tiếp với C_v* :

* Sóng bắt $\lambda = 20m = 2\lambda_1 \rightarrow$ bộ tụ phải có $C = 4C_1$

$$C = 4C_1 = 4 \times 9,8 = 39,2(pF)$$

* Lúc đó điện dung của $C_v = C_3$ để điện dung bộ tụ C_o và C_v là C

$$C = \frac{C_o \times C_3}{C_o + C_3} \quad \text{hay : } 39,2 = \frac{490.C_3}{490 + C_3} \rightarrow C_3 = 42,61\ (pF)$$

* Góc quay kể từ khi $C_v = C_{max}$ là α_1 :

$$\alpha_1 = \frac{180}{490 - 10}(490 - 42,61) = 167^o46'$$

b) *Nếu C_o song song với C_v :*

* Bộ tụ C_o và C_v phải có $C = 4C_1 = 4 \times 20 = 80$ (pF)
* $C = C_o + C_4$ với C_4 là giá trị của C_v lúc bắt sóng 20m

Vậy : $80 = 10 + C_4 \rightarrow C_4 = 70$(pF)

* Góc quay kể từ khi $C_v = C_{max} = C_M$ đến C_4 là α_2 :

$$\alpha_2 = \frac{180}{490-10}(490-70) = 157^o30'$$

229. Mạch dao động lối vào máy thu vô tuyến gồm cuộn dây độ tự cảm L (R = 0) và hai tụ C_1 , C_2. Nếu C_1 song song với C_2 thì tần số riêng là 2,4 (MHz). Nếu C_1 nối tiếp với C_2 thì tần số riêng là 5 (MHz).

1. Nếu mắc L với riêng từng tụ thì tần số riêng là bao nhiêu, mạch bắt được sóng nào ?

2. Giả sử $C_1 > C_2$. Mạch dao động bây giờ là L và C_1 và 1 tụ xoay có thể bắt được dải sóng từ 10m đến 25m. Tìm theo C_1 giá trị cực đại và cực tiểu của điện dung tụ xoay.

Giải

1. *f_1, f_2 và λ_1, λ_2 :*

* $$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \rightarrow LC = \frac{1}{4\pi^2f^2} = \frac{1}{\alpha f^2} \qquad (1)$$

$\alpha = 4\pi^2 = \text{const}$

* C_1 song song với C_2 $\rightarrow$ $C_{12} = C_1 + C_2$; $f_1 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L(C_1+C_2)}}$

$$\rightarrow LC_1 + LC_2 = \frac{1}{4\pi^2f_1^2} = \frac{1}{\alpha f_1^2} \qquad (2)$$

* C_1 nối tiếp với C_2 : $C_{12} = \dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}$ và $f_2 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{\dfrac{LC_1C_2}{C_1+C_2}}}$

Hay : $$f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\dfrac{LC_1.LC_2}{LC_1+LC_2}}} \rightarrow \frac{LC_1.LC_2}{LC_1+LC_2} = \frac{1}{4\pi^2f_2^2} = \frac{1}{\alpha f_2^2} \qquad (3)$$

* Đưa (2) vào (3) ta có : $LC_1.LC_2 = (L_1C_1 + LC_2)\dfrac{1}{\alpha f_2^2} = \dfrac{1}{\alpha f_1^2.\alpha f_2^2}$ (4)

* Chỉ có L và C_1 thì tần số riêng là f_3 :

$$f_3 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} \rightarrow LC_1 = \frac{1}{4\pi^2f_3^2} = \frac{1}{\alpha f_3^2} \qquad (5)$$

* Chỉ có L và C_2 khi tần số riêng là f_4 :

$$f_4 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}} \quad \rightarrow \quad LC_2 = \frac{1}{4\pi^2 f_4^2} = \frac{1}{\alpha f_4^2} \qquad (6)$$

* (5) và (6) + (2) $\rightarrow$ $\dfrac{1}{f_1^2} = \dfrac{1}{f_3^2} + \dfrac{1}{f_4^2}$ (7)

* (5) và (6) + (4) $\rightarrow$ $f_1.f_2 = f_3.f_4$ (8)

* Giải (7) và (8) ta có: $f_3.f_4 = 5 \times 2{,}4 = 12 \quad \rightarrow \quad f_4 = \dfrac{12}{f_3}$ (9)

$$\frac{1}{(2,4)^2} = \frac{1}{\left(\dfrac{12}{f_3}\right)^2} + \frac{1}{f_3^2} \quad \rightarrow \quad f_3 = 3\ \text{(MHz)}$$

Vậy $f_4 = \dfrac{12}{3} = 4$ (MHz)

* L và C_1 có $f_3 = 3$ (MHz) bắt được sóng có λ_3 : $\lambda_3 = \dfrac{C}{f_3} = \dfrac{3.10^8}{3.10^6} = 100$ (m)

* L và C_2 có $f_4 = 4$(MHz) bắt được sóng λ_4 : $\lambda_4 = \dfrac{C}{f_4} = \dfrac{3.10^8}{4.10^6} = 75$ (m)

2.* Gọi φ_1 và φ_2 là tần số 2 sóng 10m và 25m.

Từ 10m → 25m : $\left.\begin{aligned} \lambda_1 &= \dfrac{C}{\varphi_1} \\ \lambda_2 &= \dfrac{C}{\varphi_2} \end{aligned}\right\} \rightarrow \dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} = \dfrac{\varphi_1}{\varphi_2} = 2,5$

* So với 100m, 25m là sóng chỉ bằng $\dfrac{1}{4}$ nên tần số gấp 4.

Vậy $\varphi_2 = 4f_1$ và $\varphi_1 = 2{,}5\varphi_2 = 10f_1$

So với khi mạch chỉ có L và C_1 thì tần số tăng; vậy điện dung của bộ tụ C_1 và tụ xoay nhỏ hơn C_1. Vì vậy C_1 nối tiếp với tụ xoay.

* C_M, C_m : điện dung lớn nhất và bé nhất của tụ xoay thì :

$$\frac{C_M.C_1}{C_M + C_1} = \frac{1}{4^2}C_1 \qquad (10)$$

$$\frac{C_m.C_1}{C_m + C_1} = \frac{1}{(10)^2}C_1 \qquad (11)$$

* Giải (10), (11) ta có : $C_M = \dfrac{1}{15}C_1$ và $C_m = \dfrac{1}{99}C_1$

230. Một tụ xoay có điện dung biến thiên liên tục từ $C_1 = 10$ (pF) đến 490 (pF) khi góc quay của các tấm chuyển động tăng dần từ 0° đến 180°. Tụ được mắc với cuộn dây điện trở $R = 0{,}001$ (Ω), $L = 2$ (μH) làm thành mạch dao động lối vào máy thu vô tuyến.

1. Tìm dải sóng mà máy thu được.
2. Để bắt sóng 19,2m phải đặt tụ ở vị trí nào ? Giả sử sóng 19,2m duy trì được trong mạch dao động một suất điện động $e = 1$ (μV). Tính cường độ dòng điện lúc có cộng hưởng.
3. Kể từ vị trí đạt cộng hưởng ấy, xoay tụ 1 góc bao nhiêu để dòng dao động chỉ còn bằng $\frac{1}{1000}$ giá trị trên nhằm không bị đài đó nhiễu nữa ? Khi đó máy thu được điều chỉnh vào bước sóng nào ?

Giải

1. *Dải sóng thu được :*

* Khi có cộng hưởng, sóng bắt được có $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$

* Khi $C_1 = 10$(pF), sóng bắt được có λ_1 :

$$\lambda_1 = 2 \times 3{,}14 \times 3.10^8\sqrt{2.10^{-6} \times 10.10^{-12}} \approx 8{,}5 \text{ (m)}$$

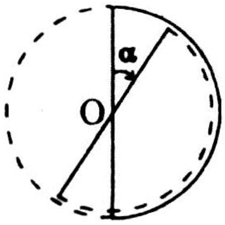
* Khi $C_2 = 490$(pF), sóng bắt được có λ_2 :

$$\lambda_2 = 2 \times 3{,}14 \times 3.10^8\sqrt{2.10^{-6} \times 490.10^{-12}} \approx 59{,}5 \text{ (m)}$$

* Vậy dải sóng bắt được : $\lambda = 8{,}5$ (m) ÷ 59,5 (m)

2. *Vị trí của tụ và i :*

* Dòng điện khi có cộng hưởng ($Z_L = Z_C$) :



$$I = \frac{U}{R} = \frac{10^{-6}}{10^{-3}} = 10^{-3} \text{ (A)} = 1 \text{ (mA)}$$

* $$\lambda = 2\pi c\sqrt{LC} \quad \rightarrow \quad C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2c^2L}$$

* Sóng bắt được có $\lambda = 19{,}2$m nên điện dung của tụ là :

$$C = \frac{(19,2)^2}{4 \times 10.(3.10^8)^2 \times 2.10^{-6}} \approx 51{,}2.10^{-12} \text{ (F)} = 51{,}2 \text{ (pF)}$$

* Với $\alpha = 0° \rightarrow C_1 = 10$ (pF) ; $\alpha = 180° \rightarrow C_2 = 490$ (pF)

Vậy khi tăng lên 1° điện dung tăng thêm $\left(\frac{490 - 10}{180}\right)$(pF)

Kể từ khi $\alpha = 0°$, $C_1 = 10$ (pF), phải quay tụ 1 góc α để có $C = 51{,}2$ (pF) là : $\alpha = \frac{180}{490 - 10}(51{,}2 - 10) = 15{,}45°$

3. *Tìm $\Delta\alpha$ và λ' :*

* Để cường độ chỉ còn $\frac{1}{1000}$ của dòng cộng hưởng 1 (mA) thì tổng trở của mạch đối với λ đó phải lớn gấp 1000R

Khi đó $$Z' = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C'}\right)^2} = 1000R = 1(\Omega)$$

$$Z'^2 = 1 = R^2 + \sqrt{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C'}\right)^2}$$

Với $R = 10^{-3}(\Omega)$ nên $R^2 << 1 \rightarrow \quad \omega L - \frac{1}{\omega C'} = \pm 1 \quad (1)$

* Đặt $C' = C + \Delta C$ và $\Delta C << C$ thì (1) trở thành :

$$\omega L - \frac{1}{\omega(C + \Delta C)} = \omega L - \frac{1}{\omega C}\left(\frac{1}{1 + \frac{\Delta C}{C}}\right) \approx \omega L - \frac{1}{\omega C}\left(1 - \frac{\Delta C}{C}\right)$$

$$= \omega L - \frac{1}{\omega C} + \frac{\Delta C}{\omega C^2} = \pm 1$$

* Ở câu 2, khi có cộng hưởng $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ nên : $\Delta C = \pm\, \omega C^2$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC'}} = \frac{1}{\sqrt{2.10^{-6} \times 51,2.10^{-12}}} \approx 10^8\ (\text{rad/s})$$

$$\Delta C = \pm\, 10^8.(51,2.10^{-12})^2 \approx \pm\, 0,264.10^{-12}(F) = \pm\, 0,264\ (pF)$$

* Góc quay kể từ câu 2 : $\Delta\alpha = \pm\frac{180}{480}.0,264 \approx \pm\, 0,1^\circ = \pm\, 6'$

Vậy khi đang bắt sóng 19,2m, xoay tụ đi một góc 6' thì sóng 19,2m đã không thể gây nhiễu được.

* Sóng mới bắt được là :

$$\lambda_1' = 2 \times 3,14.(3.10^8)\sqrt{2.10^{-6}.(51,2 + 0,264).10^{-12}} \approx 19,25\ (m)$$

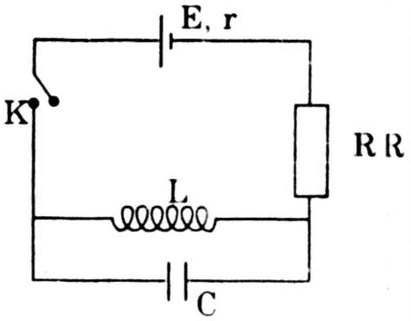
$$\lambda_2' = 2 \times 3,14.(3.10^8)\sqrt{2.10^{-6}.(51,2 - 0,264).10^{-12}} \approx 19,15\ (m)$$

231. Cho mạch như hình.

$E = 220(V)$; $P = 0$; $R = 1(K\Omega)$;

$L = 0,1(H)$; $C = 10(\mu F)$.

Đầu tiên đóng K. Sau khi dòng trong mạch đã ổn định, ta lại mở khóa K. Tìm u tức thời giữa 2 bản tụ.



Giải

+ K đóng, dòng ổn định qua mạch : $I_o = \dfrac{E}{R}$

Vì điện trở dây dẫn và cuộn dây không đáng kể nên hiệu điện thế giữa 2 đầu cuộn dây và tụ không đáng kể.

* Khi K mở, do hiện tượng tự cảm, trong cuộn dây có suất điện động tự cảm; trong mạch LC có dao động điện từ.

Khi đó điện tích trên tụ : $q = q_o\cos(\omega_o t + \varphi)$ (1)

* Với $\omega_o = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = \dfrac{1}{\sqrt{0,1 \times 10.10^{-6}}} = 10^3\ (\text{rad/s})$

* $i = \dfrac{dq}{dt} = -\,q_o\,\omega_o\,\sin(\omega t + \varphi)$ (2)

* Khi t = 0 : $q = 0 = q_o\cos\varphi$ (3)

$i = I_o = \dfrac{E}{R} = -q_o\omega_o\sin\varphi$ (4)

* (3) → $\cos\varphi = 0$ → $\varphi = \pm\dfrac{\pi}{2}$

Nếu chọn $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ thì (4) có :

$$\frac{E}{R} = -q_o\omega_o \rightarrow q_o = -\frac{E}{R\omega_o}$$

$$q_o = \frac{-220}{10^3.10^3} = -220.10^{-6}\ (C)$$

* Khi đó $q = -220.10^{-6}\cos\left(10^3 t + \dfrac{\pi}{2}\right)\ (C)$

* Hiệu điện thế cực đại giữa 2 bản tụ là U_o.

$$u = \frac{q}{C} = \frac{q_o}{C}\cos(\omega t + \varphi) = \frac{-220.10^{-6}}{10.10^{-6}}\cos\left(10^3 t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= -22\cos\left(10^3 t + \frac{\pi}{2}\right) = 22.\sin(1000t)\ (V)$$

$U_o = 22\ (V)$

$u = 22\sin(1000t)\ (V)$

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội
Điện thoại: (04) 9724852; (04) 9724770. Fax: (04) 9714899

* * *

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc: PHÙNG QUỐC BẢO

Tổng biên tập: NGUYỄN BÁ THÀNH

Biên tập: THANH LOAN – PHƯƠNG THẢO

Sửa bài: PHƯƠNG THẢO

Trình bày bìa: VÕ THỊ THỪA
Đối tác liên kết xuất bản:
NHÀ SÁCH HỒNG ÂN

SÁCH LIÊN KẾT

---

555 BÀI TẬP VẬT LÍ SƠ CẤP CHỌN LỌC – TẬP 1
Mã số: 1L - 387ĐH2008
In 1.000 cuốn, khổ 16 × 24cm tại Công ti TNHH In Bao Bì Phong Tân - TP. Hồ Chí Minh.
Số xuất bản: 759 - 2008/CXB/10- 134/ĐHQGHN. Ngày 01/8/2008.
Quyết định xuất bản số: 387LK/XB.
In xong và nộp lưu chiểu quý III năm 2008.